सांख्यिकी के सिद्धान्त

(Principles of Statistics)

लेखक

डा० एस० एम० शुक्ल

एम० ए०, एम० कॉम०, एल-एल० बी०, पी-एच० डी०

वाणिज्य विभाग,

डी० ए० वी० कॉलेज, कानपुर

एवं

प्रो० शिवपूजन सहाय

एम० कॉम०, एल-एल० बी०, साहित्यरत्न

अध्यक्ष, वाणिज्य विभाग,

आर० ई० आई० कॉलेज, आगरा

साहित्य भवन

शिक्षा सम्बन्धी साहित्य के प्रकाशक

आगरा

प्रकाशक :
साहित्य भवन
२७३२, मुई कटरा,
आगरा ।

प्रथम संस्करण : १९६२

मूल्य : दस रुपया

मुद्रक :
राष्ट्रीय इलैक्ट्रिक प्रेस
शीतला गली,
आगरा ।

भूमिका

आधुनिक युग 'नियोजित अर्थ-व्यवस्था' का युग है। विश्व के लगभग सभी देशों में कम या अधिक प्रत्यक्ष या अप्रत्यक्ष किसी न किसी रूप में 'नियोजित अर्थ-व्यवस्था' मिलती है। उसको कार्यान्वित करने के लिए पर्याप्त सांख्यिकीय सामग्री आवश्यक है। इसलिए आज के युग में 'सांख्यिकी' का बहुत बड़ा महत्त्व है। ज्ञान की यह शाखा मानव समाज के प्रत्येक अंग को प्रभावित करती है और मानव ज्ञान के लगभग सभी क्षेत्रों में महत्त्वपूर्ण स्थान रखती है। यही कारण है कि इस विषय के अध्ययन अध्यापन की ओर लोगों का ध्यान गया है और विश्वविद्यालयों के पाठ्य-क्रमों में इस विषय को एक विशिष्ट स्थान प्रदान किया गया है।

स्वतन्त्रता के उपरान्त हिन्दी भाषा को राष्ट्रभाषा का गौरव मिला। फलतः हिन्दी में अनेक पुस्तकें विभिन्न विषयों पर लिखी गई। 'सांख्यिकी' विषय पर भी बहुत सी पुस्तकें लिखी गई। निस्सन्देह इस विषय पर पुस्तक लिखना दुष्कर कार्य है और जिन विद्वानों ने पुस्तकें लिखी हैं—वे बधाई के पात्र हैं। फिर प्रश्न यह उठता कि इस पुस्तक की आवश्यकता ही क्या थी? उत्तर यही है कि सबका अपना-अपना दृष्टिकोण है और प्रस्तुतीकरण का अपना-अपना ढंग। गत कई वर्षों के शिक्षण अनुभव के आधार पर हमने इस पुस्तक की रचना की आवश्यकता अनुभव की।

प्रस्तुत पुस्तक में इस दुरूह विषय को सरल व सुगम बनाने का प्रयत्न किया गया है। भाषा को भी सरल रखने का प्रयत्न किया गया है परन्तु जटिल विषय होने के कारण यदि कहीं भाषा क्लिष्ट हो गई हो तो इसके लिए पाठक क्षमा करेंगे क्योंकि गम्भीर भावों का वहन करने के लिए भाषा भी उसी के अनुसार आवश्यक है। विषय सामग्री को उदाहरणों की सहायता से ऐसा बोधगम्य बनाने का प्रयत्न किया गया है कि पाठकों को समझने में सरलता हो, विषय में प्रवाह हो और जो पाठकों में स्वाभाविक रुचि उत्पन्न करे।

प्रस्तुत पुस्तक की रचना में अनेक अंग्रेजी व हिन्दी पुस्तकों से प्रेरणा व सहायता मिली है। उनके प्रति अपना आभार प्रदर्शित करना हमारा पुनीत कर्तव्य है।

पांडुलिपि तैयार करने में श्रीमती विद्यावती शर्मा एम० ए०, बी० टी० का महान सहयोग मिला है और हम उनके आभारी हैं। इस पुस्तक को प्रकाश में लाने

ा सबसे अधिक श्रेय प्रकाशक का है जिन्होंने नित्य-प्रति हमें उत्साहित किया। हम द्रक के प्रति भी आभार प्रदर्शित किये बिना अपने कर्तव्य को पूरा करने में चूकेंगे योंकि उनके अथक् प्रयास व रुचि से ही पुस्तक मुद्रित हो सकी।

अन्त में हम अपने उन सभी बड़ों, सहयोगियों, मित्रों और छोटों के प्रति अपनी कृतज्ञता प्रकट करते हैं जिन्होंने प्रत्यक्ष या परोक्ष रूप से इसे प्रकाशित करने े प्रेरणा दी।

प्रस्तुत पुस्तक विशेषतः विद्यार्थियों के लिए लिखी गई है यदि वे इससे लाभ ठा सके तो हम अपने प्रयास को सफल मानेंगे। प्रत्येक प्रकार के सुझाव का सहर्ष वागत किया जायेगा।

स्वामीनगर,
पालवाग, आगरा।

एस० एम० शुक्ल
एस० पी० सहाय

विषय-सूची

अध्याय १

सांख्यिकी का प्रारम्भ व विकास

(Origin and Development of Statistics)

कोई भी व्यक्ति चाहे कितने ही तीव्र मस्तिष्क का क्यों न हो, सभी बातों का याद रखना उसके लिये अत्यन्त कठिन है। घटनाओं को याद रखना तो अपेक्षाकृत सरल है परन्तु अंकों को याद रखना अत्यन्त दुष्कर है। वर्तमान काल में आर्थिक, सामाजिक व औद्योगिक उन्नति के कारण संख्याओं का महत्व और भी अधिक बढ़ गया है। इसलिए मानव-जीवन के विभिन्न अंगों से सम्बन्धित अंक, (यदि वे उपलब्ध हों तो) लिख लिये जाते हैं ताकि मानव ज्ञान के विकास व जीवन की समस्याओं के समाधान में सरलता रहे। मनुष्य के ज्ञान व अनुभव का यह लिखित रूप ही मानव सभ्यता व विकास का आधार है। इसका मानव-जीवन में बहुत महत्वपूर्ण स्थान है। यहीं से सांख्यिकी का प्रारम्भ होता है तथा मानव के लिये उसके महत्व का आभास होता है।

'सांख्यिकी' का प्रारम्भ (Origin of Statistics)

ऐसा प्रतीत होता है कि अंग्रेजी भाषा का 'स्टेटिस्टिक्स' (Statistics) शब्द लैटिन शब्द 'स्टेटस' (Status), इटालियन शब्द 'स्टेटिस्टा' (Statista), या जर्मन शब्द 'स्टेटिस्टिक' (Statistik) से बना है। इन सबका अर्थ राजनैतिक भू-भाग या राज्य से होता है। इससे स्पष्ट होता है कि इस विज्ञान का राज्य से गहरा सम्बन्ध है। इस विषय में किसी भी विषय से सम्बन्धित संख्याओं का अध्ययन किया जाता है। वास्तव में इस विज्ञान का प्रारम्भ राज्य से हुआ है। प्राचीन काल में अपने शासन को सुचारु रूप से चलाने के लिये राजा लोग आँकड़े इकट्ठा करवाते थे। ये आँकड़े राज्य-संचालन व सैन्य-संचालन दोनों के लिये बहुत उपयोगी होते थे। पिछले अनुभवों के आधार पर और इन आँकड़ों की सहायता लेकर राजा लोग अपनी सेना की संख्या, उसके लिये रसद, राज्य कर्मचारियों के वेतन, भूमि-कर आदि आवश्यकतानुसार घटाते या बढ़ाते थे। उनकी नीति बहुत अंशों में आँकड़ों पर निर्भर थी। इन्हीं कारणों से पहले इस विज्ञान को 'राज्य-तंत्र का विज्ञान' (Sci
craft) या 'सम्राटों का विज्ञान' (Science of Kings) कहा गया

इतिहास व विकास (*History and Development*)

सांख्यिकी के इतिहास व इसके विकास के विभिन्न कारणों को सुविधा के दृष्टि-कोण से निम्न भागो मे बांटा जा सकता है —

(१) शासन व्यवस्था के लिए सांख्यिकी का प्रयोग (प्रारम्भ से १५०० ई० तक)—ऐसा कहा जाता है कि इस विज्ञान का प्रयोग संसार मे बहुत प्राचीन काल से चला आ रहा है। नीचे दिये हुए विवरण से इसका प्राचीन इतिहास स्पष्टतया प्रकट होता है —

सांख्यिकी के विकास की छः अवस्थायें

(१) शासन व्यवस्था के लिए सांख्यिकी का प्रयोग (प्रारम्भ से १५०० तक)।
(२) ज्योतिषशास्त्रियों द्वारा इस विज्ञान का प्रयोग (१५००–१६००)।
(३) सामाजिक उद्देश्यों के लिए सांख्यिकी का प्रयोग (१६००–१७००)।
(४) सांख्यिकी के सिद्धान्तों का सुगमन (१७००–१८००)।
(५) नये नियमों का प्रतिपादन (१८००–१६००)।
(६) आधुनिक युग (१६०० से अब तक)।

(अ) मिश्र—ईसा के लगभग ३०५० वर्ष पूर्व मिश्र के सम्राट रेम्स द्वितीय (*Rames II*) ने संसार प्रसिद्ध पिरामिडों के निर्माण के लिये विभिन्न प्रकार के आंकडे एकत्रित करवाये थे।

(ब) इजरायल— 'सख्याओं की पुस्तक' ('The Book of Numbers) से पता चलता है कि मोजेज ने इजरायल के लोगो की गणना इनकी युद्ध-शक्ति का अनुमान लगाने के लिये की थी।

(स) चीन—लगभग १२०० ई० पूर्व चीन मे भी वहाँ के प्रदेशो के बारे मे आंकडे एकत्रित किये गये थे।

(द) हालैंड—हालैंड के विजयी विलियम ने अपने राज्य सम्बन्धी विभिन्न आंकडे एकत्रित करवाये थे।

(य) जर्मनी—जर्मनी के फ्रेडरिक द्वितीय ने भी अपने राज्य सम्बन्धी विभिन्न आंकडे एकत्रित करवाये थे।

(र) यूनान व रोम—सभ्यता के प्राचीन केन्द्र यूनान व रोम मे भी इस विज्ञान का प्रयोग प्राचीनकाल मे होता था।

(ल) भारतवर्ष—इस विज्ञान का प्रयोग भारतवर्ष मे भी हुआ जैसा कि नीचे दिये हुये विवरण मे स्पष्ट होता है :—

(क) मौर्यकाल—इस काल मे अनेक प्रकार के आंकडे एकत्रित किये गये थे। यूनानी राजदूत मेगस्थनीज ने मौर्यकालीन शासन के विषय मे

लिखा है कि चन्द्रगुप्त मौर्य ने आय-व्यय, जन्म-मरण, सेना, भूमि व लगान आदि सम्बन्धी आँकडे एकत्रित कराने के लिये अनेक समितियाँ बनाई थी। कौटिल्य के अर्थशास्त्र मे शासन, सामाजिक व्यवस्था, सेना प्रबन्ध आदि के सम्बन्ध में बहुत से तथ्य व आँकडे मिलते हैं।

(ख) गुप्त-काल—इस काल म सरकार द्वारा विभिन्न प्रकार के आँकडे एकत्रित कराये जाने का उल्लेख मिलता है।

(ग) अलाउद्दीन खिलजी के समय मे भी आँकडे एकत्रित किये जाते थे। उसके समय के बाजार भाव आज भी इतिहासों म उपलब्ध हैं।

(घ) मुगल-काल—इस काल मे विशेषत अकबर के समय म अनेक प्रकार के आँकडे एकत्रित किये गये। तत्कालीन लगान मन्त्री राजा टोडरमल ने भूमि की पैमायश कराई व लगान निश्चित किया। अब्दुल फजल द्वारा लिखित आइने अकबरी मे इसका विवरण मिलता है।

इस प्रकार यह प्रकट होता है कि प्राचीन काल से ही यह विज्ञान मानव-जीवन के लिये आवश्यक बन गया था। लगभग सभी सभ्य और उन्नतिशील देशों मे इसका प्रयोग होता था परन्तु इसके विकास का व्यवस्थित इतिहास सोलहवीं शताब्दी मे ही मिलता है।

(२) ज्योतिषशास्त्रियों द्वारा इस विज्ञान का प्रयोग (१५०० से १६०० तक) इस शताब्दी मे यह विज्ञान अपनी शैशवावस्था मे था। इस समय इस विज्ञान का प्रयोग ज्योतिष-शास्त्रियो (Astronomers) ने किया और तारो व नक्षत्रो की गति, स्थान आदि के विषय म आँकडे एकत्रित किये तथा ग्रहणो के बारे म पूर्वानुमान लगाये। इनमे टीचो ब्राहे व जॉन्स कैप्लर का नाम विशेषकर उल्लेखनीय है।

(३) सामाजिक उद्देश्यों के लिए सांख्यिकी का प्रयोग (१६०० से १७०० तक)—इस शताब्दी मे इस विज्ञान का प्रयोग अधिक विस्तृत हुआ जैसे —

(अ) जन्म-मरण व सामाजिक दशाओं के अध्ययन के लिए—विद्वानो ने जन्म-मरण व सामाजिक दशाओं के अध्ययन म इसकी सहायता ली। जन्म-मरण के विषय में विशेष रूप से आँकडे एकत्रित किए गए और उनकी सहायता से जीवन सारणी (Life Table) व मृत्यु सारणियाँ (Mortality Tables) बनाई गईं। इस क्षेत्र मे कैस्पर-न्यूमैन, एडमड हैली, जे० पी० ससमिल्च और सर विलियम पेटी का नाम विशेष रूप से उल्लेखनीय है।

(ब) अपराध सम्बन्धी दशाओं के अध्ययन के लिए—सन् १६२१ मे प्रो० जार्ज ओबर्ट ने अपराध सम्बन्धी आँकडो की सहायता से

विचार किया कि कैसे अपराधों में कमी लाने का प्रयास किया जा सकता है? इसी अवधि में आँकड़ों की सहायता से पेन्शन व्यवस्था पर भी विचार किया गया।

(स) जीवन बीमा में प्रयोग के लिए—लन्दन के कैप्टेन जॉन ग्राण्ट ने १६६१ में जन्म-मरण के आँकड़ों का बहुत ही विश्लेषणात्मक अध्ययन किया और फलस्वरूप १६६८ में लन्दन में सर्वप्रथम जीवन बीमा संस्था की स्थापना हुई।

(४) सांख्यिकी के सिद्धान्तों का सुगमन (१७०० से १८०० तक)—इस शताब्दी में इस विज्ञान का प्रयोग तथा महत्त्व और भी बढ़ा। इस समय इस बात की आवश्यकता अनुभव की जाने लगी कि अंकों के एकत्रित करने तथा उनके विश्लेषण व निर्वचन (Interpretation) करने के भद्दे व अवैज्ञानिक ढंगों में भी विकास करके वैज्ञानिक व सरल बनाया जाय। इस शताब्दी में सांख्यिकी व गणित के बीच एक समन्वय हुआ। बहुत से जुये खेलने वाले धनी लोग जोखिम को घटाने के लिये गणितज्ञों की सहायता लेने लगे। गणितज्ञों ने आँकड़ों के आधार पर अनेक फल निकाले व उन्हें रायें दी। कार्डन ने एक ऐसी पुस्तक प्रकाशित की, जिसमें विभिन्न खेलों के जोखिमों से बचने का उपाय बताया। इस क्षेत्र में पैस्कल व फरमेट का नाम विशेष रूप से उल्लेखनीय है। इन दोनों के पत्र-व्यवहार के आधार पर ही 'सम्भावना सिद्धान्त' (Theory of Probability) की नींव पड़ी। प्रोफेसर जेम्स बरनौली ने 'बड़ी संख्याओं का नियम' (Law of Large Numbers) तथा डेनियल बरनौली ने 'नैतिक-सम्भाविता' (Moral Expectation) का नियम गणित के ढंग पर स्पष्ट किया।

(५) नये नियमों का प्रतिपादन (१८०० से १६०० तक)—सन् १८१२ में लेपलेस नामक प्रसिद्ध वैज्ञानिक ने 'सम्भावना सिद्धान्त' पर एक महत्वपूर्ण पुस्तक लिखी। 'आधुनिक सांख्यिकी सिद्धान्त' (Modern Theory of Statistics) का प्रतिपादन बेलजियम के महान् ज्योतिषाचार्य एवं गणितज्ञ श्री एल० ए० जे० क्वेटलेट ने किया। इन्होंने वनस्पति, पशु एवं मनुष्यों के सम्बन्ध में अध्ययन किया और अपने विचारों को प्रकट करने में संख्याओं की सहायता ली। इस युग में बहुत से महान् गणितज्ञों ने इस विज्ञान के सैद्धान्तिक विकास में अपना महत्वपूर्ण योग दिया। महान् गणितज्ञ नैप, लेक्सिस, सर फ्रान्सिस गाल्टन, गॉस चार्लियर और कार्ल पियर्सन आदि ने सांख्यिकी की उन्नति व विकास में महत्वपूर्ण सहयोग, नये नियमों के प्रतिपादन और पुराने नियमों के पुष्टीकरण व विश्लेषण द्वारा दिया।

(६) आधुनिक युग (१६०० से अब तक)—यह विज्ञान आज बीसवीं शताब्दी में बहुत विकसित हो गया है और इसका प्रयोग मानव-ज्ञान के प्रत्येक विभाग में होता है। यह कहने में कोई अत्युक्ति नहीं है कि आधुनिक युग में विभिन्न शास्त्रों अथवा विज्ञानों की अपूर्व उन्नति इस विज्ञान की अपूर्व सहायता लेकर ही हो पाई है। आधुनिक

युग में ज्ञान व विज्ञान के लगभग सभी क्षेत्रों के लिए यह विज्ञान अनिवार्य सा हो गया है। इसका प्रयोग नवीन सिद्धान्तों के प्रतिपादन और प्राचीन सिद्धान्तों के पुष्टीकरण के लिये किया जाता है।

इस विज्ञान को महत्त्वपूर्ण बनाने का श्रेय कई महान् सांख्यिकी विद्वानों को है जिन्होंने अपने अथक् प्रयास से इसको वर्तमान उच्च स्थान दिलाया है। इस सम्बन्ध में प्रो० बाउलगटन, डा० बाउले, डब्लू० आई० किंग, जी० यू० यूल, ई० फिशर और भारतवर्ष के प्रो० महालनोबिस आदि विशेष रूप से उल्लेखनीय हैं। स्वतन्त्रता के बाद भारतवर्ष में योजनाओं का युग ही गया है। प्रथम, द्वितीय व तृतीय योजनाओं में इस विज्ञान से बहुत सहायता ली गई है।

अर्थशास्त्र के क्षेत्र में इस विज्ञान का प्रयोग

अर्थशास्त्र के क्षेत्र में इस विज्ञान का प्रयोग अपेक्षाकृत देर में हुआ। इसका प्रारम्भ सर विलियम पैटी ने १६६० में किया। इसी समय ग्रेगरी किंग ने पूर्ति व कीमत में सम्बन्ध प्रकट करने के लिये इस विज्ञान का प्रयोग किया। अठारहवीं शताब्दी में उद्योग, व्यापार, कर, कृषि, उत्पादन आदि के बारे में बहुत से अंकों दशा में बहुत सी जानकारियाँ अंकों द्वारा प्राप्त की गई। परन्तु उनसे व्यापक नियमों में कोई सम्बन्ध स्थापित न किया जा सका। प्राचीन अर्थशास्त्री आदम स्मिथ, जे० एस० मिल आदि निर्गमन तर्क प्रणाली में (Deductive Logic) में विश्वास करते थे। परन्तु बाद में अन्य अर्थशास्त्रियों जैसे कोरनोट और डब्लू० एस० जेवन्स आदि ने इस विचारधारा में विकास किया और अनुभव या ऐतिहासिक तर्क प्रणाली द्वारा पुष्टीकरण पर जोर दिया। फलस्वरूप इस विज्ञान का प्रयोग अर्थशास्त्र में बढ़ने लगा। बाद को तो अर्थशास्त्रियों ने यहाँ तक कहा कि किसी भी समस्या का ठीक अध्ययन इन दोनों विज्ञानों के सहयोग से ही उचित रूप से हो सकेगा और इस विज्ञान का प्रयोग अर्थशास्त्रियों ने अर्थशास्त्र के अध्ययन के प्रत्येक क्षेत्र में आवश्यक मान लिया।

अध्याय २

सांख्यिकी का अर्थ, लक्षण, परिभाषा, क्षेत्र तथा सीमायें

(Meaning, Characteristics, Definition, Scope & Limitation of Statistics)

सांख्यिकी का अर्थ

(Meaning of Statistics)

अंग्रेजी भाषा का 'स्टेटिस्टिक्स' (Statistics) शब्द दो रूपों में प्रयोग होता है। एक बहुवचन में व दूसरे एक वचन में। प्राचीन काल में इस विज्ञान की अविकसित अवस्था में यह शब्द बहुवचन के रूप में प्रयुक्त होता था और इसका अभिप्राय समंक या आँकड़ों (Statistical data) से था। अब भी इसका प्रयोग बहुवचन में समंक या आँकड़ों के अर्थ में होता है। जैसे कोई यदि यह कहे कि मैंने अपने लेख में 'स्टेटिस्टिक्स' दिये हैं तो इस शब्द का यह प्रयोग बहुवचन में है और इसका अभिप्राय आँकड़ों से है।

कालान्तर में जब यह विज्ञान एक पूर्ण विज्ञान के रूप में विकसित हो गया तो यह शब्द एक वचन के रूप में प्रयुक्त होने लगा जिसका अभिप्राय सांख्यिकी (Science of Statistics) से था। जैसे यदि कोई यह कहे कि मैं 'स्टेटिस्टिक्स पढ़ता हूँ तो इस शब्द का यह प्रयोग एक वचन में है और इसका अभिप्राय सांख्यिकी विज्ञान से है।

अब हम 'स्टेटिस्टिक्स' शब्द की परिभाषा उसके दोनों अर्थों एकवचन व बहुवचन में अलग-अलग देंगे। यहाँ हम इस शब्द की परिभाषा बहुवचन या आँकड़े के रूप में दे रहे हैं। एकवचन या विज्ञान के रूप में इसकी परिभाषा आगे यथा-स्थान दी जायेगी।

(३) ये अनगिनत कारणों से पर्याप्त सीमा तक प्रभावित होते हैं (**They are affected to a marked extent by multiplicity of causes**)—समकों पर केवल किसी एक कारण का ही प्रभाव नहीं पड़ता बल्कि अनेक कारणों का प्रभाव पड़ता है अर्थात् आँकड़ों के मूल्यों में परिवर्तन का कारण कोई एक नहीं होता बल्कि अनेक होते हैं। यह निश्चित रूप से नहीं कहा जा सकता है कि कोई घटना किस कारण का प्रभाव है। एक घटना कई कारणों के सम्मिलित प्रभाव से घटित होती है। उदाहरण के लिए यदि किसी स्थान पर किसी वर्ष कोई फसल बहुत अच्छी हुई तो यह किसी एक कारण का प्रभाव नहीं बल्कि कई कारण जैसे वर्षा, सिंचाई की व्यवस्था, खाद का प्रबन्ध, बीज का प्रकार, जुताई व बुवाई का ढंग, जलवायु आदि के फलस्वरूप है।

(४) आँकड़ों के संग्रहण में उचित मात्रा की शुद्धता होनी चाहिये (**A reasonable standard of accuracy must be maintained in collection of statistics**)—आँकड़ा का संग्रह करते समय शुद्धता का उचित ध्यान रखना और प्रयोग करना आवश्यक है। यदि अंक अनुमानित हैं तो अनुमान लगाते समय समस्या साधनों व उद्देश्य को ध्यान में रखते हुए शुद्धता निभानी चाहिये। उदाहरणार्थ, किसी नगर की जनगणना करते समय दो-चार व्यक्तियों की कमी या अधिकता कोई अर्थ नहीं रखती। परन्तु, किसी परिवार की जनगणना करते समय हमें बहुत सतर्क रहना पड़ेगा, क्योंकि वहाँ दो-चार व्यक्तियों की भूल हमारे फल को अशुद्ध बना देगी।

(५) संग्रहण किसी पूर्व निश्चित उद्देश्य के लिये होना चाहिए (***The collection must be done for a predetermined purpose***)—आँकड़ों का संग्रह किसी पूर्व निश्चित उद्देश्य के अनुसार होता है। उद्देश्य पहले ही निश्चित होता है और फिर आवश्यकतानुसार आँकड़े एकत्रित किये जाते हैं। बिना किसी उद्देश्य के संख्याओं के रूप में सूचनायें हमारे पास हैं तो वे संख्या मात्र कही जायेंगी आँकड़े नहीं। यदि क का वेतन ६०० रुपये माहवार व ख १०० रुपये माहवार है—तो यह सूचना 'समंक' नहीं है। किन्तु, यदि दोनों की आर्थिक दशा की तुलना करने के उद्देश्य से यह सूचना एकत्रित की गई हो, तो समंक कहलायेगी।

(६) आँकड़े एक दूसरे से सम्बन्धित रूप में प्रस्तुत किये जाने योग्य (**They must be capable of being placed in relation to other**)—एकत्रित किये हुए आँकड़े तभी लाभप्रद होंगे जब उनकी तुलना उसी के आँकड़ा से की जाय। जब तक उनमें सजातीयता व तुलना का गुण न हो वे निरर्थक होंगे। जैसे यदि हम यह कहें कि क की मासिक आय ३०० रुपये, ख का वजन १-२० सेर और ग की लम्बाई ५ फीट ६ इंच है तो ये संख्यायें व सूचनायें अवश्य पर समंक नहीं, क्योंकि इन्हें एक दूसरे से सम्बन्धित रूप से नहीं रखा जा सकता है

पर यदि तीनों की मासिक आय, या वजन या लम्बाई एक साथ रखी जाय तो यह समंक हो सकता है।

(७) **आंकड़े व्यवस्थित रूप से सकलित किए गये हों (They must be collected in a systematic manner)**—आंकड़े एक व्यवस्थित ढंग से एकत्रित किये जाने चाहिए। संग्रहण से पहले एक निश्चित योजना बना लेना उचित है। बिना किसी योजना के एकत्रित किये गए आंकड़े वास्तव में आंकड़े नहीं कहे जा सकते क्योंकि उनमें अनुसंधान पर समुचित प्रकाश नहीं पड़ेगा और वे व्यर्थ होंगे। उदाहरण के लिए, यदि हम किसी विद्यालय के कुछ विद्यार्थियों के प्राप्तांक एकत्रित करलें और यह ध्यान न रक्खें कि वे किस वर्ग के, किस परीक्षा के, किस विषय के तथा कितने में से हैं, तो यह सूचना समंक नहीं कही जा सकती और इससे हम कोई फल नहीं निकाल सकते।

(८) **समंकों को गणना द्वारा या अनुमान द्वारा एकत्रित किया जाता है**—

(अ) *गणना द्वारा समंक तभी एकत्रित किए जा सकते हैं जबकि जिस क्षेत्र* का अनुसंधान किया जा रहा है वह सीमित हो क्योंकि विस्तृत क्षेत्र में गणना नहीं की जा सकती है।

(ब) अनुमान द्वारा समंक उस समय एकत्रित किये जाते हैं जबकि अनुसन्धान का क्षेत्र बहुत विस्तृत होता है।

(II) सांख्यिकी विज्ञान की परिभाषा
(Definition of the Science of Statistics)

जैसा कि पहले ही कहा जा चुका है—प्रारम्भिक अवस्था में इस विज्ञान का क्षेत्र सीमित था और इसकी परिभाषा देनी सरल थी। परन्तु इसके क्षेत्र के विकास के साथ-साथ परिभाषायें भी बदलती गईं। इन बदली हुई परिस्थितियों में पहले की दी हुई परिभाषाओं में कुछ दोष व कमियाँ दिखाई देने लगी तथा वे अनुपयुक्त लगने लगीं। यों तो इस विज्ञान की लगभग २०० परिभाषायें विभिन्न विद्वानों द्वारा दी गई हैं। परन्तु उनमें से कुछ प्रसिद्ध विद्वानों द्वारा दी गई परिभाषाओं का यहाँ विवेचन किया गया है :—

(१) बाउले द्वारा दी गई परिभाषायें

बाउले (Bowley) ने सांख्यिकी की तीन परिभाषायें दी हैं जो इस प्रकार हैं —

(अ) 'सांख्यिकी गणना का विज्ञान है।'[6]

आलोचना—स्पष्ट है कि यह परिभाषा सांख्यिकी की कई रीतियों में से केवल एक अर्थात् आंकड़ों के एकत्रित करने को ही अपने में समाविष्ट करती है—अन्य रीतियों को कोई स्थान नहीं देती। इसलिये यह परिभाषा ठीक नहीं है।

. 'Statistics is the science of counting.'   *—Dr. Bo—'*

(ब) 'सांख्यिकी उचित रूप से औसतों का विज्ञान कहा जा सकता है।'[7]

आलोचना—इस परिभाषा में भी सांख्यिकी की कई रीतियों में से केवल एक औसत *या माध्य को ही स्थान दिया गया है। अन्य रीतियों का कोई उल्लेख नहीं है।* इसलिये यह परिभाषा उचित नहीं मानी जाती है।

(स) 'सांख्यिकी वह विज्ञान है जो सामाजिक व्यवस्था को सम्पूर्ण मानकर उसके सभी रूपों में मापन करता है'।[8]

आलोचना—एक तो यह परिभाषा अस्पष्ट सी है और लेखक का अभिप्राय *स्पष्ट नहीं होता।* दूसरे, *लेखक इस परिभाषा में सांख्यिकीय रीतियों पर* कोई जोर नहीं देता और तीसरे यह परिभाषा सांख्यिकी के क्षेत्र को संकुचित बना देती है क्योंकि यह विद्या केवल समाज में रहने वाले व्यक्तियों तथा उनकी सामाजिक क्रियाओं का ही अध्ययन करती है।

(२) बॉडिंगटन द्वारा दी गई परिभाषा

बॉडिंगटन (Boddington) के अनुसार '*सांख्यिकी अनुमानों और सम्भाविताओं का विज्ञान है।'[9]* **बॉडिंगटन** *ने अपनी परिभाषा में दो मुख्य विशेषतायें इस* विज्ञान की बताई हैं —

(१) अनुमानों का विज्ञान—जब सांख्यिकी का अनुसंधान बड़े पैमाने पर किया जाता है तब गणना करना सम्भव नहीं होता है। अतः अनुमान के आधार पर आंकड़े एकत्रित किये जाते हैं। देश की ऐसी बहुत सी समस्यायें हैं जिनके आंकड़ों का संकलन इन समस्याओं के विस्तृत होने के कारण अनुमानों के आधार पर किया जाता है और यदि उनकी गणना भी की जाती है, तो सामूहिक रूप से की जाती है।

(२) सम्भाविताओं का विज्ञान—किसी विषय के बारे में जब भविष्य का अनुमान लगाया जाता है, तो इसे 'सम्भाविता' (Probability) कहते हैं। देश की विभिन्न समस्याओं में इस बात की आवश्यकता पड़ती है कि भविष्य का अनुमान लगाया जाय। यह अनुमान (सम्भाविता) एकत्रित सूचनाओं के आधार पर लगाया जाता है। अतः सांख्यिकी अनुमानों तथा सम्भाविताओं का विज्ञान है।

आलोचना—बॉडिंगटन की उक्त परिभाषा अस्पष्ट तथा अधूरी है। यह इस विज्ञान के क्षेत्र को संकुचित कर देती है क्योंकि इसमें इस विज्ञान के केवल एक पक्ष *अनुमान तथा सम्भावनाओं पर ही जोर दिया गया है। सांख्यिकी के अन्य बहुत से* पहलू हैं जिनका कोई वर्णन इस परिभाषा में नहीं किया गया है।

---

7 *Statistics may rightly be called the science of averages*
—*Dr Bouley*

8 'Statistics is the science of the measurement of social organism regarded as a whole in all its manifestations —*Dr Bouley*

9 'Statistics is the science of estimates and probabilities'
—*Boddington*

(३) सैक्राइस्ट द्वारा दी गई परिभाषा

सैक्राइस्ट (Sacrist) के अनुसार 'सांख्यिकी मे हमारा तात्पर्य उन तथ्यों के समूह से है जो अनेक कारणों से पर्याप्त मात्रा मे प्रभावित होते हैं, जो संख्या म व्यक्त किये जाते हैं, जिनकी गणना या अनुमान शुद्धता के एक उचित स्तर के अनुसार की जाती है तथा जिन्हे पूर्व निश्चित उद्देश्य के लिए व्यवस्थित रीति से एकत्रित किया जाता है और जो एक दूसरे मे सम्बन्धित रूप मे प्रकट किए जाते हैं।'[10]

आलोचना—यह परिभाषा भी उपयुक्त नही है क्योंकि इसम सांख्यिकी विज्ञान को आँकड़ो के अर्थ मे प्रयोग किया गया है न कि एक विज्ञान के रूप मे।

(४) वेब्स्टर की परिभाषा

वेब्स्टर (Webster) के शब्दो म 'सांख्यिकी किसी राज्य के लोगो की दशा के बारे में वर्गीकृत तथ्य हैं मुख्यत. वे तथ्य हैं जो संख्याओ में, या सख्याओं की सारणियों में या किसी सारणित या वर्गीकृत व्यवस्था मे व्यक्त किये जा सकते हैं।'[11] ठीक इससे ही मिलती-जुलती परिभाषा डा० मेयर (Dr. Mayer) ने भी दी है।

आलोचना—प्रथम इस परिभाषा के अनुसार इस विज्ञान का क्षेत्र एक राज्य के लोगों की दशा के अध्ययन तक ही सीमित है। दूसरे, 'स्टेटिस्टिक्स' शब्द का प्रयोग इन लोगो ने आँकड़ों के अर्थ म किया है न कि विज्ञान के अर्थ में। इन कारणो से ये परिभाषायें ठीक नही हैं।

(५) किंग के अनुसार परिभाषा

किंग (King) लिखते हैं कि 'सांख्यिकी विज्ञान वह प्रणाली है जिसके द्वारा किसी एक गणना या अनुमानों के संग्रहण के विश्लेषण से प्राप्त फलो के द्वारा सामूहिक, प्राकृतिक या सामाजिक घटनाओ का विवेचन किया जाता है।'[12]

---

10. 'By statistics we mean aggregate of facts affected to a marked extent by multiplicity of causes, numerically expressed, enumerated or estimated according to reasonable standard of accuracy, collected in a systematic manner for a predetermined purpose and placed in relation to each other.
—*Sacrist*

11. 'Statistics are classified facts respecting condition of the people in a state specially those facts which can be stated in numbers or in tables of numbers or in any tabular or classified arrangement.
—*Webster*

12 'Science of statistics is the method of judging collective, natural or social phenomena from the results obtained by the analysis of an enumeration or collection of estimates.
—*King*

किंग की परिभाषा का स्पष्टीकरण—इस परिभाषा में नीचे दी हुई तीन बातों पर जोर डाला गया है :—

(१) सांख्यिकी विज्ञान में प्राकृतिक या सामाजिक घटनाओं का विवेचन किया जाता है।

(२) यह विवेचन गणना या अनुमानों के द्वारा एकत्रित किये हुये समंकों के विश्लेषण से प्राप्त नतीजों के आधार पर किया जाता है।

(३) यह विवेचन सामूहिक रूप से होता है।

आलोचना—किंग ने अपनी परिभाषा में सांख्यिकी क्षेत्र को अधिक विस्तृत करने का प्रयत्न किया है क्योंकि इस परिभाषा में सामाजिक घटनाओं के साथ-साथ प्राकृतिक घटनाओं का भी वर्णन है। इतना होते हुए भी यह परिभाषा पूर्ण नहीं है क्योंकि इसमें सांख्यिकी की सभी रीतियों का समावेश नहीं है।

अन्य परिभाषायें

(६) पर्सन तथा हार्लोज (Person and Harlows)—"सांख्यिकी तथ्यों के समूह को प्रयोग में लाने का विज्ञान व कला है।"[13]

[पर्सन तथा हार्लोज ने सांख्यिकी को तथ्यों के समूह को प्रयोग में लाने वाला कहा है। यह स्पष्ट नहीं किया है कि तथ्यों का समूह संख्याओं में किया जाय या अन्य प्रकार से। यदि यह अनुमान लगाया जाय कि इनका आशय समंकों से है तो भी यह परिभाषा अधूरी है क्योंकि सांख्यिकी केवल समंकों के उपयोग का ही विज्ञान नहीं है जैसा कि इस परिभाषा में बताया गया है।]

अब आगे हम कुछ ऐसी परिभाषाओं पर विचार करेंगे जो पर्याप्त सीमा तक ठीक है।

(७) लोविट (Lovitt)—'सांख्यिकी वह विज्ञान है जो संख्या सम्बन्धी तथ्यों के संग्रहण, वर्गीकरण और सारणीयन से सम्बन्ध रखता है ताकि घटनाओं की व्याख्या, विवरण और तुलना के लिए आधार स्वरूप प्रयोग हो सके।'[14]

[यह परिभाषा बहुत कुछ ठीक है क्योंकि यह सभी सांख्यिकीय रीतियों को समाविष्ट करती है। इस परिभाषा का केवल यह ही दोष है कि इसमें सांख्यिकी की विधियों पर जोर दिया गया है और सांख्यिकी की प्रकृति पर ध्यान नहीं दिया गया है।]

---

13 "Statistics is the science and art of handling aggregates of facts." —*Person and Harlows*

'Statistics is the science which deals with the collection, classification and, tabulation of numerical facts as a basis for the explanation, description and comparison of phenomena." —*Lovitt*

(८) सेलिगमैन (Seligman)—'साख्यिकी वह विज्ञान है जो किसी विषय पर प्रकाश डालने के उद्देश्य से संग्रह किये गये आंकड़ो के संग्रहण, वर्गीकरण, प्रदर्शन, तुलना और व्याख्या करने की रीतियों का विवेचन करता है।'[15]

[यह परिभाषा भी उपयुक्त है क्योंकि इसमें साख्यिकी की सभी रीतियों का समावेश है। इसकी भी आलोचना यही है कि इसमें साख्यिकी की प्रकृति पर जोर नही दिया गया है।]

(९) ब्लेयर (Blair)—'साख्यिकी' परस्पर सम्बन्धित अंकों के समूहों का विश्लेषण करने वाला एक विज्ञान तथा ढग है जिससे उनके सम्बन्धो और अर्थों की खोज की जा सके।[16]

[इस परिभाषा मे यदि 'विश्लेषण' शब्द को व्यापक माना जाय और इसमे साख्यिकीय रीतियों को समाविष्ट माना जाय तो यह परिभाषा ठीक लगेगी अन्यथा नही।]

(१०) केन्डाल (Kendall)—'साख्यिकी वैज्ञानिक प्रणाली की वह शाखा है जो प्राकृतिक पदार्थों के समूहों के गुणों को गिनने व मापन करने से प्राप्त हुए आंकड़ो से सम्बन्ध रखता है।'[17]

[यह परिभाषा भी ठीक है और इस विज्ञान के क्षेत्र को पूर्ण रूप से आच्छादित कर लेती है। यह साख्यिकी की प्रकृति की ओर संकेत करती है परन्तु इसमे समंको के प्रयोग पर अधिक जोर दिया गया है।]

निष्कर्ष—सांख्यिकी की उचित परिभाषा

साख्यिकी की एक उपयुक्त परिभाषा निम्न हो सकती है :—

इस प्रकार स्पष्ट है कि इस विज्ञान की विभिन्न परिभाषायें विभिन्न विद्वानों द्वारा दी गई हैं। इसका मुख्य कारण यह है कि इसका क्षेत्र बहुत व्यापक है तथा दिन प्रतिदिन विकसित होता गया है।

'साख्यिकी एक विज्ञान और कला है जो सामाजिक, आर्थिक, प्राकृतिक व अन्य समस्याओं से सम्बन्धित समकों के सग्रहण, वर्गीकरण, सारणीयन, उपस्थिति-

---

15. 'Statistics is the science which deals with the method of collecting, classifying, presenting, comparing and interpreting numerical data collected to throw some light on any sphere of inquiry.' —*Seligman*
16. Statistics is the science and method of analysing groups of related numbers in order to discover their relationships and meanings —*Blair*
17. 'Statistics is the branch of scientific method which deals with the data obtained by counting or measuring the properties of populations of natural phenomena.' —*Kendall*

(२) सांख्यिकी के परिणाम असत्य सिद्ध हो सकते हैं यदि उनका बिना सन्दर्भ के किया जाय—सांख्यिकी के परिणाम को ठीक प्रकार से समझने के लिए परिस्थितियों को अच्छी तरह से जानना आवश्यक है। यदि परिस्थितियों को ठीक तरह से स्पष्ट न किया जाय या सन्दर्भ न दिया जाय तो निष्कर्ष अशुद्ध हो सकते हैं। उदाहरणार्थ यदि 'अ' व्यवसाय में तीन वर्षों का लाभ क्रमशः २०००, ३००० व ४००० रु० है और 'ब' व्यवसाय में उन्हीं वर्षों का लाभ ४०००, ३००० व २००० रु० है तो दोनों दशाओं में औसत ३००० रु० होगा और फल यह निकलेगा कि दोनों व्यवसायों की दशा एक सी है। परन्तु सन्दर्भ को देखने से पता चलता है कि बात ऐसी नहीं है। वास्तव में 'अ' व्यवसाय वर्ष प्रति वर्ष उन्नति कर रहा है और 'ब' व्यवसाय वर्ष प्रति-वर्ष अवनति कर रहा है।

(३) सांख्यिकी किसी समस्या के केवल संख्यात्मक स्वरूप का ही अध्ययन सकती है—*सांख्यिकी केवल ऐसी समस्याओं का अध्ययन करती है जिन्हें संख्या में* व्यक्त किया जा सकता है। सांख्यिकीय रीतियाँ उन तथ्यों के अध्ययन में प्रयोग नहीं होती हैं *जो संख्याओं में न मापी जा सकें। ऐसी बातें जो संख्या में प्रकट नहीं की जा* सकती हैं इस विज्ञान के अध्ययन का विषय नहीं हैं जैसे ईमानदारी, सभ्यता, बुद्धिमानी, न्याय, मित्रता आदि के विषय का अध्ययन सांख्यिकी का विषय नहीं है। परन्तु गरीबी व अमीरी का अध्ययन लोगों की आय से किया जाता है। इस दशा में इनके परिमाणात्मक पहलू (Quantitative aspects) का अध्ययन आँकड़ों द्वारा अप्रत्यक्ष रूप से करना पड़ता है—गुणात्मक पहलू (Qualitative aspect) का अध्ययन सम्भव नहीं है। स्वास्थ्य, मृत्यु-दर, आदि का मापन अप्रत्यक्ष रूप से एक काल्पनिक सीमा का निर्धारण करके ही सम्भव है।

यही विचार बाउले ने भी प्रकट किये हैं —

सांख्यिकी किसी अनुसंधान के किसी विभाग में तथ्यों का संख्या के रूप में प्रकटीकरण है जिन्हें एक दूसरे से सम्बन्धित रूप में प्रस्तुत किया जाता है।"

—बाउले

(४) सांख्यिकीय समंकों में एकरूपता और सजातीयता होना आवश्यक है—आपस में तुलना के लिये यह आवश्यक है कि जो आँकड़े एकत्रित किये गए हों व एक ही गुण को प्रकट करते हों, उनके मुख्य गुणों में कोई विशेष परिवर्तन वाछनीय नहीं है। उनमें प्रारम्भ से अन्त तक उच्च कोटि की स्थिरता आवश्यक है, तभी परिणाम ठीक होगा अन्यथा नहीं। उदाहरण के लिए यदि विशेष प्रकार की चीनी का भारत देश में किसी विशेष काल में औसत मूल्य निकालना है तो ठीक परिणाम प्राप्त करने के लिए आवश्यक है कि समस्त स्थानों पर उसी प्रकार की चीनी के मूल्यों को एकत्रित किया जाय। यदि ऐसा न किया गया तो परिणाम अशुद्ध होगा। इसी प्रकार भिन्न-भिन्न जाति के आँकड़ों की तुलना नहीं की जा सकती है। उदाहरण के लिए आयु में और मूल्य स्तर में तुलना सम्भव नहीं है।

(५) सांख्यिकी के नियम दीर्घ काल में तथा माध्यमिक रूप में सत्य होते हैं और औसत रूप में लागू होते हैं—भौतिक विज्ञान व अंकगणित के नियमों की तरह सांख्यिकी के नियम पूर्ण रूप से सत्य नहीं होते हैं। ये केवल सन्निकट प्रवृत्तियों (Approximate tendencies) को प्रकट करते हैं। उदाहरण के लिए यदि यह कहा जाय कि भारतीय काले होते हैं तो यह कथन एक प्रवृत्ति की ओर इंगित करता है। यह बात औसत रूप से ठीक है। सांख्यिकी के नियम अति शीघ्र सत्य नहीं होते इसमें काफी समय लगता है।

(६) सांख्यिकीय निष्कर्ष पूर्ण रूप से प्रामाणिक नहीं होते—सांख्यिकीय विवेचन से प्राप्त निष्कर्ष सर्वदा पूर्णतः सत्य नहीं होते। इसलिए इन पर आँख बन्द कर विश्वास नहीं कर लेना चाहिए। किसी समस्या के समाधान की अनेक रीतियाँ हो सकती हैं। सांख्यिकी भी उनमें से एक है। सांख्यिकी द्वारा प्राप्त फलों को अन्य रीतियों द्वारा प्राप्त फलों से मेल मिला कर ही सत्य मानना चाहिए।

इसके सम्बन्ध में प्रो० एफ० सी० मिल्स के निम्नांकित विचार हैं:—

"सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग साधन के रूप में बुद्धिमानी से करना चाहिए तथा सांख्यिकीय विवेचन से निकलने वाले निष्कर्षों के विवेचन में अत्यन्त सावधानी से काम लेना चाहिये।" —एफ० सी० मिल्स

(७) सांख्यिकी का उचित प्रयोग उसकी प्रणालियों को ठीक तरह से जानने वाला व्यक्ति ही कर सकता है—सांख्यिकी एक विज्ञान है और उसकी रीतियाँ वैज्ञानिक ढंग से बनाई गई हैं। एक साधारण व्यक्ति के लिये इसका उचित व ठीक प्रयोग कठिन है। केवल ऐसे व्यक्ति ही इसका उचित व ठीक प्रयोग कर सकते हैं जो सांख्यिकीय रीतियों और नियमों को ठीक तरह से जानते हों अन्यथा वे प्राप्त समंकों से कोई निष्कर्ष नहीं निकाल सकते हैं या बिल्कुल गलत निष्कर्ष निकालेंगे। अनजान के हाथ में यह महान अनिष्टकारी हो सकता है। इसीलिये यह कहा गया है 'समंक अयोग्य चिकित्सक के हाथ में दवा के समान हैं जिनका दुरुपयोग बड़ी सरलता से अनजान या अयोग्य व्यक्ति द्वारा हो सकता है।'[21]

(८) सांख्यिकी केवल साधन प्रस्तुत करती है समाधान नहीं—सांख्यिकी की यह सीमा प्रो० बाउले के कथन पर आधारित है। उनका कहना है कि सांख्यिक का कर्तव्य समंकों को एकत्रित करना तथा उन्हें उचित रीति से प्रदर्शित करना है उनका कर्तव्य निष्कर्ष निकालना नहीं है। इन विचारों का विरोध बहुत से सांख्यिकी के विद्वानों ने किया है। विरोधियों का कहना है कि यदि सांख्यिक निष्कर्ष नहीं निकालता है तो सांख्यिकी बेकार है। दोनों प्रकार के विचारों के अध्ययन करने के

---

21. 'Statistics like the medicine in the hands of quacks, are liable of easily being misused by ignorant or the inexpert.'

बाद यह निर्णय किया जा सकता है कि वास्तव में सांख्यिक का कार्य बिना पक्षपात या स्वार्थ के आँकड़ो का एकत्रित करना व उन्हें विभिन्न प्रकार आवश्यकतानुसार प्रदर्शित करना है ताकि उनके द्वारा उचित निष्कर्ष निकाले जा सकें और दुरुपयोग न होने पाये। इस सम्बन्ध में यह ठीक ही कहा गया है कि :—

"कभी-कभी सांख्यिकी का प्रयोग इस प्रकार किया जाता है जैसे कि शराबी एक बिजली के खम्बे को सहारे के लिए प्रयोग करता है न कि इसकी रोशनी को प्रयोग करने के लिये।"[22]

शराब के नशे में चूर व्यक्ति अन्धा सा हो जाता है वह इधर-उधर गिरकर गिरता है और यदि इसी लड़खड़ाहट में उसे बिजली का खम्भा मिल जाता है वह उस खम्भे से वह काम नहीं लेता है जिसके लिये कि वह खम्भा बनाया गया अर्थात् प्रकाश का प्रयोग करना वरन् वह इसके सहारे अपने को संभालने की कोशिश करता है। ठीक इसी प्रकार सांख्यिकी का प्रयोग इसीलिये करना चाहिए जिसके लिए यह है। इससे अप्रत्यक्ष रूप से कोई अनावश्यक तथा उल्टे निष्कर्ष नहीं निकालने चाहिये। सांख्यिकी की इस सीमा का सांख्यिकी के अध्ययन में काफी महत्व है।

सांख्यिकी 'विज्ञान' है या 'कला' ?

(Whether Statistics is a Science or an Art)

सांख्यिकी की पीछे दी हुई उपर्युक्त परिभाषा में यह वाक्य कि "सांख्यिकी एक विज्ञान और कला है" प्रयोग हुआ है अतः इसे समझने के लिए यह आवश्यक है कि पहले 'विज्ञान' व 'कला' का अर्थ समझ लिया जाय।

विज्ञान—विज्ञान किसी ज्ञान का नियमबद्ध समूह है।[23] यह कारण और परिणाम का विश्लेषण करता है तथा दोनों का सम्बन्ध प्रकट करता है। इसमें सामान्यीकरण (Generalization) और सूक्ष्मीकरण (Precision) की विशेषताएं होती हैं।

किसी ज्ञान की शाखा को 'विज्ञान' तभी कहा जा सकता है जब उसमें निम्न तीन गुण हों :—

(१) वह ज्ञान का नियमबद्ध अध्ययन हो तथा उसकी रीतियाँ क्रमबद्ध हो।
(२) उसके नियम, अखंड, सर्वमान्य, व्यापक तथा सार्वभौम हों।
(३) उसमें पूर्वानुमान की क्षमता हो।

ये सब गुण सांख्यिकी में पाये जाते हैं। विज्ञान के रूप में यह विभिन्न नियमों तथा पद्धतियों का भण्डार है। यह ज्ञान का क्रमबद्ध समूह है। इसकी उपयोगिता

---

22. "Sometimes Statistics are used as a drunkard uses a lamp, for support rather than for illumination."
23. Science is a body of Systematized Knowledge.

ससार म है। इसम अनेक नियम व आधारभूत सिद्धान्त पाये जाते हैं उदाहरणार्थ 'महाक जड़ता नियम' (Law of Inertia of Large Numbers)। यह नियम विश्व म सवत्र प्रयाग म आता है। अन्य विनाना की तरह इसके भी नियम बहुत व्यापक हैं। दिन प्रति दिन इस विज्ञान की उपयोगिता बढ़ती जा रही है। पूर्वानुमान सांख्यिकीय रीतियों म से एक रीति ही है। इस रीति की सहायता से ही जनसंख्या, मूल्य, आदि के बारे म पूर्वानुमान किये जाते हैं। इसस हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि सांख्यिकी को विनान कहना सर्वथा उचित है।

ऊपर दिये हुए विवरण के विपरीत कुछ वि.ाना का कहना है कि 'सांख्यिकी विज्ञान नहीं है यह एक वैज्ञानिक विधि है।'[24] इन विद्वाना म क्राक्सटन और काउडन का नाम उल्लेखनीय है। इनका इस प्रकार का विचार प्रकट करने का कारण यह है कि सांख्यिकी का प्रयोग सभी विनाना द्वारा किया जाता है। सांख्यिकी इतनी पूर्ण तथा विश्वसनीय प्रणाली है कि सभी विज्ञान अपने निष्कर्ष निकालने के लिए इसका प्रयोग करते हैं। चूँकि सभी विज्ञानों म इसका प्रयाग होता है अत इसे क्राक्सटन तथा काउडन ने विज्ञान की एक विधि कहा है। परन्तु इसका आशय यह नहीं है कि यह ऐक विज्ञान नहीं है। यह विज्ञान तो है ही और इतना पूर्ण विज्ञान है कि अन्य विज्ञान इसकी सहायता लेते हैं। शायद क्राक्सटन इस बात पर जोर डालना चाहते थे कि सांख्यिकी एक अत्यन्त महत्वपूर्ण विधि है जो अन्य विज्ञानों म प्रयोग होती है इसीलिए उन्होंने उपर्युक्त विचार प्रकट किये।

f. उपर्युक्त विचारों को देखते हुए यह अधिक अच्छा होता यदि क्राक्सटन तथा ाउडन ने यह कहा होता कि सांख्यिकी केवल एक विज्ञान ही नहीं है वरन यह एक ज्ञानिक विधि भी है।[25] इस वाक्य से सांख्यिकी को विज्ञान कहे जाने की बात पूर्णरूप द्वारा स्पष्ट होती है।

दि 'कला' का अभिप्राय क्रिया से है जबकि विज्ञान का ज्ञान (Knowledge) से। वज्ञान हम यह बतलाता है कि 'क्या है?' कला हम यह बतलाती है कि 'कैसे करें?' अन्यविज्ञान हमें किसी भी वस्तु का ज्ञान प्रदान करता है। कला हम किसी कार्य को करने —ा ढंग बतलाती है। सांख्यिकी म हम यह सीखते हैं कि सांख्यिकीय नियमों व 15 द्धान्तों का उपयोग समस्याओं के समाधान म कैसे किया जाय? इसम हम केवल र्देशांकों (Index Numbers) का बनाना ही नहीं सीखते बल्कि यह भी सीखते हैं क तुलना के लिए उन्ह कैसे प्रयाग म लाया जाय। इसी प्रकार हम केवल यही नहीं 16 ध्ययन करते हैं कि माध्य (Average) किस प्रकार से निकाले जाते हैं बल्कि यह भी खते है कि कौन सा माध्य किस ढङ्ग से एक विशेष उद्देश्य के लिए काम म लाया

---

17 [24] 'Statistics is not a science, it is a Scientific method.
— *Croxton and Cowdon*

[25] Statistics is not only a Science but is also a Scientific method.

जायेगा। यह कार्य कला का है। सांख्यिकी कला के रूप में विशिष्ट समस्याओं के सन्तोषजनक समाधान के लिए, नियमों, रीतियों तथा सूत्रों का प्रयोग करना बताती है जैसे बीमा कम्पनियाँ प्रब्याजि (Premium) की दर निर्धारित करने में मृत्यु तालिकाओं का प्रयोग करती हैं इसलिये हम कह सकते हैं कि सांख्यिकी कला है।

इस प्रकार हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि सांख्यिकी विज्ञान तथा कला दोनों है। इसके सैद्धान्तिक तथा व्यावहारिक दोनों पहलू हैं। इसका प्रयोग केवल ज्ञान प्राप्त करने के उद्देश्य से ही नहीं होता बल्कि तथ्यों को समझने तथा उनसे महत्वपूर्ण निष्कर्ष निकालने के उद्देश्य से भी किया जाता है जो भविष्य में आर्थिक तथा सामाजिक उन्नति का पथ प्रशस्त करते हैं। सांख्यिकी विज्ञान व कला दोनों है यह विचार चर्मन तथा हार्लेज ने भी प्रकट किये थे।

अन्य विज्ञानों से सम्बन्ध
(Relation with other Sciences)

आज के युग में सांख्यिकी का क्षेत्र बहुत व्यापक है। यह मानव जीवन के प्रत्येक अंग व क्षेत्र को प्रभावित करती है। वर्तमान काल में ज्ञान के लगभग सभी क्षेत्रों में सांख्यिकीय विधियों का उपयोग किया जाता है।

सांख्यिकी का गणित से सम्बन्ध (Relation of Statistics with Mathematics)

सांख्यिकी व गणित में बहुत घनिष्ट सम्बन्ध है। सांख्यिकी का आधार आँकड़े हैं जो अंक होते हैं और गणित का भी आधार अंक ही हैं। "सांख्यिकी व्यावहारिक गणित की एक शाखा है जो समकों में विशिष्टीकरण प्राप्त करती है।"[26] —कॉनर सांख्यिकीय सामग्री का विश्लेषण बिना गणित की सहायता के होना असम्भव है। सांख्यिकी के दो विभाग किये जा सकते हैं पहला सामग्री का संग्रहण और दूसरा समकों का विश्लेषण। दूसरे विभाग के लिये गणित का साधारण ज्ञान आवश्यक है। सांख्यिकी में माध्य निकालने, विचलन मालूम करने, सहसम्बन्ध निकालने तथा अन्तर्गणन व बाह्यगणन (Interpolation & Extrapolation) आदि करने में पग-पग पर गणित के ज्ञान की आवश्यकता अनुभव होती है सांख्यिकीय विवेचनाओं में बिन्दुरेखाओं (Graphs), चित्रों (Diagrams), लघुगुणक (Logarithms) आदि का पर्याप्त प्रयोग होता है और इनके प्रयोग के लिये गणित का सामान्य ज्ञान नितान्त आवश्यक है। गणित की सहायता से ही सांख्यिकी विज्ञान इतनी तेजी से और व्यवस्थित रूप में विकसित हो सका है। बताया जा चुका है कि गणित की सहायता से ही हम विज्ञान के महत्त्व और अवैज्ञानिक नियमों को ठीक बताया गया है। गणित के कई नियम जैसे

26 Statistics is the branch of applied Mathematics which Specializes in data

संभाविता सिद्धान्त (Law of Probability), जाँच और अशुद्ध रीति (Trial & Error Method) पर आधारित सांख्यिकी के कई नियम उदाहरणार्थ 'सांख्यिकीय नियमितता नियम' (Law of Statistical Regularity), 'महांक जड़ता नियम' (Law of Inertia of Large Numbers) बने हैं। सांख्यिकी विज्ञान के विकास में अनेक गणितज्ञों ने महत्वपूर्ण योग दिया है जिनमें से जेम्स बर्नोली (James Bernoulli), लेप्लेस (Laplase), गास (Gauss), फ्रांसिस गाल्टन (Francis Galton), नैप (Knapp) और कार्ल पियर्सन (Karl Pearson) आदि मुख्य हैं।

सांख्यिकी का अर्थशास्त्र से सम्बन्ध (Relation of Statistics with Economics)

सांख्यिकी और अर्थशास्त्र में अटूट सम्बन्ध है। आजकल बिना सांख्यिकी की सहायता के अर्थशास्त्र का ज्ञान अधूरा है। इस बात की सत्यता प्रसिद्ध अर्थशास्त्री प्रो० मार्शल के इस कथन से और प्रमाणित होती है।

"समंक वह तृण है जिनसे प्रत्येक अन्य अर्थशास्त्री की भाँति मुझे भी ईंटें बनानी पड़ती हैं।"[27]

इन दिनों सभी आर्थिक क्रियाओं का अध्ययन सांख्यिकी की सहायता से ही होता है। अर्थशास्त्र के लगभग सभी क्षेत्र में सांख्यिकी का प्रयोग अधिकाधिक होता जा रहा है। अर्थशास्त्र में अध्ययन की *आगमन-प्रणाली* (Inductive Method) समंकों की सहायता पर ही आश्रित है। सिद्धान्त व व्यवहार दोनों पक्षों के लिये अर्थशास्त्री को सांख्यिकी की सहायता लेना नितान्त आवश्यक है। आर्थिक नीतियों का क्या प्रभाव पड़ता है ? इस बात की जाँच के लिये सांख्यिकी ही उपयुक्त साधन है।

यह कथन, कि भारत स्वतंत्रता के उपरान्त अधिक धनी हो गया है, तभी प्रभावशाली हो सकता है जबकि इसे आँकड़ों से सिद्ध कर दिया जाय। इसी प्रकार जनसंख्या का घनत्व (Density of Population), उत्पादन की दर (Rate of Production), प्रति व्यक्ति वार्षिक आय (Per capita annual Income) आदि सभी सूचनायें आज के युग में आवश्यक हैं और इनमें सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग नितान्त आवश्यक है।

15 'उपयोगिता ह्रास नियम' (Theory of Diminishing Utility), उत्पत्ति ह्रास नियम (Theory of Diminushig Returns), 'माल्थस का जनसंख्या का सिद्धान्त' (Malthusian Theory of Population) आदि सभी नियमों की पुष्टि व स्पष्टीकरण के लिये सांख्यिकी का प्रयोग अनिवार्य है।

16. एक नया विषय 'अर्थमिति' (Econometrics) का प्रादुर्भाव हुआ है जिसमें आर्थिक नियमों की पुष्टि सांख्यिकीय ढंग से होती है। इस प्रकार हम इस निष्कर्ष

17. पर पहुँचते हैं कि इन दोनों विज्ञानों में अत्यन्त घनिष्ट सम्बन्ध है।

---

7. Statistics are the straws out of which. I, like every other economist, have to make bricks. —*Marshall*

सांख्यिकी का समाज-शास्त्रों व भौतिक विज्ञानों से सम्बन्ध (Relation of Statistics with Social and Physical Sciences)

अब सभी सामाजिक विज्ञानों तथा शुद्ध विज्ञानों से सांख्यिकी का सम्बन्ध हो गया है। विज्ञानों की कौन कहे अब तो साहित्य में भी समंकों का किया जाता है। प्राचीन सिद्धान्तों के खण्डन या मण्डन के लिए आंकड़ों की अत्यधिक उपयोगिता है। इसी प्रकार नए नियमों का प्रतिपादन सांख्यिकीय अध्ययन पर ही आधारित किया जा सकता है। राजनीति, भूगोल, इतिहास, नीतिशा मनोविज्ञान सभी में विवेचन और अनुसंधान सांख्यिकी की सहायता से सम्भव है।

इसी प्रकार भौतिक शास्त्र, जीव शास्त्र, प्राण-विज्ञान, रसायन शास्त्र, खगोल शास्त्र, ज्योतिष शास्त्र, कृषि शास्त्र, आदि के सिद्धान्तों के प्रतिपादन व विश्लेषण लिये सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग अनिवार्य है। यह कहना कोई अतिशयोक्ति नहीं है कि बिना सांख्यिकी की सहायता के इन सभी विज्ञानों की प्रगति रुक जायगी। ज्योतिष शास्त्र में 'न्यूनतम वर्गों की रीति' (Method of least squares) का प्रयोग नक्षत्रों की स्थिति का समुचित ज्ञान प्राप्त करने के लिये होता है। जीव विज्ञान में परम्परा से सन्तानों में आने वाले गुणों का विश्लेषण करने के लिए सांख्यिकी रीतियों का प्रयोग अनिवार्य है। अन्तरिक्ष विज्ञान-वेत्ता (Meteorologist) सूर्य धब्बों और तापक्रम में इसी की सहायता से सम्बन्ध निकाल सकता है।

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि आज के विकासवादी युग में इस विज्ञान का लगभग सभी प्रमुख विज्ञानों से सम्बन्ध है और इसीलिये कहा भी जाता है कि 'समंकों के बिना विज्ञान निष्फल है, बिना विज्ञान के समंक निर्मूल है।'[28]

सांख्यिक तथा उसके कार्य

(Statistician and his Functions)

वह व्यक्ति जो किसी अनुसन्धान के सम्बन्ध में उचित निष्कर्ष निकालने लिये सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग करता है, सांख्यिक कहलाता है।

सांख्यिक के लिये अत्यन्त आवश्यक है कि पक्षपात की भावना न रखे अपने उद्देश्य को ठीक तरह से समझे। सांख्यिकीय रीतियों का उचित ज्ञान भी लिये परमावश्यक है। उसे अनेक व्यक्तियों तथा संस्थाओं से काम पड़ता है और लिए आवश्यक है कि वह उनका पूर्ण सहयोग प्राप्त करे। यदि वह उनका सहयोग प्राप्त न कर सका तो उसका कार्य असम्भव हो जायेगा अथवा उसके परिणाम होंगे। सांख्यिक को अनुभव प्राप्त तथा व्यवहार बुद्धि युक्त होना चाहिए। विद्वान नोरथंपर ने सांख्यिक के विषय में लिखा है —

---

28 'Science without statistics bear no fruit, statistics sciences have no root

"अत: सांख्यिक का कर्तव्य आंकडे एकत्रित करने और गणनायें करने से कहीं आगे है। आंकडे स्वय नहीं बोलते, और सांख्यिक ही वह व्यक्ति है जिसे ीय परिणामो का निर्वचन करना तथा उनके अर्थों की खोज करना है।"[2]

सांख्यिक के कार्यों को मुख्यत चार भागो म बाँट सकते है—(१) निरीक्षण २) सग्रहण (३) विश्लेषण (४) निर्वचन।

(१) निरीक्षण (Observation)—यह सांख्यिक का प्रारम्भिक कार्य है। ।८ म सांख्यिक यह विचार करता है कि उसका अनुसधान का उद्देश्य क्या है? फर अपने समय, आर्थिक परिस्थितियों तथा अन्य उपलब्ध साधना व आधार वह अनुसधान का क्षेत्र, समय, शुद्धता की मात्रा, सग्रहण की प्रणाली आदि नश्चित करता है। इस समय वह यह तय करता है कि वह इस कार्य को करने म कन और कैसे व्यक्तियों की सहायता लेगा। फिर वह उनकी नियुक्ति करता है।

(२) सग्रहण (Collection)—इन सब कार्यों के करन के उपरान्त वह के सकलन म प्रवृत्त होता है। इसम पूर्व निश्चित सग्रहण की प्रणाली के आंकडे एकत्रित करता है।

(३) विश्लेषण (Analysis)—सांख्यिक के इस कार्य का क्षेत्र बहुत व्यापक , विस्तृत है। इकट्ठे किये हुए आंकडो को सांख्यिक क्रमबद्ध करता है और इस ं म वह गुणों के आधार पर आंकडों को अलग-अलग रखता है। फिर सारणियो रखकर उनका औसत निकाल कर या चित्रों या बिन्दु रेखाओ द्वारा उनको प्रस्तुत है। तत्पश्चात् उन्हें दूसरी श्रेणियों से तुलना करने योग्य बनाता है और उनम ५ स्थापित करता है।

(४) निर्वचन (Interpretation)—यह सांख्यिक का अन्तिम परन्तु सबसे ं कार्य है। इसी परिणाम को प्राप्त करने के उद्देश्य से सांख्यिक आंकडो को । करता है तथा इतनी परेशानियाँ झेलता है। आंकडो के विश्लेषण के बाद उनसे परिणाम निकालता है। ये निष्कर्ष उसके अनुसधान पर समुचित । डालते हैं।

रोड्स (Rhodes) ने सांख्यिक के तीन प्रमुख कार्य बतलाए हैं—(१) समंका सकलन (२) विश्लेषण और (३) निर्वचन। यदि सकलन को व्यापक अर्थों म लिया जाय तो ये तीन कार्य सांख्यिक के पर्याप्त कार्य हैं अन्यथा उसके चार (जिनका वर्णन किया जा चुका है) आवश्यक हैं।

[2] 'The duty of the statistician, therefore, goes much beyond collecting data and making calculations Facts do not speak for themselves, and it is the statistician who must interpret the statistical results to discover their meanings"

—*Neiswanger.*

Standard Questions

1 Examine critically the important definition of statistics pointing out the one which you think the best (*B Com Agra 1952*)

2 Statistics is the science of averages. Do you agree with this view? If not, give reasons and suggest a proper definition

3. What are statistical methods? Explain their scope and limitation (*B Com Agra 1913*)

4 Critically examine the following definitions of Statistics '(a) Statistics is the science of counting" (b) 'Statistics is the science of averages (c) "Statistics is the science of the measurement of social organism in all its aspects' (*B Com Agra, 1943*)

5 'Statistics are aggregates of facts, affected to a marked extent by a multiplicity of causes numerically expressed, enumerated or estimated according to a reasonable standard of accuracy, collected in a systematic manner for a predetermined purpose, and placed in relation to each other.'
Discuss the above statement (*B Com Raj, 1955*)

6 "By statistics we mean quantitative data affected to a marked extent by multiplicity of causes" Explain (*M Com. Agra 1918*)

7 Explain and illustrate how statistical methods tend to clarify thought, accuracy of estimate, verification of theories and discovery of relations (*B Com Agra, 1917*)

8 "Sciences without statistics bear no fruit statistics without sciences have no root."
Explain the above statement with necessary comments (*M A Patna, 1943*)

9. Explain the subject matter, scope and limitations of statistical studies (*B Com. Agra and Rajasthan, 1918*)

10 Statistics is said to be both a science and an art why? What relation if any, has statistics with other sciences? (*B Com Agra, 1949*)

11 Explain the scope of the science of statistics and its relationship to other sciences (*B Com Agra, 1950*)

12 'Statistics affects everybody and touches life at many points It is both a science and an art.' Explain the above statement with appropriate examples (*B Com Agra, 1916, 1959 B Com, Allahabad 1952*)

13 Write an essay on the relationship of Economics, Mathematics and Statistics

14 Discuss the scope and limitations of the science of statistics (*B Com Rajasthan & Lucknow, 1956*)

15 "Statistics is the science of counting Give the important uses and limitations of statistics (*B Com Madras*)

Define Statistics and show how in modern times various sciences benefit by its use (*B Com Agra 1954*)

Explain clearly what you understand by science of statistics Discuss its scope and limitations (*B Com, Ald 1944*)

Explain the limitations of statistics and discuss its relationship with Economics and other social sciences (*M A, Agra 1949*)

' Statistical methods include all those devices of analysis and synthesis by means of which statistics are scientifically collected and used to explain or describe phenomena either in their individual or related capacities " Secrist

Explain the above statement (*B Com Nagpur, 1945*)

Define 'Statistics and point out the main difficulties that a statistician has to face as compared with physicist or a chemist (*B Com. Allahabad 1953*)

"Statistics are numerical statements of facts in any department of inquiry, placed in relation to each other (Bowley) Comment on this statement and explain the limitations of statistics in economic analysis (*M A Agra, 1956, 1959*)

Trace briefly the development of the science of statistics from its primitive form to its present Complex status and estimate its increasing importance to economics (*M A Agra, 1959*)

' Sometimes Statistics are used as a drunkard uses a lamp post for support rather than for illumination " Explain the limitations of statistics in the light of this statement (*B Com Allahabad 1958*)

"Statistics are the science of measurement of social organism regarded as a whole in all its manifestations ' A. L. Bowley Examine critically the above definition of statistics given by Prof Bewley and in the light of your criticism give a more appropriate definition of statistics (*B Com, Alld & Raj 1959, 1957*)

Explain the limitations of the u e of statistical methods (*M Com Agra, 1955*)

Statistics is not a science it is a scientfic method Discuss it critically examining the scope, utility and limitations of statistics (*M A. Agra, 1951*)

What are the chief characteristics of data, which may form the subject matter of statistics ? In the light of your statement, discuss limitations of the science of statistics in regard to its scope and utility (*B Com. Lucknow, 1954*)

अध्याय ३

सांख्यिकी के कार्य, उपयोगिता, महत्व एवं दुरुपयोग

(Functions, Uses, Importance and Distrust of Statistics)

सांख्यिकी के कार्य (Functions of Statistics)

"सांख्यिकी का मौलिक सिद्धान्त यह है कि 'यह अज्ञानता, ... निरंकुश सत्ता, निराधार व अपरिपक्व निर्णय, परम्परायें व रूढ़िवादी सिद्धान्तों ... क्षेत्र को हटाकर ऐसे क्षेत्र की वृद्धि करता है जहां विश्लेषण किये गये ... तथ्यों के आधार पर निर्णय किये जाते हैं और सिद्धान्त बनाये जाते हैं।"[1]

—राबर्ट डब्ल्यू

आज के युग में सांख्यिकी विज्ञान के कार्य बहुत व्यापक एवं महत्वपूर्ण हैं मानव जीवन के प्रत्येक अंग को यह विज्ञान प्रभावित कर रहा है। सांख्यिकी के ... बहुत हैं। एक महत्वपूर्ण समाज विज्ञान के रूप में सांख्यिकी मानव ज्ञान के विकास सराहनीय योग दे रही है। नीचे इसके प्रमुख महत्वपूर्ण कार्यों का वर्णन किया गया

(१) विभिन्न तथ्यों को संख्या के रूप में प्रकट करती है (... expresses facts in numbers)—सांख्यिकी का प्रमुख कार्य तथ्यों सम्बंधित संख्याओं को प्रकट करना है। कुछ तथ्यों को संख्या द्वारा ... से प्रकट किया जाता है क्योंकि उनके लिए आंकड़े एकत्रित किये जा सकते परन्तु कुछ तथ्य ऐसे होते हैं जिनके लिए संख्याओं का प्रयोग कठिनाई के साथ ... जाता है जैसे राष्ट्रीय आय, इसे अप्रत्यक्ष रूप से संख्या द्वारा प्रकट किया जाता है।

(२) सांख्यिकी जटिलता को सरल बनाती है (Statistics ... Complexities)—यदि एकत्रित किए हुए आंकड़े तितर-बितर पड़े हों तो ... दशा में उनमें इतनी विषमता व जटिलता होगी कि किसी भी व्यक्ति के लिये ... कुछ भी समझना कठिन होगा। सांख्यिकी का सबसे प्रमुख कर्तव्य है कि वह ...

---

1. "The fundamental gospel of statistics is to push back the main of ignorance, prejudice, rule of thumb, arbitrary or premature decisions, traditions and dogmatism and to increase domain in which decisions are made and principles forumalated on the basis of analysed quantitative facts.

—*Robert W. Bugess.*

आँकड़ों का वर्गीकरण, सारणीयन तथा विश्लेषण द्वारा अत्यन्त सरल व सर्वसामान्य के समझने योग्य बनावे। उदाहरण के लिये यदि दो स्थान के लोगों की मासिक आय सम्बन्धी पूरे आँकड़े एकत्रित हों परन्तु वे बिखरे पड़े हों और उनका ठीक प्रकार से वर्गीकरण व सारणीयन न किया जाय तथा औसत न निकाला जाय या रेखाचित्रों या चित्रों द्वारा न प्रस्तुत किया जाय तो उनमें कोई लाभ नहीं होगा। सांख्यिकीय रीतियों के प्रयोग द्वारा ही उन्हें लाभप्रद बनाया जा सकता है। सांख्यिकी अव्यवस्थित समंकों को व्यवस्थित रूप प्रदान करती है ताकि वे आसानी से अर्थ प्रकट कर सकें और उन्हें उपयोग में लाया जा सके।

"एक जटिल समूह के सांख्यिकीय अनुमान का यह उद्देश्य होता है कि साधारण प्रयत्न द्वारा मस्तिष्क समस्त समूह के महत्व को समझ सके।" —प्रो० बाउले

(३) सांख्यिकी व्यक्तिगत अनुभव व ज्ञान की वृद्धि करती है (**Statistics enlarges individual experience and knowledge**)—सांख्यिकी अन्य विज्ञानों की तरह मनुष्य के ज्ञान व अनुभव की वृद्धि करती है।[2] मनुष्य इसकी सहायता से अपनी योग्यता व शक्तियों का विकास करता है। इस विज्ञान की सहायता से कोई भी व्यक्ति किसी भी समय भारत की राष्ट्रीय आय का अनुमान लगा सकता है। और वह अनुमान बहुत अंशों में ठीक होगा—यदि तत्सम्बन्धी आँकड़े ठीक तरह से प्राप्त किये गए हों और नियमों का ठीक तरह से पालन किया गया हो। सांख्यिकी की सहायता लिए बिना हमारे बहुत से विचार अस्पष्ट और निराधार रहते हैं—उनमें स्पष्टता और दृढ़ता नहीं आ पाती।

(४) सांख्यिकी सरल किये हुये आँकड़ों की तुलना करती है और सम्बन्ध मापन करती है (**Statistics compares the simplified data and *measures their relationship***)—सरल किये हुए आँकड़ों का तब तक कोई महत्व व उपयोगिता नहीं जब तक कि उसी प्रकार के दूसरे आँकड़ों से उनकी तुलना न की जाय और उनमें सम्बन्ध स्थापित न किया जाय। संसार में कोई भी वस्तु अच्छी या बुरी, अधिक या कम सापेक्षित रीति से है। उदाहरण के लिए 'अ' शहर में लोगों की औसत आयु ३० वर्ष है। केवल इतनी जानकारी हमारे लिये कोई विशेष महत्व नहीं रखती। कुछ लोग यह कह सकते हैं कि यह आयु बहुत कम है। कुछ यह कहेंगे कि यह आयु बहुत अधिक है और कुछ यह कहेंगे कि यह आयु सामान्य है। परन्तु यदि यह पता चल जाय कि 'ब' शहर में लोगों की औसत आयु ४५ वर्ष है तो शीघ्र ही इस फल पर पहुँच जायेंगे कि 'ब' शहर की परिस्थितियाँ जीवन के लिए अधिक अच्छी हैं और वहाँ के लोगों की औसत आयु 'अ' शहर के लोगों की औसत आयु से डेढ़ गुनी है। अतः तुलना करने में सांख्यिकी अत्यन्त सुविधा प्रदान करती है।

---

2 "The proper function of statistics, indeed, is to enlarge experience. —*Bowley*

(५) सांख्यिकी दूसरे विज्ञानों के नियमों की जांच करती है (**Statistics tests the laws of other sciences**)—विज्ञानों के प्राचीन नियम निगमन-प्रणाली (Deductive Method) पर आधारित होते हैं। सांख्यिकी की सहायता से उन नियमों की सत्यता की जांच आँकड़े एकत्रित करके की जाती है। आवश्यकतानुसार उन नियमों में परिवर्तन भी किये जाते हैं। सांख्यिकीय रीतियों से अन्य विज्ञानों में नये नियमों का निर्माण होता है। ये नियम सांख्यिकी की सहायता से अच्छी तरह से जाँच लिये जाते हैं। इस प्रकार जो नियम सांख्यिकी की सहायता से बनते हैं उनमें स्थिरता रहती है और वे सार्वभौम होते हैं।

(६) सांख्यिकी नीति के निर्माण में पथ प्रदर्शन करती है (**Statistics guides in the formation of policies**)—*प्रत्येक क्षेत्र में जहाँ आँकड़े मिलते हैं* नीति को निश्चित करने में सरलता होती है। सांख्यिकीय सामग्री के वैज्ञानिक विश्लेषण के द्वारा नीति का निर्माण होता है। कोई देश किसी वर्ष किस वस्तु का कितना आयात करे और किसी वस्तु का कितना निर्यात करे—यह समुचित आँकड़ों के उपलब्ध होने पर ही निश्चित किया जा सकता है। समंकों की सहायता से ही डा० एंजिल (Dr. Engel) ने *पारिवारिक बजट (Family Budget) बनाया और जीवन स्तर के विषय* में कई नीतियाँ निश्चित कीं। सरकारें आँकड़ों की सहायता से ही कर नीति, ब्याज-नीति आदि निश्चित करती हैं। किसी वस्तु का उत्पादन किस गति से बढ़ाया जाय या घटाया जाय आदि अनेक नीतियों का निर्माण समंकों पर ही आधारित किया जाता है।

(७) सांख्यिकी विस्तार को अनुभव करने की योग्यता प्रदान करती है (***Statistics enables realization of magnitude***)—*कोई भी बात जब* सांख्यिकी की सहायता से व्यक्त की जाती है तो अधिक स्पष्ट तथा प्रभावशाली होती है। साथ ही साथ उसकी सहायता से अनेक बातों का पता चलता है। उदाहरणार्थ, भारत की जनसंख्या १९५१ में ३६ करोड़ थी और १९४१ से लेकर १९५१ तक इन दस वर्षों में ४२ लाख व्यक्ति प्रति वर्ष की दर से बढ़े अर्थात् एक दिन में *११,५०० व्यक्ति बढ़े। इससे यह बात और स्पष्ट हो जाती है* और विचारों की स्पष्टता के कारण मनुष्य विस्तार को तीव्रता से अनुभव करने लगता है। इस सम्बन्ध में लार्ड केल्विन का कथन महत्त्वपूर्ण है:—

"जिस विषय की बात आप कर रहे हैं यदि आप उसे माप सकते हैं तथा संख्या में प्रकट कर सकते हैं तो आप उसके विषय में कुछ जानते हैं, *जब आप उसे माप नहीं सकते, तथा आप उसे संख्या में प्रकट नहीं कर सकते तो आपका ज्ञान अल्प तथा अपर्याप्त है।*" —लार्ड केल्विन

(८) सांख्यिकी वर्तमान तथ्यों का अनुमान करती है और भविष्य के लिये पूर्वानुमान करती है (**Statistics estimates for the present and forecasts for the future**)—सांख्यिकी अपनी विभिन्न रीतियों द्वारा वर्तमान तथ्यों पर पूर्णरूप से प्रकाश डालते हुए अध्ययन करती है। पर केवल इतना ही नहीं है इसके

लिए आय-व्यय क (Budget) तैयार करती है। आजकल अधिकतर सरकारें लोक कल्याणकारी कार्यों मे सलग्न हैं। इसके लिये ठीक-ठीक आर्थिक परिस्थितियो और सामाजिक दशा का ज्ञान आवश्यक है। सामाजिक दशा को अधिक अच्छा बनाने के लिये स्वास्थ्य, शिक्षा आदि की अच्छी व्यवस्था करनी पड़ती है और ये सभी कार्य समुचित आँकड़ो के आधार पर ही किये जा सकते हैं।

(४) व्यवसाय और वाणिज्य मे बहुत सहायक (**Invaluable in Business and Commerce**)—शासन प्रबन्ध को सुचारु रूप से चलाने के लिये जैसे साख्यिकी बहुत आवश्यक है उसी प्रकार व्यवसाय तथा वाणिज्य को सफलतापूर्वक चलाने के लिये साख्यिकी नितान्त आवश्यक है। अच्छे व्यापारियो के लिये यह जान लेना आवश्यक है कि किन चीजो का वे व्यापार करते हैं उनकी माँग कहाँ और कैसी है? भविष्य मे मूल्य बढ़ने की आशा है या घटने की? पूर्ति की क्या दशा है? उस वस्तु के बारे म सरकार की नीति कैसी है? ये सभी बातें बहुत कुछ साख्यिकी के आधार पर ही जानी जा सकती हैं।

किसी भी व्यवसाय मे अनुमानो व संभावनाओ का महत्वपूर्ण स्थान है। कारण यह है कि व्यवसायी इन्ही संभावनाओ व अनुमानो के आधार पर कोई भी कदम उठाता है। माल के बिकने की सभावना का अनुमान लगाकर व्यापारी माल खरीदता है और माँगो व अनुमानों के अनुसार ही वह माल को अपने पास रखता है तथा उसका मूल्य निर्धारित करता है। व्यवसाय सम्बन्धी पिछले आँकड़ो के आधार पर व्यवसायी यह सरलता से जान लेता है कि किस प्रकार के माल की खपत किस भू भाग मे होगी और इसी ज्ञान के आधार पर अपने व्यावसायिक क्षेत्र मे कदम बढ़ाता है। फिर किसी व्यवसाय से सम्बन्धित पिछले आँकडो के द्वारा खर्च, बिक्री, कच्चे मालो की प्राप्ति का साधन, बाजार की सुविधायें आदि के विषय म पूर्ण जानकारी प्राप्त होती है। यह जानकारी उस प्रमुख व्यवसाय की वृद्धि के लिये तथा उसी प्रकार के अन्य व्यवसायों के प्रारम्भ म बहुत सहायक होती है। साख्यिकी की सहायता से माँग व पूर्ति का अनुमान किया जा सकता है और इसी आधार पर उत्पादन को घटाया या बढ़ाया जा सकता है। यदि माँग कम होने की सभावना है तो चतुर व्यापारी उत्पत्ति को कम कर देता है और इसके विपरीत यदि माँग के बढ़ने की आशा है तो वह उत्पादन को बढ़ाकर तत्कालीन परिस्थितियो से लाभ उठा लेता है। साख्यिकी की सहायता से गत अनुभवों से बहुत लाभ उठाया जा सकता है। इसी के आधार पर व्यापारी शुद्ध अनुमान करता है, जो उसके प्रत्येक कार्य के लिये अत्यन्त आवश्यक है।

किसी बड़े कारखाने में उत्पत्ति नियोजन (Production Planning) वैज्ञानिक प्रबन्ध का एक महत्वपूर्ण भाग है। पीछे के आँकड़े व्यवसायी को कार्य क्षमता प्रदान करत है तथा त्रुटियो व भूलो की ओर सकेत करते हैं। कारखाने के विभिन्न विभागो उदाहरणार्थ बिक्री, कच्च माल की खरीद, विज्ञापन आदि म पूर्ण समन्वय स्थापित

करना भी आँकड़ों की सहायता से ही संभव है। किसी विभाग की आवश्यकताओं का अनुमान लगाकर कच्चे माल, आवश्यक औजार, श्रम आदि की पूर्ण व्यवस्था की जाती है ताकि कार्य बिना किसी बाधा के सुचारु रूप से चलता रहे।

*आज के युग में व्यापार बहुत जटिल हो गया है। व्यापार में अत्यधिक प्रति*स्पर्धा दिखाई देती है। ऐसी दशा में उच्चकोटि के नियंत्रण व प्रबन्ध की आवश्यकता उत्पन्न हो गई है। इस आवश्यकता की पूर्ति के लिये आँकड़ों के प्रयोग की महत्ता और भी बढ़ गई है। व्यवसाय के लिये इस विषय की महत्ता बोडिंगटन के इन शब्दों से स्पष्ट अंकित होती है 'वर्तमान समय में किसी व्यवसाय में सफलता प्राप्त करने के लिये व्यवसायी को उस माल के उत्पादन क्रय व विक्रय तथा आयात व निर्यात से सम्बन्धित सभी समस्याओं का अध्ययन आवश्यक है जिसका वह व्यवसाय करता है।'[3]

इतना ही नहीं उसे क्रय-विक्रय का उचित समय, उचित मूल्य तथा स्थान जानना चाहिये। अपने माल की माँग को तीव्रता प्रदान करने तथा नये माल की *माँग उत्पन्न करने के उपाय जानने चाहिये और यह सभी जानकारियाँ सांख्यिकी द्वारा* ही प्राप्त की जा सकती हैं।

व्यापार के प्रबन्ध में सांख्यिकी बहुत ही उपयोगी है। प्रति घन्टा उत्पादन प्रति वस्तु लागत, उत्पादन में व्यर्थ होने वाले कच्चे माल की प्रतिशत दर आदि आँकड़ों के आधार पर व्यवसायी व्यवसाय के एक समय की स्थिति से दूसरे समय की स्थिति की तुलना करके उपयोगी जानकारियाँ प्राप्त कर सकता है। इन सूचनाओं के आधार पर वह शीघ्रता से पता लगा सकता है कि किस विभाग का कार्य ठीक तरह से चल रहा है? कहाँ गड़बड़ी है तथा उसे कैसे सुधारा जा सकता है? व्यवसायों जैसे बीमा कम्पनियों, रेलवे कम्पनियों, बैंकों आदि के लिए सांख्यिकी बहुत उपयोगी है। प्रो० नीसवैंगर (Prof. Neiswanger) के अनुसार 'किसी तथ्यों अनुसंधान के एक विशेषज्ञ का कहना है कि व्यवसायियों के अपनी स्वतन्त्र इच्छा से किये हुए *निर्णयों में ४२ प्रतिशत निर्णय गलत निकले क्योंकि तथ्यों को एकत्रित* तथा उनके विश्लेषण से दूसरा निष्कर्ष निकलता था।" बड़ी बड़ी औद्योगिक संस्थायें सम्बन्धित *आँकड़ों को एकत्रित करने तथा उनका विश्लेषण करने के लिये 'सांख्यिकीय* विभाग' खोलती हैं। यह विभाग आवश्यक सलाह व सुझाव देता है। इस व्यवसाय में सांख्यिकी की उपयोगिता पग-पग पर है।

(५) निरीक्षण में सहायक (Aid to Supervision)—आज के युग में प्रत्येक संस्था यह प्रयत्न करती है कि कम खर्च में काम सुन्दरतापूर्वक

---

3 "In order to succeed in any business to-day, the businessman study all the factors which enter into production, buying and selling, exporting and importing of goods in which he deals"
—*Boddington*

चले। सांख्यिकी की सहायता से यह संभव है। आँकड़ों की सहायता से निरीक्षण की योजना इस प्रकार बनायी जा सकती है कि कम खर्च में उचित निरीक्षण हो सके। आधुनिक युग में श्रमिक और श्रमदाता में बहुत दूर का सम्बन्ध हो गया है और इसी कारण कार्य की देखभाल के लिये इस विज्ञान की सहायता अनिवार्य हो गई है। नई नई योजनायें काम में लाई जाती हैं और वे तभी बनाई जा सकती हैं या अच्छे ढग से चलाई जा सकती हैं जब तत्संबन्धी विश्वासनीय आँकड़े प्राप्त हों।

(६) परिमाण सम्बन्धी अध्ययन में अनिवार्य (**Essential in Quantitative Study**)—वैसे तो सांख्यिकीय रीतियाँ किसी भी प्रकार के अध्ययन में विचारों में स्पष्टता व दृढ़ता लाने के लिए प्रयोग में लाई जा सकती हैं और होने भी लगी हैं परन्तु जहाँ परिमाण सम्बन्धी या संख्या सम्बन्धी अध्ययन हो वहाँ इनका प्रयोग अनिवार्य हो जाता है। ऐसी दशा में बिना इस विज्ञान की सहायता के अध्ययन असंभव है।

(७) सांख्यिकीय रीतियों का वृहद प्रयोग (**Extensive Application of Statistical Methods**)—सांख्यिकी का प्रयोग आधुनिक युग में सर्वत्र होता है। सामान्य मनुष्य के दैनिक जीवन में इस विज्ञान का महत्वपूर्ण स्थान है और साथ ही साथ उच्च ज्ञान की विभिन्न शाखाओं में भी इसका प्रयोग अनिवार्य रीति से काफी होता है। विद्वानों को अपने विचारों के पुष्टीकरण की आधार-भूमि इसी के प्रयोग से मिलती है। किसी भी विचारधारा को अधिक मान्य व लोकप्रिय बनाने के लिये तत्सम्बन्धी आँकड़ों का देना बहुत आवश्यक हो गया है और फलस्वरूप इस विज्ञान का प्रयोग बहुत हो रहा है।

(८) वैज्ञानिक ज्ञान का विस्तार करती है (**It Extends the Scientific Knowledge**)—तुलनात्मक माप निश्चित करके प्रवृत्तियाँ प्रदर्शित करती है तथा आपेक्षिक तथ्यों (Relative facts) का सम्बन्ध प्रकट करती है। वैज्ञानिकों को अपने अनिश्चित व भ्रमपूर्ण अनुमानों व विचारों को शुद्ध करने तथा परिमाणात्मक विषयों में, सम्बन्ध स्थापित करने में आँकड़ों की सहायता लेनी पड़ती है। लगभग सभी विज्ञानों के सिद्धान्तों के प्रतिपादन तथा पुष्टीकरण के लिये सांख्यिकीय रीतियों को प्रयोग में लाया जाता है और इस प्रकार सांख्यिकी वैज्ञानिक ज्ञान के विस्तार में बहुत सहायक है। अर्थशास्त्री राष्ट्रीय अर्थव्यवस्था, उत्पादन, व्यवसाय की मात्रा, द्रव्य की क्रय-शक्ति आदि का अध्ययन करने के लिये आँकड़ों पर निर्भर रहता है। इसी प्रकार अन्य विज्ञानों का बहुत कुछ विकास इस विज्ञान की सहायता से ही संभव हो सका है। एक समाजशास्त्री (Sociologist) सांख्यिकीय सामग्री की सहायता से शराब की बिक्री व अपराधों के बढ़ने में सम्बन्ध स्थापित करने का प्रयत्न करता है। इस प्रकार लगभग सभी विज्ञानों के लिए इस विज्ञान का ज्ञान और सहायता अनिवार्य है।

(क) परिभाषा सरल व स्पष्ट—इकाई की परिभाषा सरल व स्पष्ट होनी चाहिये ताकि उसके विषय में किसी प्रकार का संदेह उत्पन्न न होने पाये। हो सकता है कि एक ही शब्द के कई अर्थ निकलते हो। ऐसी दशा में कौन सा अर्थ मान्य होगा प्रारम्भ में ही निश्चित कर लेना चाहिए। उदाहरण के लिये भारत में विशेषतः उत्तरी भारत में नाज को तोलने की इकाई मन प्रयोग में आती है परन्तु इसका माप कहीं कुछ और कहीं कुछ है। इसलिये प्रारम्भ में ही निश्चित हो जाना चाहिए कि मन का कौन सा माप स्वीकार किया जायेगा।

(ख) निश्चित—इकाई का निश्चित होना भी अत्यन्त आवश्यक है। ऐसी इकाई जिसमे निश्चितता नहीं है प्रयोग नहीं की जानी चाहिए। जैसे हमारे देश मे कुछ भागो मे कपडे को 'हाथ' की इकाई मे भी नाप लेते हैं परन्तु इसमे कोई निश्चितता नहीं है इसलिये जो लोग इसका प्रयोग नहीं जानते वह इस माप को निश्चित नहीं कर पायेंगे और 'हाथ' किसी का छोटा और किसी का बडा होगा।

(ग) स्थायी—इकाई ऐसी होनी चाहिये जिसका मूल्य स्थिर हो। यदि इसमें उतार चढाव होता रहा हो तो अनुसंधान पर इसका बहुत बुरा प्रभाव पडेगा और निष्कर्ष गलत होगा।

(घ) सर्वमान्य—एकक ऐसा होना चाहिए जो पूरे अनुसंधान के क्षेत्र मे प्रयोग मे आता हो। ऐसा न हो कि कुछ भाग मे वह प्रयोग मे हो और शेष भाग मे दूसरा। जैसे उत्तर प्रदेश मे नाज की तौल मन सेर मे ही होती है। यदि 'धडी' का प्रयोग किया जाय तो बडी असुविधा होगी क्योंकि केवल कुछ भागो मे ही यह इकाई प्रचलित है।

(ङ) उपयुक्त—इकाई का अनुसंधान के उपयुक्त होना बहुत आवश्यक है। जैसे जिन वस्तुओ को जिस इकाई मे नापने का प्रचलन हो वही इकाई ठीक रहेगी। फिर यदि जाँच बहुत बडे पैमाने पर हो तो इकाई की मात्रा बडी और यदि छोटे पैमाने पर हो तो इकाई की मात्रा छोटी होनी चाहिए।

(च) तुलनीय—इकाई ऐसी चुनी जानी चाहिए जिससे अन्य श्रेणियो (Series) से तुलना संभव हो सके। यदि आंकडे तुलनीय न हो सकें तो उनकी उपयोगिता इतनी नहीं होती है।

एकक के प्रकार—एकक निम्न प्रकार के हो सकते हैं —

(क) अनुमान या गणना के एकक (Units estimation or enumeration)

(ख) विश्लेषण और निर्वचन के एकक (Units of analysis and interpretation)

(क) अनुमान या गणना के एकक

ये एकक आंकडो को एकत्रित करने मे प्रयोग मे लाये जाते है। ये दो प्रकार के होते है।

(i) सरल एकक (Simple units)—सरल एकक नापने की सरल इकाई होती है। ये विभिन्न वर्गों (Groups) में भिन्नता प्रकट करते हैं और इनका अर्थ साधारण होता है जैसे—मील, मन, टन, गज आदि।

(ii) मिश्रित एकक (Composite Units)—मिश्रित एकक दो सरल एककों को मिलाकर बनाये जाते हैं। इनका उपयोग सारे अनुसंधान में एकरूपता लाने के लिये होता है। जैसे—रुपये प्रति मन, आने प्रति मील आदि।

(ख) विश्लेषण और निर्वचन के एकक

वे एकक हैं जो सांख्यिकीय आंकड़ों की तुलना और निर्वचन के लिये प्रयोग में लाये जाते हैं। उदाहरण के लिए यदि केवल यह कहा जाय कि 'अ' कक्षा में ५० में से ३० विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए और 'ब' कक्षा में २५ में से २० उत्तीर्ण हुए, तो इससे तुलना ठीक ढंग से नहीं हो पाती। यदि इसी को प्रतिशत में बदल कर इस प्रकार कहा जाय कि 'अ' कक्षा में ६० प्रतिशत विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए और 'ब' कक्षा में ८० प्रतिशत तो यह तुलना शीघ्र व सरल हो जाती है।

विश्लेषण व निर्वचन के एकक—ये एकक निम्न हैं :—

(i) गुणक (Coefficient)
(ii) अनुपात (Ratio)
(iii) दर (Rate)

(i) गुणक (Coefficient)—गुणक एक ऐसी संख्या है जिसे यदि कुल योग से गुणा किया जाय तो एक सम्बन्धित संख्या कहलाती है। जैसे—यदि किसी स्थान की जनसंख्या १००० है और वहाँ एक वर्ष में २०० व्यक्ति मर गये तो मृत्यु का गुणक $\frac{२००}{१०००}$ = ·२ हुआ। अब यदि इस गुणक को कुल जनसंख्या से गुणा करें १०००× ·२ = २०० मृत्यु संख्या ज्ञात हो जायेगी। इसके लिये आवश्यक है कि अंश (Numerator) तथा हर (Denominator) सजातीय हों। इसका सूत्र (Formula) निम्न हैं :—

$$C=\frac{Q}{N}$$

C=(Coefficient) गुणक
Q=(Quantity Dealt with) उस वस्तु की मात्रा जिसका गुणक निकालना है।
N=(Total Number of Population) समस्त समूह की मात्रा।

(ii) अनुपात (Ratio)—दो समान इकाइयों के सम्बन्ध को अनुपात द्वारा प्रकट किया जाता है। अर्थात् जब दो एक सी राशियाँ हों तो एक का दूसरे के साथ अनुपात एक को दूसरे से भाग देकर प्राप्त किया जा सकता है। जैसे क और ख के सम्बन्ध को क : ख या क/ख के रूप में प्रकट करेंगे। इसमें पहले का भाग पूर्वाङ्ग (Antecedent) और बाद का भाग (Consequent) कहलाता है। यहाँ भी इकाइयों

का सजातीय होना आवश्यक है। जैसे यदि किसी नगर में ५,००० व्यक्ति शिक्षित हैं और १७,००० अशिक्षित तो उस नगर के शिक्षित और अशिक्षित व्यक्तियों में अनुपात $\frac{५,०००}{१७,०००}$ अर्थात् ५ : १७ का हुआ।

(iii) दर (Rate)—दर के द्वारा दो संख्याओं के सम्बन्ध को प्रतिशत या प्रति हजार में व्यक्त किया जाता है। जैसे—ब्याज दर, जन्म दर, मृत्यु दर इत्यादि। यह गुणक से ही मिलती-जुलती है।

(७) शुद्धता का स्तर (*Degree of Accuracy*)—जाँच प्रारम्भ करने से पूर्व शुद्धता के स्तर को निश्चित कर लेना भी आवश्यक है। सांख्यिकीय अनुसंधान में पूर्ण शुद्धता की शायद ही कभी आवश्यकता पड़ती है और पूर्ण शुद्धता प्राप्त करना बहुत दुष्कर भी है। बहुत उच्च स्तर की शुद्धता प्राप्त करने के लिये अधिक परिश्रम व धन की आवश्यकता पड़ती है तथा उससे फल में कोई विशेष अन्तर नहीं पड़ता इसलिए सामान्यतः बहुत उच्च स्तर की शुद्धता की ओर ध्यान नहीं दिया जाता है। परन्तु समस्या को ध्यान में रखना पड़ता है और उसके अनुसार ही शुद्धता के स्तर को निश्चित किया जाता है। उदाहरणार्थ ब्याज की दर निकालने में उच्च स्तर की शुद्धता का विशेष महत्व है और इसकी ओर विशेष रूप से ध्यान दिया जाना चाहिए। परन्तु जनसंख्या प्राप्त करते समय उतने ऊँचे स्तर की शुद्धता की आवश्यकता नहीं है।

(८) आँकड़ों को एकत्रित करने की समुचित रीति का चुनाव (**Selection of Suitable Method of Collecting Data**)—पूरी योजना बना लेने पर यह भी निश्चित कर लेना पड़ता है कि आँकड़ों को एकत्रित करने का कौनसा ढंग अपनाया जाय। आँकड़ों को एकत्रित करने के कई ढंग हैं जिनमें कुछ विशेषतायें तथा गुण व दोष हैं। प्रत्येक ढंग प्रत्येक अनुसंधान के लिये उपयुक्त नहीं है। इसलिये अपनी समस्या व अन्य परिस्थितियों जैसे धन, समय आदि को ध्यान में रखते हुए किसी ढंग को चुनना पड़ेगा। इसका विशद् विवेचन अगले अध्याय में किया गया है।

(९) प्रश्नावली का निर्माण (**Preparation of Questionnaire**)—सही-सही सूचना प्राप्त करने के लिये यह आवश्यक होता है कि उन प्रश्नों की एक सूची पहले से ही बना ली जाय जिनके द्वारा सूचनायें एकत्रित की जानी हैं। इस सूची का निर्माण सावधानीपूर्वक अनुसंधान की समस्या, इसका उद्देश्य व क्षेत्र को ध्यान में रखकर करना चाहिए। प्रश्नों की सूची जितनी ही उपयुक्त होगी, फल उतने ही संतोषजनक प्राप्त होंगे।

(१०) अनुसंधान का संगठन (**Organisation of Enquiry**)—अनुसंधान करने में कितने प्रकार के व्यक्तियों को प्रयोग किया जायेगा? उन्हें कुछ विशेष प्रकार की ट्रेनिंग की आवश्यकता पड़ेगी या नहीं, उन पर किस प्रकार का निरीक्षण रखने की आवश्यकता है? इन समस्याओं पर भी बुद्धिमानी से विचार करना आवश्यक है। ये

सब या इनसे मिलते-जुलते विचार अनुसंधान के संगठन के अन्तर्गत आते हैं। यह संगठन जितना ही सन्तोषजनक होता है निष्कर्ष उतने ही सही निकलते हैं।

(११) सामग्री का सम्पादन (Editing of Data)—अनुसंधान के अनुसार सामग्री को एकत्रित करने के बाद इसके सम्पादन का प्रश्न उठता है। इस सम्पादन में आंकड़ों का वर्गीकरण व सारणीयन आदि सांख्यिकीय विधियां आती है जिनका विस्तृत वर्णन अन्य अध्यायों में किया गया है। परन्तु यहां यह याद रखना आवश्यक है कि एकत्रित आंकड़ों का सम्पादन करने में अत्यन्त सतर्कता से काम करना चाहिए।

(१२) रिपोर्ट (Report)—अनुसंधान से सम्बन्धित सूचनाओं का पूरा ज्ञान कर लेने के बाद अनुसंधानकर्त्ता को एक रिपोर्ट तैयार करनी पड़ती है। इस रिपोर्ट को तैयार करते समय निम्न बातों को ध्यान में रखना चाहिए—

(अ) रिपोर्ट का स्वरूप—इसका स्वरूप इस बात पर निर्भर करेगा कि अनुसंधान किसके लिए किया गया है ? अपने लिए या दूसरों के लिये। अनुसंधान के समय ही यह तय कर लेना चाहिए कि रिपोर्ट किस प्रकार की होगी और उसमें कौन सी बातों का उल्लेख विशेष रूप से किया जायेगा?

(ब) रिपोर्ट का महत्व—रिपोर्ट के आधार पर ही निष्कर्ष निकाले जाते हैं। अतः रिपोर्ट बहुत महत्व पूर्ण होती है। वास्तव में इसी के अनुसार अनुसंधान की पूरी योजना बनाई जाती है.।

(स) रिपोर्ट की शुद्धता—रिपोर्ट में कितनी शुद्धता होनी चाहिए यह भी निर्धारित किया जाना आवश्यक है ताकि यह भविष्य में अधिक उपयोगी हो सके।

Standard Questions

1. What is 'Statistical Investigation'? Describe the preliminary steps you would take in planning a statistical investigation. *(B. Com. Banaras, 1957)*
2. Describe the various stages in conducting a primary economic investigation. What precautions will you take at each stage? *(M. A. Punjab, 1950)*
3. Describe the preliminary steps you would take in planning a statistical inquiry.
4. Explain in detail how would you proceed to organise a census of wages. *(B. Com. Agra, 1937)*
5. The Municipal Board of a big City wants to introduce compulsory primary education. Describe the procedure it should adopt to obtain the necessary data step by step. *(B. Com. Rajputana 1948)*
6. Draw up a scheme (a) for taking a census of refugees (b) for making a survey of rural wages. *(B. Com. Agra, 1952)*

7 Describe the procedure you would adopt in order to obtain the necessary information for introducing compulsory primary education in a big city (*B Com Banaras, 1952*)

8 Discuss the main steps necessary to conduct a family budget enquiry in an industrial town (*M A Agra 1957*)

9 How should the economic survey of a village be organised? What steps should be taken to gain the confidence of the people of that village (*B Com Agra, 1945*)

10 What is a Statistical Unit? Is it necessary the data should be homogeneous? (*B Com Agra, 1939*)

11 Planning is essential in statistical investigation? Justify this *with suitable examples*

12 Define a statistical unit State its essential characteristics Give *examples of simple and composite units*

13 How would you conduct an enquiry about 'Payment of Wages in an Industry'? On what points would it be necessary for you to be clear before actually beginning investigation work (*M Com Agra 1957*)

14 How would you organise a marketing survey of the fruit trade in a particular region with a view to making suggestions for its development? Explain the procedure you would follow step by step (*M Com Agra, 1956*)

15 How would you organise an enquiry into the cost of living of the student community in Amritsar? (*M A Punjab, 1951*)

16 Briefly discuss the statistical problem in a marketing survey of an agricultural crop like rice or wheat in India (*M Com Agra, 1946*)

17 Explain in detail how would you organise a census of a cottage industry like the handloom industry or the 'Gur industry (*M A Agra, 1946*)

18 You are required to conduct a survey of the handloom industry of U P Explain the points on which it would be necessary for you to be clear before proceeding to commence the investigation (*B Com Lucknow, 1956*)

19 You have been appointed secretary of a committee to conduct a statistical enquiry to measure the success or otherwise of 'Prohibition in U P How would you proceed, Give details (*M A Agra, 1953*)

20 Explain in detail how you would proceed to organise a 'census of wages Draw up a blank form or forms to obtain the information required (*M A Agra, 1950*)

21 Outline a plan for carrying out an industerial survey of your district to examine the working of various cottage industries (*M A Agra, 1952*)

22. How would you plan an enquiry about the unemployment in Kanpur ? What published data would you utilise for this purpose ? *(M A Agra 1955)*

23. Describe the procedure you would adopt for assessing the changes in the economic condition of the people in a village during the last five years Give questions and tables you might use for the purpose *(M Com Agra, 1955)*

24. If a comparative enquiry regarding wages in different industries in India is to be made by the Government what would be the procedure ? Give the forms of questionnaire tables etc to be used *(M Com Agra 1947)*

25. How would you conduct a survey to measure the changes in the cost of living of the agricultural labourers of U P ? *(M Com. Agra 1958)*

26. Give a lucid account of either the methods of crop estimation or that of coducting the census of manufactures in India *(B Com Allahabad, 1957)*

27. What point should be considered in drafting a good questionnaire ? Criticize the following questions and suggest improvements

    (a) In a housing survey
    Is this house in good conditions ?
    Of what material is it made ?
    Is it located in a desirable section of town ?

    (b) In a health survey
    Are you in good health ?
    Do you have tuberculosis ?

(B. Com Gujarat 1954)

अध्याय ५

समंकों का संग्रहण
(Collection of Data)

समंकों के संग्रहण पर ही पूरा अनुसंधान आधारित होता है। यदि इसमें कोई दोष या त्रुटि रही तो यह सारे अनुसंधान को प्रभावित करेगी और निष्कर्ष अशुद्ध होगा। इसलिये यहाँ पर अनुसंधानकर्त्ता के लिये उच्च कोटि की सतर्कता बर्तना बहुत आवश्यक है।

संग्रहण के विचार से समंक के प्रकार

संग्रहण के विचार से समंक निम्न प्रकार के होते हैं —

(अ) प्राथमिक सामग्री (*Primary Data*)—वे आँकड़े हैं जिन्हें अनुसंधान करने वाला अपने प्रयोग में लाने के लिये पहले पहल इकट्ठा करता है। आरम्भ से अंत तक सामग्री नये सिरे से ही एकत्रित की जाती है। इसे प्राथमिक सामग्री कहते हैं। जैसे यदि कोई व्यक्ति ग्रामीण ऋण के विषय में सामग्री संकलित करता है और इस कार्य के लिए योजना बनाता है तथा नये सिरे से आँकड़े एकत्रित करता है तो उसकी संकलित सामग्री उसके लिए प्राथमिक कहलायेगी।

(ब) अप्राथमिक अथवा द्वितीयक सामग्री (*Secondary Data*)—वे समंक हैं जिनका संकलन पहले से हो चुका है और अनुसंधानकर्त्ता उसे अपने प्रयोग में लाता है। यहाँ वह स्वयं संग्रहण कार्य नहीं करता। किसी अन्य उद्देश्य के लिये संकलित सामग्री को प्रयोग में लाता है। इस प्रकार की सामग्री अपने मौलिक रूप में नहीं होती है। वरन् सारणी प्रतिशत आदि में व्यक्त होती है।

प्राथमिक सामग्री को एकत्रित करने में अधिक धन, समय, परिश्रम व बुद्धि की आवश्यकता होती है क्योंकि सम्पूर्ण योजना नये सिरे से बनानी पड़ती है। अप्राथमिक सामग्री को एकत्रित करने में धन, समय, बुद्धि सबकी अपेक्षाकृत कम आवश्यकता होती है।

प्राथमिक सामग्री को एकत्रित करने की रीतियाँ—प्राथमिक सामग्री को एकत्रित करने की निम्न प्रमुख रीतियाँ हैं —

(क) प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसंधान।

(ख) अप्रत्यक्ष मौखिक अनुसंधान।

(ग) स्थानीय स्रोतों या सम्वाददाताओं द्वारा सूचना प्राप्ति।

(घ) सूचना देने वालों द्वारा अनुसूचियों का भरना।

(ङ) गणकों द्वारा अनुसूचियों का भरना।

इनमें से प्रत्येक का विस्तृत वर्णन नीचे किया गया है —

(क) प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसंधान (Direct Personal Investigation)—यह रीति बहुत सरल है। इसमें अनुसंधानकर्त्ता स्वयं उन लोगों के सम्पर्क में आता है जिनके विषय में आंकड़े एकत्रित करना चाहता है। यदि अनुसंधानकर्त्ता व्यवहार कुशल, धैर्यवान व मेहनती है तो इस रीति द्वारा प्राप्त आंकड़े बहुत विश्वसनीय होते हैं। इस रीति में सूचना देने वालों से प्रत्यक्ष रूप से सम्पर्क स्थापित करके अनुसंधानकर्त्ता आंकड़े एकत्रित करता है। योरप में ले प्ले (Le Play) नामक सांख्यिक ने इस रीति द्वारा मजदूरों के आय-व्यय संबन्धी आंकड़े एकत्रित किये थे। इस रीति का उपयोग आर्थर यंग (Arthur Young) द्वारा कृषि उत्पादन के अध्ययन में किया गया।

यह प्रणाली कहाँ अधिक उपयुक्त है ?

(१) जहाँ शुद्धता पर अधिक जोर देना हो।

(२) जहाँ अनुसंधान का क्षेत्र सीमित हो।

(३) जहाँ अनुसंधान के विषय की जटिलता के कारण यह आवश्यक समझा जाता हो कि अनुसंधानकर्त्ता स्वयं उपस्थित रहे।

(४) जहाँ आंकड़ों को गुप्त रखना हो।

(५) जहाँ आंकड़ों की मौलिकता पर जोर देना हो।

गुण (Merits) :

(१) परिणाम में उच्च स्तर की शुद्धता मिलती है।

(२) यह रीति वहाँ के लिए अधिक उपयुक्त है जहाँ अनुसंधान का क्षेत्र छोटा हो।

(३) सूचना की शुद्धता की जाँच करने का काफी अवसर रहता है।

(४) समंकों में मौलिकता रहती है।

(५) लोचदार—यह प्रणाली लोचनीय है क्योंकि अनुसंधानकर्त्ता आवश्यकतानुसार प्रश्नों में हेर-फेर कर सकता है यदि वह ऐसा करना संतोषजनक सूचना पाने के लिये उचित समझे।

(६) अन्य सूचनाओं की प्राप्ति—वांछित सूचनाओं के अतिरिक्त और भी बहुत सी सूचनायें प्राप्त हो जाती हैं जिन्हें भविष्य में अन्य किसी अनुसंधान में आवश्यकतानुसार प्रयोग किये जाने की सम्भावना रहती है।

(७) व्यय में बचत—चूँकि अनुसंधानकर्त्ता स्वयं उपस्थित रहता है। अतः वह व्यर्थ के व्ययों को नहीं होने देता है और अपना काम न्यूनतम व्ययों पर निकालता है।

दोष (Demerits)

(१) विस्तृत क्षेत्रों के लिये अनुपयुक्त—विस्तृत क्षेत्रों के अध्ययन के लिये यह रीति उपयुक्त नहीं क्योंकि इसमें धन, समय व परिश्रम अधिक लगता है।

(२) व्यक्तिगत पक्षपात—इस रीति में अनुसंधानकर्त्ता के व्यक्तिगत पक्षपात (Bias) के आ जाने की पूरी सम्भावना रहती है और इस प्रकार निष्कर्ष के अशुद्ध हो जाने का डर रहता है।

(३) समग्र की विशेषताओं का प्रगट न होना—अनुसंधान का क्षेत्र होने के कारण हो सकता है कि प्राप्त फल निर्धारित क्षेत्र की विशेषताओं को न प्रकट कर सके।

(४) इसमें समय अधिक लगने की सम्भावना रहती है।

सावधानियाँ (Precautions):

यह रीति प्रयोग करते समय निम्न सावधानियाँ आवश्यक हैं —

(१) अनुसंधानकर्त्ता को व्यवहार कुशल, परिश्रमी व धैर्यवान् होना चाहिए ताकि वह सूचना देने वालों का विश्वास व सहयोग प्राप्त कर सके।

(२) प्रश्न थोड़े, सरल, स्पष्ट और ऐसे होने चाहिए कि जिससे उत्तर देने वाले को बुरा न लगे।

(३) संदिग्ध उत्तरों की सचाई जाँचने के लिये ऐसे प्रश्न पूछे जाने चाहिए जिससे उत्तरों की सत्यता की जाँच हो सके।

(४) यथासंभव अनुसंधानकर्त्ता को अपनी व्यक्तिगत भावनाओं और पक्षपात भाव को दूर रखना चाहिए ताकि उनका प्रभाव अनुसंधान पर न पड़े।

(५) संग्रहकर्त्ता को सम्बन्धित प्रदेश की वेश-भूषा, भाषा, खानपान व रीति रिवाज का पर्याप्त ज्ञान होना चाहिये ताकि वह सूचना देने वालों में घुल मिल सके।

(ख) अप्रत्यक्ष मौलिक अनुसंधान (Indirect Oral investigation)—अनुसंधान का क्षेत्र विस्तृत होने पर अनुसंधानकर्त्ता के लिये यह सम्भव नहीं हो पाता कि वह प्रत्यक्ष रूप से सबसे सम्पर्क स्थापित करे और आँकड़े एकत्रित करे। ऐसी दशा में यह किसी ऐसे व्यक्ति से सूचनायें प्राप्त करता है जिसे उस विषय की जानकारी है।

यह प्रणाली कहाँ उपयुक्त है ?

यह रीति तब अपनानी पड़ती है जब या तो अनुसंधान का क्षेत्र विस्तृत हो या सूचना देने वाले इसमें रुचि न ले रहे हों या वे प्रश्नों के लिये अयोग्य हों या कोई और ऐसी ही बात हो। साधारणतः जाँच समितियाँ (Committees) और आयोग (Commissions) इसी रीति का प्रयोग करते हैं।

गुण (Merits)

(१) इस रीति में समय, धन व परिश्रम कम खर्च होता है।

(२) इसमें अनुसंधानकर्त्ता को अधिक परेशानी नहीं उठानी पड़ती।

(३) यह रीति वहाँ के लिए उपयुक्त है जहाँ अनुसंधान का क्षेत्र विस्तृत हो या सूचक रुचि न ले रहे हों या और कोई ऐसी ही पेचीदा बात हो।

(४) कार्य का शीघ्रता से होना इसका विशेष गुण है।

(५) विशेषज्ञों की सम्मति तथा सुझावों का लाभ अनायास ही प्राप्त हो जाता है।

(६) अनुसंधानकर्त्ता के व्यक्तिगत पक्षपात का प्रभाव नहीं पड़ता है।

दोष (Demerits) :

(१) परिणाम में उच्च मात्रा की शुद्धता की आशा नहीं रहती क्योंकि अनुसंधानकर्ता प्रत्यक्षरूप में सूचना देने वालों के सम्पर्क में नहीं आता।

(२) जिन व्यक्तियों की सहायता से आँकड़े एकत्रित किये जाते हैं उनकी पक्षपात की भावना का प्रभाव अनुसंधान पर पड़ता है।

(३) जिन व्यक्तियों से सूचना एकत्रित की जाती है वे प्रश्नों के उत्तर देने में लापरवाही करते हैं क्योंकि उनका निजी हित या अहित प्रत्यक्षरूप में इन प्रश्नों में नहीं होता है। अधिकतर टालू काम होता है।

सावधानियाँ (Precautions) :

यह रीति प्रयोग करते समय निम्न सावधानियाँ आवश्यक हैं—

(१) जिनकी सहायता से आँकड़े एकत्रित किये जा रहे हों उनकी बात पर बिना पुष्टि किये हुये पूर्ण विश्वास नहीं कर लेना चाहिए।

(२) यह पूर्ण रूप से निश्चित कर लेना चाहिए कि सूचना देने वाले को तथ्यों का पूर्ण ज्ञान है तथा सूचना देने में वह रुचि रखता है।

(३) इस बात को ध्यान में रखना आवश्यक है कि जिस व्यक्ति की सहायता से सामग्री एकत्रित की जा रही है वह उस विषय के पक्ष व विपक्ष में पक्षपातपूर्ण धारणायें नहीं रखता है। यदि ऐसा हुआ तो परिणाम भ्रामक होगा।

(४) यह भी आवश्यक है कि सूचना देने वाला प्रश्न को ठीक तरह से समझ ले।

(५) सूचना देने वाले की सद्भावना व विश्वास प्राप्त करना अनिवार्य है।

(६) सूचना देने वालों की पर्याप्त संख्या होनी चाहिए।

(७) पक्ष व विपक्ष दोनों प्रकार के व्यक्तियों से सूचनायें एकत्रित करना अधिक उचित है।

(ग) स्थानीय स्रोतों या संवाददाताओं द्वारा सूचना प्राप्ति (Information through Local Sources or Correspondents)—इस

रीति के अनुसार स्थानीय व्यक्ति सामग्री एकत्रित करने के लिए नियुक्त किए जाते हैं। वे अपने ढंग से सूचनाएं एकत्रित करते हैं और बाद में अनुसंधानकर्ता के पास भेज देते हैं। संवाददाता भी प्रायः सूचनायें एकत्रित नहीं करते। अपने अनुभव के आधार पर अनुमानित संख्याएं भेज देते हैं। इसलिए कुछ अशुद्धियां की सम्भावना होती है। परन्तु कई व्यक्तियों द्वारा प्राप्त सूचनाओं के मिलान से अशुद्धियाँ प्रायः समाप्त हो जाती हैं क्योंकि जब तक उनमें पक्षपात भावना नहीं होगी तब तक अशुद्धियों की दिशा परिवर्तित होती रहेगी और अंत में परिणाम शुद्ध होंगे। मंडियों में बाजार भाव सम्बन्धी सूचनायें सरकार इसी रीति से प्राप्त करती है।

यह प्रणाली कहाँ उपयुक्त है ?

यह प्रणाली वहाँ के लिए उपयुक्त है जहाँ उच्च स्तर की शुद्धता की आवश्यकता न हो केवल सापेक्षिक शुद्धता ही अपेक्षित हो।

गुण (Merits)

(१) जब अनुसंधान का क्षेत्र विस्तृत हो और वे स्थान जहाँ से सूचनाएं प्राप्त करनी हैं बहुत दूर-दूर हों तो यह रीति उपयुक्त है।

(२) इसमें धन, समय व परिश्रम कम लगता है।

दोष (Demerits)

(१) उपलब्ध आँकड़ों में मौलिकता का अभाव रहता है।

(२) संवाददाताओं में यदि पक्षपात की भावना हुई तो वह निष्कर्ष को प्रभावित करके उसे अशुद्ध बना देती है।

(३) परिणामों में उच्चकोटि की शुद्धता की आशा नहीं की जा सकती क्योंकि सामग्री संग्रहण में अनुमान को महत्वपूर्ण स्थान दिया जाता है।

(४) सूचनाओं के प्राप्त होने में काफी समय लग जाता है और कभी-कभी उनका महत्व कम हो जाता है।

(५) जहाँ बहुत से सम्वाददाता होते हैं और वे विभिन्न स्थानों से सूचनायें प्राप्त करने के लिये भेजे जाते हैं तो उनके द्वारा बहुधा विभिन्न विधियों का प्रयोग किया जाता है। इस कारण इस विधि में एकरूपता का अभाव रहता है।

सावधानियाँ (Precautions)

(१) संवाददाता ऐसे व्यक्ति होने चाहिए जो व्यक्तिगत धारणाओं और पक्षपात की भावना से दूर रहें।

(२) संवाददाताओं में ऐसी योग्यता होनी चाहिये कि वे समस्या को ठीक प्रकार से समझ सकें और उसके अनुसार सूचनायें प्राप्त कर भेज सकें। वे ऐसे हों कि इस कार्य में रुचि लें।

(३) यथासंभव कई संवाददाता होने चाहिये जिससे सूचनाओं को मिलाकर अशुद्धियों की जाँच की जा सके।

(घ) सूचना देने वालों द्वारा अनुसूचियों का भरना (*Schedules to be* **filled in by the Informants**)—इस रीति में अनुसन्धानकर्ता आँकड़ों को एकत्रित करने के लिये प्रश्नावली तैयार करता है और उन्हें छपवाकर उन व्यक्तियों को देता है या उनके पास भेजता है जिनके विषय में आँकड़े एकत्रित किये जा रहे हैं। उन्हें वह यह विश्वास दिलाता है कि ये सूचनायें गुप्त रखी जायेंगी। वह यह भी प्रयत्न करता है कि सूचना देने वालों का पूर्ण सहयोग और विश्वास प्राप्त कर सके ताकि वे प्रश्नावलियों में दिये हुए प्रश्नों के उत्तर शीघ्र और सही-सही दे सकें।

यह प्रणाली कहाँ उपयुक्त है ?

यह प्रणाली उस समय प्रयोग करना उचित है जबकि अनुसंधान का क्षेत्र बहुत विस्तृत हो तथा उस क्षेत्र की जनता पढ़ी लिखी हो क्योंकि यदि लोग पढ़े लिखे नहीं होंगे तो प्रश्नों का उत्तर नहीं भेज सकेंगे।

गुण (Merits)

(१) यह रीति विस्तृत क्षेत्र के लिये प्रयोग की जा सकती है।

(२) इस रीति में समय, धन व परिश्रम कम लगता है।

(३) इस रीति में सूचनायें स्वयं सूचना देने वालों द्वारा दी जाती हैं। इसलिए अशुद्धि की कम संभावना रहती है।

दोष (Demerits) :

(१) सूचना देने वालों पर किसी प्रकार का प्रतिबंध न होने से उनमें प्रायः रुचि की कमी होती है।

(२) यदि प्रश्नावली सरल न, हुई तो उत्तर अशुद्ध मिलेंगे और परिणाम अशुद्ध होंगे।

(३) यदि सूचना देने वालों में पक्षपात की भावना है तो वह परिणाम को अशुद्ध कर देगी।

(४) सूचनायें लिखकर देने से लोग बहुत घबराते हैं कि कहीं उनका दुरुपयोग उनके विरुद्ध न हो। अतः वे सूचनायें नहीं भेजते हैं।

(५) प्रश्न का अर्थ ठीक से न समझने के कारण उत्तर गलत हो जाते हैं।

(६) प्रणाली लोचदार नहीं है क्योंकि अपर्याप्त सूचना प्राप्त होने पर पूरक प्रश्नों का पूछना सम्भव नहीं है।

सावधानियाँ (Precautions) :

(१) सूचना देने वालों की सद्भावना और सक्रिय सहयोग की अत्यन्त आवश्यकता है।

(२) प्रश्न थोड़े, सरल व स्पष्ट होने चाहिये।

(३) सूचना देने वालों को नम्र परन्तु प्रभावशाली भाषा में समझाकर उनका सक्रिय सहयोग प्राप्त करना चाहिए।
(४) यह ध्यान रखना आवश्यक है कि सूचना देने वालों में पक्षपात का भाव तो नहीं है।
(५) ऐसा प्रबन्ध होना चाहिये कि सूचनायें शीघ्रातिशीघ्र प्राप्त हो सकें।

प्रश्नों का चुनाव (Choice of Questions)

प्रश्नों का चुनाव करते समय नीचे दिये हुये अच्छी प्रश्नावली के गुणों को ध्यान में रखना चाहिए।

—अच्छी प्रश्नावली के गुण—प्रश्नावली तैयार करते समय निम्नलिखित बातों की ओर विशेष रूप से ध्यान देना आवश्यक है —

(१) प्रश्न ऐसे होने चाहिए जिन्हें सूचना देने वाले ठीक तरह से समझ सकें तथा उनके उत्तर देने में उनके आत्म-सम्मान को भी ठेस न लगे। जैसे—चरित्र, बीमारी, आमदनी के विषय में सूचना देने में लोग उदासीन होते हैं।
(२) प्रश्नों की संख्या कम हो ताकि सूचना देने वाला उनसे ऊब न जाय।
(३) प्रश्न सरल व स्पष्ट होने चाहिए ताकि उनके उत्तर देने में कोई दुविधा न उत्पन्न हो।
(४) प्रश्न ऐसे होने चाहिए कि उत्तर देने वाले को यह न लगे कि व्यर्थ की बाल की खाल निकाली जा रही है।
(५) प्रश्न यथासम्भव ऐसे होने चाहिये जिनसे उनका उत्तर छोटा हो या उत्तर 'हाँ' या 'ना' में दिया जा सके।
(६) यथासम्भव कुछ ऐसे भी प्रश्न होने चाहिए जिनसे प्राप्त सूचनाओं की सत्यता में जाँच की जा सके।
(७) प्रश्न ऐसे होने चाहिए ताकि किसी वर्ग या सम्प्रदाय की धार्मिक या सामाजिक भावनाओं को अप्रत्यक्ष चोट न पहुँचे।
(८) प्रश्न अनुसंधान से प्रत्यक्ष रूप से सम्बन्धित हों ताकि बड़ी व्यर्थ की सूचना एकत्रित करने में धन, समय व परिश्रम का दुरुपयोग हो।
(९) यदि अनुसूचियाँ डाक द्वारा भेजी जा रही हैं तो साथ में अनुरोध पत्र भी होना चाहिये।

(१०) प्रश्नावली में निम्न प्रकार के शब्दों का उपयोग यथासम्भव न हो—
(क) प्रादेशिक या अप्रचलित शब्द।
(ख) अपमानसूचक शब्द जैसे—नौकर आदि।
(ग) जटिल शब्द।
(घ) प्राय, शायद आदि।

(११) प्रश्नो को बनाने के बाद उनकी जाँच कर लेनी चाहिए कि वे ठीक हैं या नही।

(१२) प्रश्नावली बनाते समय यह ध्यान मे रखना चाहिए कि प्रश्नो के उत्तर इस प्रकार के आयें ताकि वे सारणी मे रखे जा सकें।

(१३) यदि प्रश्नावली मे ऐसे प्रश्न आ गये हो जिनके उत्तर कई हो सकते हैं तो यह अधिक अच्छा होगा कि उन उत्तरो को भी प्रश्नो के साथ दे दिया जाय और सूचना देने वालों से कहा जाय कि वे उचित उत्तर के सामने एक निशान लगा दें ताकि उनकी इच्छा ज्ञात की जा सके जैसे—आप नहाने के लिये कौन सा साबुन प्रयोग करते हैं ?

(अ) लक्स।

(ब) लाइफबॉय।

(स) हमाम।

(द) महान।

(य) अन्य।

(१४) जहाँ तक सम्भव हो प्रश्न ऐसे बनाने चाहिए जो कि एक दूसरे से सम्बन्धित हो ताकि उचित निष्कर्ष निकाले जा सकें।

(१५) प्रश्न पूछना उत्तर देने की तुलना मे अधिक कठिन होता है अत प्रश्नो के पूछने मे बडी बुद्धिमता व सावधानी दिखानी चाहिए।

(ड) गणकों द्वारा अनुसूचियों का भरना (Schedules to be filled in Enumerators)—यह रीति इससे पहले वाली रीति से बहुत मिलती-जुलती अन्तर केवल इतना है कि पहले मे प्रश्नावलियां सूचना देने वाले भरते हैं और इस प्रणाली मे गणक उनमे पूछ कर स्वयं भरते हैं। गणको को अलग-अलग क्षेत्र बाँट दिये जाते हैं। गणक अपने क्षेत्र मे जाकर सूचना देने वालो से सम्पर्क स्थापित करते हैं उनसे पूछ-पूछकर प्रश्नावालियों को भरते हैं। गणक शिक्षित होने हैं तथा इस कार्य के लिये ही नियुक्त किये जाते हैं और उन्हे इस कार्य की विशेष शिक्षा दी जाती है। इस रीति की सफलता गणकों पर ही निर्भर करती है। गणको को चतुर, परिश्रमी व व्यवहार कुशल होना आवश्यक है। उनमे इतनी योग्यता होनी चाहिए कि वे सूचना देने वालो को समझा-बुझाकर सच्ची सूचना देने के लिये तैयार करें। इसके लिये उन्हे अपने क्षेत्र के रहने वालो की रहन-सहन, खान-पान व रीति-रिवाज का अच्छा ज्ञान होना चाहिए तभी वे सूचना देने वालो मे घुल मिलकर सच्ची सूचनायें प्राप्त कर सकते हैं।

गुण (Merits) :

(१) यह रीति विस्तृत क्षेत्र के लिये बहुत उपयुक्त है।

(२) गणक शिक्षित तथा इस कार्य के लिये विशेषरूप से प्रशिक्षित होते हैं। इसलिए शुद्धता की पूर्ण आशा होती है।

(३) इसमें समय कम लगता है।

(४) सूचना देने वालो से गणकों का व्यक्तिगत सम्पर्क रहता है जो कि अनुसंधान के लिये बहुत लाभकारी होती है।

(५) गणकों का दोनो प्रकार का होने के कारण पक्षपात का डर कम हो जाता है।

दोष (*Demerits*)

(१) निपुण गणको की नियुक्ति व प्रशिक्षण म काफी खर्च पडता है।

(२) गणको के प्रशिक्षण म काफी परेशानी होती है तथा समय लगता है।

(३) यदि गणको मे पक्षपात की भावना हुई तो उसका प्रभाव निष्कर्ष को अविश्वसनीय बना देता है।

(४) यदि गणक आवश्यक योग्यता वाले न हुए तो गलत फल निकलते हैं।

सावधानियाँ (**Precautions**)

(१) गणक बुद्धिमान, ईमानदार, परिश्रमी व व्यवहार कुशल होने चाहिए।

(२) एक प्रश्नावली को भरकर गणक को नमूने के रूप म दे देना चाहिए।

(३) प्रश्न सरल कम व स्पष्ट होने चाहिए।

(४) उत्तरो की पुष्टि की जाँच के प्रश्न पूछ लेना चाहिए ताकि संदिग्ध बातें स्पष्ट होती चलें।

(५) गणको को आवश्यक ट्रेनिंग देना प्रयत्न आवश्यक है।

(६) गणको के काम का उचित निरीक्षण भी आवश्यक है।

(७) गणक स्थानीय भाषा, रहन सहन, खान-पान से भली भाँति परिचित हो।

(८) गणको में व्यक्तिगत धारणायें व पक्षपात की भावनायें नहीं होनी चाहिए।

(९) गणक ऐसे होने चाहिए जो अनुसंधान म रुचि रखते हो।

इस रीति मे खर्च अधिक होता है इसलिए साधारणत व्यक्तियों व समस्याओं द्वारा प्रयोग मे नहीं लाई जाती। यह रीति सरकारी कार्यों के लिए प्राय प्रयोग में आती है। भारत की जनगणना इस रीति से की जाती है।

अनुसूचियाँ (**Schedules**)

अनुसूचियाँ दो प्रकार की होती हैं —

(१) प्रश्नावली (**Questionnares**)—इसम प्रश्न दिये होते हैं पर प्रश्नों सामने या नीचे उत्तर के लिये स्थान नहीं होता। प्रश्नो के उत्तर अलग कागज पर लिखकर दिये जाते हैं।

(२) रिक्त प्रारूप (Blank Form)—इसमे प्रश्न दिये होते हैं और वही पर रिक्त स्थान होता है जहां उन प्रश्नो के उत्तर लिख दिये जाते हैं।

भारत मे १९६१ की जनगणना करने की अनुसूची का नमूना

गोपनीय जन-गणना, १९६१

स्थानीय कोड नं०————

१—(क) नाम————

१—(ख) कर्ता से सम्बन्ध———— २—पिछले जन्म दिन पर उम्र

३—वैवाहिक स्थिति———— ४—(क) जन्म स्थान————

४—(ख) ग्राम/नगर ४—(ग) निवासकाल यदि जन्म अन्यत्र हो

५—(क) राष्ट्रीयता———— ५—(ख) धर्म————

५—(ग) अ०जा०/अ० ज० जा०———— ६—साक्षरता व शिक्षा————

७—(क) मातृभाषा———— ७—(ख) अन्य भाषा (एँ)————

८—यदि काश्तकार———— ९—यदि खेतिहर मजदूर————

१०—यदि पारिवारिक उद्योग में
- (क) काम का ब्यौरा————
- (ख) पारिवारिक उद्योग का ब्यौरा————
- (ग) यदि नौकरी

११—८, ९ या १० को छोड़कर अन्य कोई काम
- (क) काम का ब्यौरा————
- (ख) उद्योग धंधा या नौकरी का ब्यौरा————
- (ग) काम करने वाले का वर्ग
- (घ) कारोबार या संस्था का नाम————

१२—काम नहीं करते तो क्या करते हैं

गणकों का चुनाव (Choice of Enumerators)—गणकों के द्वारा सामग्री के एकत्रित करने मे गणकों की योग्यता एवं कुशलता पर ही तथ्यों की शुद्धता निर्भर करती है। इसलिये गणकों के चुनाव मे बडी सावधानी की आवश्यकता है ताकि वे सच्चाईपूर्वक अपने कर्तव्यों का पालन कर सकें और अपनी बुद्धिमानी से सूचना देने वाला की बातों की सच्चाई की जाँच कर सकें। साथ ही साथ यह भी आवश्यक है कि उनमे अनुसन्धान के विषय मे पक्षपातपूर्ण धारणायें न

हों। गणकों को अपने कार्य में अच्छी सफलता तभी प्राप्त हो सकती है जब वे व्यवहार कुशल व्यक्ति हों और सूचना देने वालों के खान-पान, रहन सहन व रीति-रिवाज को जानते हों और उनमें घुल-मिल कर उनका विश्वास और सहयोग प्राप्त कर सकें। उनमें आवश्यक योग्यता भी होनी चाहिए।

गणकों का प्रशिक्षण (Training of Enumerators)—गणकों का शिक्षित व बुद्धिमान होना ही पर्याप्त नहीं। उन्हें इस अनुसन्धान के सम्बन्ध में भी विशेष जानकारी होनी चाहिए ताकि वे इस कार्य को सुगमता से कर सकें। इसलिए उनकी ट्रेनिंग होना जरूरी है।

उपयुक्त प्रणाली का चुनाव—अब प्रश्न यह उठता है कि किस प्रकार के अनुसन्धान के लिये आँकड़े एकत्रित करने की कौन-सी रीति उपयुक्त है? वास्तव में समस्या का अध्ययन करके ही इस प्रश्न का उत्तर दिया जा सकता है। संकलन की कोई प्रणाली सबसे अच्छी नहीं है। कहीं पर कोई रीति सर्वोत्तम होगी और कहीं पर कोई। वैसे उपयुक्त प्रणाली का चुनाव करते समय निम्न बातें विचार करने की हैं —

(१) अनुसन्धान का प्रकार
(२) अनुसन्धान का क्षेत्र
(३) शुद्धता का स्तर
(४) उपलब्ध धन
(५) उपलब्ध समय
(६) अनुसन्धान का उद्देश्य
(७) परिस्थितियाँ जिनके अन्तर्गत अनुसन्धान करना है।

इन पर विचार करने के बाद ही उपयुक्त प्रणाली का चुनाव किया जा सकता है।

अप्राथमिक अथवा द्वितीयक सामग्री को एकत्रित करने की रीतियाँ (Methods of Collecting Secondary Data)

एक बार एकत्रित हुई सामग्री का दुबारा प्रयोग होने पर वह द्वितीयक सामग्री कहलाती है। किसी अन्य व्यक्ति संस्था या सरकार द्वारा एकत्रित किए गये, लिखे हुये या छपे हुए आँकड़े यदि मिल सकें तो उनका प्रयोग सावधानी से किया जा सकता है। ऐसे आँकड़े व्यापारिक संस्थाओं, सरकारी विभागों या वैज्ञानिकों के यहाँ मिल सकते हैं। समाचार-पत्र, पत्रिकाओं, सरकारी गजटों, व्यापारिक पत्रों आदि में ऐसे आँकड़े मिलते रहते हैं। आँकड़ों को प्राप्त करने की यह पद्धति मितव्ययी एवं सरल है।

द्वितीयक सामग्री के प्रमुख स्रोत

द्वितीयक सामग्री के प्रमुख स्रोत निम्नलिखित हैं —

(अ) प्रकाशित : (१) सरकारी प्रकाशन—प्रत्येक देश की सरकार के विभिन्न विभाग अपने विभाग या क्षेत्र से सम्बंधित आँकड़े एकत्रित और प्रकाशित करवाते रहते

हैं। ये समंक बहुत विश्वसनीय और महत्वपूर्ण होते हैं। आजकल भारत मे लगभग सभी मन्त्रालयो से अनेक प्रकार की सूचनायें व आंकडे प्रकाशित होते हैं।

(२) **आयोग व समितियों द्वारा**—प्रायः सरकार या किसी अन्य संस्था द्वारा आयोग या समितियाँ नियुक्त की जाती रहती हैं—देश की विभिन्न समस्याओ के अध्ययन के लिये ये आयोग या समितियां सम्बन्धित आंकडे संकलित करके अपना आवेदन प्रस्तुत करती हैं।

(३) **अर्द्ध सरकारी संस्थाओं के प्रकाशन**—नगर पालिकायें, नगर निगम, जिला बोर्ड आदि विभिन्न प्रकार के आंकडे संकलित कराके प्रकाशित करवाते हैं जैसे जन्म-मरण, स्वास्थ्य, शिक्षा आदि से सम्बन्धित आंकडे।

(४) **व्यापारिक संस्थाओं द्वारा**—व्यापार परिषदो, संस्थाओ, स्कन्ध-विनिमय-विपणि (Stock Exchanges), उपज-विनिमय-विपणि (Produce Exchanges) द्वारा भी अनेक प्रकार के समक एकत्रित करके प्रकाशित किए जाते हैं।

(५) **अनुसंधान संस्थाओं द्वारा**—विश्वविद्यालयों, रिसर्च ब्यूरो, अनुसन्धान संस्थाओ द्वारा अनेक प्रकार के आंकडे एकत्रित किए जाते हैं और प्रायः प्रकाशित किए जाते हैं।

(६) **पत्र पत्रिकाओं द्वारा**—बहुत से पत्र तथा पत्रिकायें अनेक प्रकार के आंकड़े एकत्रित करके प्रकाशित करती हैं। जैसे पत्र प्रायः बाजार भाव देते रहते हैं।

(७) **व्यक्तियों द्वारा**—बहुत से व्यक्ति खोज या अनुसन्धान के लिए आंकडे एकत्रित करते हैं और उन्हें प्रकाशित करवाते हैं।

(८) **संघों व संगठनों द्वारा**—बहुत से संघ व संगठन अपने से सम्बन्धित आंकडे एकत्रित करवा कर अपने संगठन के सदस्यो के लिए प्रकाशित करवा देते हैं।

(ब) **अप्रकाशित**—सरकार, संस्थाओ या व्यक्तियो द्वारा एकत्रित बहुत-सी सामग्री बिना छपी पडी रहती है। यदि वे उपलब्ध हों तो उनका भी प्रयोग किया जा सकता है।

द्वितीयक सामग्री की विश्वसनीयता

द्वितीयक सामग्री का प्रयोग करने से पूर्व उनकी विश्वसनीयता की जाँच आवश्यक है क्योंकि वे निम्न कारणों से दोषपूर्ण हो सकती हैं:—

(१) निदर्शन सामग्री की अपर्याप्तता के कारण अशुद्धि हो गई हो।

(२) माप तथा विश्लेषण के एकको की परिभाषा म अन्तर हो।

(३) अनुपयुक्त तथा संदेहात्मक शब्दों के प्रयोग के कारण भी अशुद्धि हो जाती है।

(४) अनुमान सम्बन्धी अशुद्धियाँ तब हो जाती हैं जब किसी कारण से अनुमान पर ही निर्भर रहना पड़ता है और अनुमान मे अशुद्धियां हो जाती हैं।

डा० बाउले का मत है "प्रकाशित समकों को जैसा का तैसा मान लेना कभी खतरे से खाली नहीं, जब तक उनका अर्थ तथा सीमायें अच्छी तरह न ज्ञात हो जायें। जो तर्क उन पर आधारित हैं उनकी आलोचना करना आवश्यक है।"[1]

Standard Questions

1 What are the various methods of collecting statistical data? Which of these is most reliable and why? *(B Com Agra 1952)*

2 What methods would you employ in the collection of data when the field of enquiry is (a) small (b) fairly large and (c) very large with regard to accuracy, labour and cost *(B Com Agra, 1917)*

3 How should an economic survey of a village be organised? What steps should be taken to gain the confidence of the people? *(B Com Agra 1945)*

4 Discuss the advantages of direct personal investigation as compared with other methods generally used in collecting data *(B Com (S) Agra, 1950)*

5 Examine critically the important methods of collection of statistical data *(B Com Banaras, 1953)*

6 Discuss in brief the methods generally used in the collection of primary data *(B Com Agra 1957)*

7 Classify the methods generally employed in the collection of statistical data and state briefly their respective merits and demerits *(B Com Agra, 1955)* *(B. Com Alld, 1916)*

8 What precautions should be taken in making use of published statistics for further investigation *(B Com Agra, 1939)*

9 "In collection of statistical data commonsense is the chief requisite and experience the chief teacher" Discuss this statement with comments *(B Com Alld, 1939, M A—Patna, 1941, B Com Luck 1910)*

10 Mention the different kinds of Statistical methods generally used in investigation Are there any fields of enquiry when these methods can not be used satisfactorily *(B Com Agra 1940)*

11 Compare different methods used in the collection of numerical data Explain the importance of determining the statistical unit *(B Com Agra 1912)*

12 Though figures cannot lie yet liars can figure Expand the above statement so as to explain its bearing on the use of secondary data *(M Com Allahabad, 1945)*

---

1 "It is never safe to take published statistics at their face value, without knowing their meaning and limitations and it always necessary to criticise arguments that can be based upon them",
—**Bowley.**

13 'It is never safe to take published statistics at their face value without knowing their meaning and limitations and it is always necessary to criticise the arguments that can be based upon them' Bowley Elucidate (B Com Alld, 1946)

14 'Secondary data should never be accepted without careful enquiry' Enumerate and explain the pitfalls that otherwise await the user (B Com Raj 1949)

15 Distinguish clearly between primary and secondary data Explain the various methods of collecting primary data and point out their relative merits and demerits (B Com (Raj), 1951)

16 What are the various methods of collection of statistical data? State the circumstance in which each method should be used (B Com. Agra, 1944)

17 What are the essentials of a good questionnaire? Draft a suitable questionnaire to enable you to study effects of prohibition in Madras among industrial workers (B Com, Madras)

18 Distinguish between (a) primary and secondary data and (b primary and secondary sources Examine the methods used for the collection of statistical data for different types of investigations (M S W Lucknow)

19 Describe the procedure involved in collecting data in each of the following cases —

(a) Survey of handloom industry in India
(b) Survey of housing conditions in a city
(c) Credit survey of a village
(d) Survey of the educated unemployed in a city

20 'In making house—to—house enquiry every thing depends upon the skill tact and reliability of the investigators' Prove the correctness of the above remark in collecting the family budgets of cultivators in U P (B Com. Agra, 1947)

21 What is the difference between a questionnaire and a blank form? What precautions should be observed in drafting a questionnaire?

22 Classify the methods generally employed in the collection of statistical data and state briefly their respective merits and demerits (Agra B Com 1955)

निदर्शन अनुसंधान के लिये उपयुक्त दशायें (**Proper Conditions for Sample Enquiry**)

(१) जब अनुसंधान का क्षेत्र बहुत विस्तृत हो।

(२) जहाँ व्यापक दृष्टि से नियमों का प्रतिपादन करना हो।

(३) समग्र रीति से जाँच करने पर वह वस्तु जाँच में ही समाप्त हो जाने वाली हो। जैसे एक शीशी शहद की जाँच पलकर करनी है।

(४) अनुसंधान से सम्बन्धित वस्तुये शीघ्र परिवर्तनशील हों और समग्र रीति अपनाने पर वस्तुओं के गुणों व प्रकृति में काफी परिवर्तन हो जाने की सम्भावना हो।

(५) पर्याप्त मात्रा में धन, समय व कर्मचारी उपलब्ध न हों।

(६) बहुत उच्च स्तर की शुद्धता प्राप्त करना आवश्यक न हो।

न्यादर्श लेने की शर्तें (**Conditions of Sampling**)

(१) स्वतन्त्रता (**Independence**)—समग्र के भिन्न-भिन्न पद एक दूसरे से स्वतन्त्र होने चाहिए और प्रत्येक पद को न्यादर्श में चुन लिये जाने का अवसर होना चाहिये।

(२) सजातीयता (**Homogeneity**)—उस समग्र में जहाँ अनुसन्धान हो रहा है किसी विशेष प्रकार का परिवर्तन नहीं होना चाहिये अर्थात् पदों के गुण व प्रकृति में परिवर्तन वाञ्छनीय नहीं।

(३) समानता (**Similarity**)—न्यादर्श ऐसा होना चाहिए कि उसमें मूल वस्तु के सभी गुण वर्तमान हों। यदि एक ही समग्र के दो न्यादर्श लिये जाँय तो दोनों बिल्कुल समान हों।

न्यादर्श की विश्वसनीयता की जाँच (**Reliability Test of Samples**)

यह बहुत कठिन परन्तु आवश्यक कार्य है। इसके दो प्रमुख ढंग हैं :—

(१) दैव निदर्शन से प्राप्त न्यादर्श को दो बराबर भागों में बाँट कर दोनों की तुलना करने पर यदि समानता मिले तो न्यादर्श विश्वसनीय है अन्यथा इसमें सन्देह है।

(२) सम्पूर्ण में से फिर उतना ही न्यादर्श उसी ढंग से लिया जाय और पहले वाले न्यादर्श से तुलना की जाय। यदि दोनों में समानता हो तो न्यादर्श विश्वसनीय है अन्यथा इसमें सन्देह है।

सम्भावना सिद्धान्त व निदर्शन अनुसन्धान

(Theory of Probability and Sample Investigation)

प्रकृति में एक प्रकार की एकरूपता (Uniformity) है और इसी कारण निदर्शन पद्धति द्वारा प्राप्त निष्कर्ष बहुत कुछ ठीक निकलता है। यदि प्रकृति में यह एकरूपता न रहती तो बिना पूरे का जाँच किये हुये संतोषजनक व शुद्ध परिणाम पर पहुँचना कठिन हो जाता।

सम्भावना सिद्धान्त (Theory of Probability)—सम्भावना का अर्थ है किसी भी घटना के होने या न होने के विषय में अनिश्चितता की दशा में कोई अनुमान लगा लेना। निदर्शन अनुसंधान, सम्भावना सिद्धान्त पर आधारित है। यदि कोई घटना दो प्रकार से घट सकती है और यह कोई निश्चित नहीं कि वह किस प्रकार घटेगी तो उस घटना के प्रत्येक प्रकार से घटने की संभावना आधी है। उदाहरण के लिये यदि किसी सिक्के को हवा में १०० बार उछाला जाय और उछाली जाने वाली भूमि में कोई दोष न हो तो सिक्का ५० बार चित्र की ओर गिरेगा और ५० बार पीठ की ओर। यह सिद्धान्त मानव जीवन के लिये एक महत्वपूर्ण स्थान रखता है। इसके आधार पर बहुत से सिद्धान्त बने हैं। निदर्शन पद्धति इसी सिद्धान्त के आधार पर अपनाई गई है। परिकल्पना (Speculation) करने वाले तथा बीमा व्यवसाय करने वाले लोग इसी सिद्धान्त को आधार मानकर अपना कार्य करते हैं। सम्भावना सिद्धान्त की एक महत्वपूर्ण मान्यता यह है कि प्रयोग से सम्बन्धित समूह बड़ा हो। यह समूह जितना ही बड़ा होगा, यह सिद्धान्त उतने ही सच्चे अर्थों में लागू होगा। इसलिये न्यादर्श भी जितना ही अधिक होगा उसमें समग्र का गुण उतना ही अधिक होने की आशा होगी।

सांख्यिकीय नियमितता नियम (Law of Statistical Regularity)

यह नियम सभावना सिद्धान्त का उप-प्रमेय (Corrolary) है। यह प्रतिपादित करता है कि यदि सम्पूर्ण में से दैव निदर्शन (Random Sampling) द्वारा न्यादर्श लिया जाय तो वह समग्र का ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व कर सकेगा अर्थात् इस न्यादर्श में उन्हीं गुणों की सम्भावना होगी जो समग्र में है। प्रसिद्ध अर्थशास्त्री किंग के शब्दों में 'गणित के संभावना सिद्धान्त के आधार पर बना सांख्यिकीय नियमितता नियम बताता है कि यदि किसी बहुत बड़े समूह में से दैव निदर्शन द्वारा पर्याप्त बड़ी संख्या में पदों को चुन लिया जाय तो यह लगभग निश्चित है कि इन पदों में औसत रूप से बड़े समूह के गुण होंगे।'[1]

जितने अधिक पद न्यादर्श में होंगे उतनी ही अच्छी तरह वे सम्पूर्ण का प्रतिनिधित्व कर सकेंगे। एक विशेष बात यह है कि चुनाव दैव निदर्शन से होना चाहिये ताकि सम्पूर्ण में से प्रत्येक अंश को न्यादर्श में चुन लिये जाने का समान अवसर मिले। इस नियम के आधार पर ही निदर्शन रीति का प्रचलन हुआ है क्योंकि सम्पूर्ण के केवल एक अंश की ही जाँच कर लेने से काम चल जाता है। उदाहरण के लिये यदि हम किसी वृक्ष के पत्तों की औसत लम्बाई जानना चाहें तो

---

1. "The law of statistical regularity *formulated in the Mathematical* Theory of Probability lays down that a moderately large number of items chosen at random from a very large group are almost sure, on the average, to have the characteristics of the large group." —*King*

समान दशायें (Same Conditions)

न्यादर्श के प्रत्येक भाग को प्रभावित व नियन्त्रित करने वाली दशायें समान होनी चाहिये।

न्यादर्श लेने के ढंग
(Methods of Sample)

न्यादर्श चुनने के मुख्य निम्न ढंग हैं :—

(१) विस्तृत निदर्शन (Extensive Sampling)
(२) सविस्तार निदर्शन (Deliberate, Purposive, Conscious or Representative Sampling)
(३) दैव अथवा आकस्मिक निदर्शन (Random Sampling or Chance Selection)
(४) नियमानुसार दैव निदर्शन (Systematic Random Sampling)
(५) मिश्रित या स्तरित निदर्शन (Mixed Or Stratified Sampling)
(६) सुविधानुसार निदर्शन (Convenience Sampling)
(७) कोटा निदर्शन (Quota Sampling)
(८) बहुत से स्तरों पर क्षेत्रीय दैव निदर्शन (Multistage Area Random Sampling)

(१) विस्तृत निदर्शन (Extensive Sampling)

यह प्रणाली संगणना प्रणाली से ही मिलती-जुलती है। इस रीति के अनुसार न्यादर्श बहुत अधिक मात्रा में लिया जाता है बल्कि यों समझिये कि जितनी भी *इकाइयाँ उपलब्ध होती हैं सबका अध्ययन होता है। यह रीति लगभग संगणना रीति* के समान है। अन्तर केवल यह है कि संगणना पद्धति में निश्चित रूप से प्रत्येक *पद का अध्ययन किया जाता है परन्तु इस पद्धति में उन सभी पदों का अध्ययन किया* जाता है जो सफलता से मिल जाते हैं। जो पद आसानी से नहीं मिल पाते उन्हें इस *पद्धति में छोड़ दिया जाता है।*

गुण (Merits) :

(१) इस रीति में सरलता होती है। जो पद आसानी से उपलब्ध होते हैं उन्हें न्यादर्श में सम्मिलित कर लिया जाता है। जो नहीं उपलब्ध हैं या जिन्हें प्राप्त करने में कठिनाई होती है, उन्हें छोड़ देते हैं।
(२) इस पद्धति में संगणना पद्धति के समान लगभग सभी पदों की जाँच की जाती है।

दोष (Demerits) :

(१) इस रीति में धन, समय व परिश्रम का व्यर्थ में अपव्यय होता है।

(२) अनुसंधानकर्त्ता में यदि पक्षपात की भावना है तो न्यादर्श पर उसका बहुत बड़ा प्रभाव पड़ने का अवसर होता है।

(३) हो सकता है कि अधिक महत्वपूर्ण पदों की जांच न हो पाय और निष्कर्ष अशुद्ध हो जाय।

(२) सविचार निदर्शन (Deliberate or Purposive Sampling)

इस पद्धति में चुनाव करने वाला न्यादर्श का चुनाव समझ बूझ कर करता है। चुनाव करते समय वह यह प्रयत्न करता है कि सम्पूर्ण की सब विशेषतायें न्यादर्श में आ जांय और इस उद्देश्य की पूर्ति के लिये वह समग्र की प्रत्येक प्रकार की विशेषता को प्रकट करने वाले पदों को अपने न्यादर्श में सम्मिलित करता है। साधारणतः वह कोई प्रमाप निश्चित कर लेता है और उसी के आधार पर पदों को चुनता है। सविचार निदर्शन की तीन प्रमुख रीतियां हैं —

(क) केवल औसत गुण वाली इकाइयों को चुनना ताकि निकाले हुए फल समग्र को प्रकट कर सकें। बहुत उच्च व बहुत कम गुण वाली हुई इकाइयों को छोड़ देना ताकि बहुमत पर बुरा प्रभाव न पड़े।

(ख) उद्देश्य के अनुसार जान बूझ कर न्यादर्श को छांटना ताकि कोई महत्त्वपूर्ण इकाई न छूटने पाये।

(ग) प्रत्येक समूह को उसी अनुपात में न्यादर्श में शामिल किया जाता है जिस अनुपात में वे अनुसंधान के क्षेत्र में हैं। इस प्रकार के चुनाव में चुनने वाले की भावना का चुनाव पर बहुत अधिक प्रभाव पड़ता है। यह प्रभाव प्रत्यक्ष या परोक्ष रूप में पड़ता है। चुनाव पर चुनने वाले की प्रवृत्तियों और उसकी पक्षपात की भावना का प्रभाव पड़ता है और इसीलिये इस प्रकार से निकाले गये परिणाम वैज्ञानिक दृष्टि से विश्वसनीय नहीं होते। उदाहरणार्थ यदि कोई ऐसा व्यक्ति है जिसकी धारणा यह है कि किसी विशेष स्थान के मजदूरों की दशा अच्छी है तो इस प्रकार का न्यादर्श लेते समय उसके चुनाव में अच्छी दशा वाले परिवार आ जायेंगे और निष्कर्ष यह होगा कि वहां के मजदूरों की दशा अच्छी है। परन्तु यदि इसके विपरीत उसकी पूर्ण धारणा यह है कि उस स्थान के मजदूरों की दशा बहुत बुरी है तो चुनाव करते समय बहुत बुरी दशा वाले परिवार ही उसके चुनाव में आयेंगे और परिणाम यह निकलेगा कि वहां के मजदूरों की दशा बहुत बुरी है।

गुण (Merits) :

(१) निदर्शन की यह पद्धति बहुत सरल है।

(२) प्रमाप निश्चित कर लेने व योजना बना लेने से न्यादर्श का चुनाव ठीक होने की संभावना होती है।

(३) उस अनुसंधान के लिये उपयुक्त है जहां कुछ इकाइयां इतनी महत्वपूर्ण हों कि उन्हें शामिल करना अनिवार्य हो।

दोष (Demerits) :

(१) चुनाव करने वाले की पूर्वधारणाओं का बहुत बड़ा प्रभाव चुनाव पर पड़ता है और निष्कर्ष को अशुद्ध बना देता है।

(२) न्यादर्श लेने वाले से उचित ज्ञान की आवश्यकता होती है ताकि वह समग्र के प्रत्येक अंग की विशेषता को ठीक प्रकार समझ सके।

(३) दैव निदर्शन (Random Sampling or Chance Selection)

इसमें चुनने वाले को कोई बुद्धि नहीं लगानी पड़ती है। चुनाव आकस्मिक ढंग से हो जाता है। किसी पद को चुनाव में शामिल करने का कोई कारण नहीं होता। इसमें सम्पूर्ण के किसी भी भाग को न्यादर्श में आ जाने की समान रूप से सम्भावना होती है।

दैव निदर्शन रीति से न्यादर्श लेने के निम्न ढंग हैं :—

(क) चिट्ठी डालना (Lottery System)—इस रीति में सभी पदों के लिये अलग-अलग संख्या या चिह्न निश्चित कर लेते हैं और सबको एक साथ रखकर उनमें से कुछ उठा लेते हैं।

(ख) आँख बन्द करके चुनना (Blindfold Selection)—इस रीति में चुनने वाला पदों में से आँख बन्द करके कुछ को उठा लेता है और वे ही न्यादर्श में शामिल किये जाते हैं।

(ग) पदों को किसी रीति से सजाकर (Arrangement of Items in some Order)—इस रीति में पहले पदों को किसी ढंग से सजा लेते हैं और उनमें से आकस्मिक ढंग से कुछ पदों को चुन लेते हैं।

(घ) टिपेट की संख्याओं द्वारा (By means of Tippett's Numbers)—प्रसिद्ध सांख्यिक टिपेट महोदय ने ४१,६०० संख्यायें बिना किसी क्रम के सारणी में दी हैं। इस सारणी की सहायता से न्यादर्श का चुनना सरल होता है। सबसे पहले सभी पदों के लिये संख्यायें निश्चित कर लेते हैं और फिर बाद में सारणी की सहायता से किन्हीं ? इस या पचास या अन्य संख्याओं को चुन लेते हैं। ये संख्यायें जिन पदों को प्रकट करती हैं उन्हें न्यादर्श में सम्मिलित कर लिया जाता है।

बाउले समिति (१९३३) ने दैव निदर्शन ढंग को भारत की आर्थिक दशा की जाँच करने के लिए ठीक बताया था।

गुण (Merits) :

(१) इस रीति से चुनाव करने में पक्षपात के लिये गुंजाइश नहीं रहती। सभी पदों के चुने जाने का समान अवसर होता है।

(२) चुनाव करने वाले को कोई बुद्धि नहीं लगानी पड़ती है। वह अनायास चुनाव करता है।

(३) चुनाव के लिये कोई विस्तृत योजना नही बनानी पडती है।
(४) इस रीति से घन, समय व परिश्रम कम खर्च होता है।
(५) इस रीति मे न्यादर्श की शुद्धता की जाँच भी दूसरे न्यादर्श लेकर की जा सकती है।

दोष (*Demerits*) :

(१) यह पद्धति उस अनुसंधान के लिये उपयुक्त नही जहाँ कुछ इकाइयाँ इतनी महत्वपूर्ण हों कि उन्हे न्यादर्श मे शामिल करना आवश्यक हो।
(२) यदि न्यादर्श बडा न हुआ तो समव है वह समग्र का ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व न कर सके।

दैव निदर्शन की शर्तें (**Conditions for Random Sampling**)

(१) सग्रहकर्त्ता मे पक्षपात की भावना तनिक भी न हो।
(२) प्रत्येक पद या अश को चुनाव मे आ जाने का समानरूप से अवसर हो।

परिसीमायें (**Limitations**) :

(अ) यदि अनुसंधान का क्षेत्र बहुत संकीर्ण हो तो परिणाम विश्वसनीय नहीं हो सकते।
(आ) यदि सम्पूर्ण असजातीय हो अर्थात् उसके प्रत्येक पद मे भिन्नता हो तो न्यादर्श प्रतिनिधि नही होगा।
(इ) सम्पूर्ण के प्रत्येक अंश के लिये यह आवश्यक है कि वह दूसरो से स्वतंत्र हो।
(ई) चुनावकर्ता मे यदि किंचित मात्र भी पक्षपात की भावना आई तो फल विश्वसनीय नही होगा।

(४) नियमानुसार दैव निदर्शन (Systematic Random Sampling)

दैव निदर्शन का ही एक प्रकार 'नियमानुसार दैव निदर्शन' है। जिस क्षेत्र का अनुसंधान करना होता है उसकी सभी इकाइयो को क्रम से लिखकर उन पर नम्बर (१, २, ३, ४, ५, ६ आदि) डाल दिये जाते हैं। फिर आवश्यकतानुसार जितनी इकाइयाँ लेनी हो। उसी के अनुसार हर पाँचवें या सातवे या अन्य किसी इकाई पर आने वाली इकाई को छाँट लिया जाता है। यही इकाइयाँ न्यादर्श होती हैं जिनकी जाँच की जाती है। जैसे माना कि १०५ इकाइयां हैं और इनम से कुल ७ इकाइयो को चुनना है तो प्रत्येक पन्द्रहवी इकाई न्यादर्श म आ जायेगी अर्थात् ये इकाइयाँ न्यादर्श होंगी १५, ३०, ४५, ६०, ७५, ९० व १०५।

गुण (**Merits**) :

(१) इसमें पक्षपात की सम्भावना कम रहती है।

(२) प्रत्येक प्रकार की इकाई की न्यादर्श में शामिल होने की सम्भावना रहती है।

(३) इकाइयों का उचित विभाजन भी किया जा सकता है और मनमाना चुनाव को भी अपनाया जा सकता है।

दोष (Demerits) :

(१) स्वार्थी या पक्षपाती लोग इकाइयों को क्रमानुसार लिखते समय अपने स्वार्थ को ध्यान में रखते हैं। इसका फल यह होता है कि उनकी इच्छित इकाइयाँ ही चुनाव में आती हैं।

(२) इकाइयों में परिवर्तन होने की दशा में यदि प्रणाली में सावधानी न की जाय तो फल संतोषजनक प्राप्त नहीं होते हैं।

(५) मिश्रित या स्तरित निदर्शन (Mixed or Stratified Sampling)

यह प्रणाली सविचार निदर्शन और दैव निदर्शन दोनों का सम्मिश्रण है। इसमें सबसे पहले सविचार निदर्शन द्वारा सम्पूर्ण को किसी गुण विशेष के आधार पर कई भागों में बाँट देते हैं। इसके उपरान्त दैव निदर्शन द्वारा प्रत्येक भाग में से कुछ पदों को चुन लिया जाता है।

उदाहरणार्थ यदि किसी कक्षा में २५ विद्यार्थी हैं और इनमें से न्यादर्श लेना है तो सबसे पहले सविचार निदर्शन द्वारा इन विद्यार्थियों को तीन श्रेणियों में विभक्त कर दिया जैसे प्रथम श्रेणी, द्वितीय श्रेणी व तृतीय श्रेणी। मान लिया कि प्रथम श्रेणी में ५ विद्यार्थी, द्वितीय में १० और तृतीय में १० हैं। अब दैव निदर्शन प्रणाली से प्रत्येक श्रेणी में से विद्यार्थी संख्या के अनुपात में चुन लिये जायेंगे अर्थात् प्रथम *श्रेणी से १ विद्यार्थी, द्वितीय श्रेणी से २ और तृतीय श्रेणी से २ चुन लिये जायेंगे।* इस प्रकार से चुने हुए पाँच विद्यार्थी कक्षा का अधिकतम प्रतिनिधित्व करेंगे।

गुण (Merits) :

इस रीति में दोनों प्रमुख रीतियों के गुण आ जाते हैं। विशेषता यह है कि इस रीति से चुनाव अधिक विश्वसनीय होता है क्योंकि सम्पूर्ण के विभिन्न स्तरों का प्रतिनिधित्व हो जाता है। इस कारण से यह रीति आजकल बहुत लोकप्रिय है।

दोष (Demerits) :

(१) यदि वर्ग बनाने में त्रुटियाँ हो जावें तो इस प्रणाली द्वारा निकाले हुये फल संतोषजनक नहीं होते हैं।

(२) सब प्रकार के गुणों वाली इकाइयों के न चुने जाने पर भी संतोषजनक फल प्राप्त नहीं होते हैं।

(६) सुविधानुसार निदर्शन (Convenience Sampling)

इस विधि के अनुसार अनुसंधानकर्त्ता को जो भी विधि सुविधाजनक मालूम पड़े उसके अनुसार न्यादर्श को चुनकर उनकी जाँच की जाती है। जैसे किसी

यूनीवर्सिटी के कॉमर्स के प्रोफेसरो मे से न्यादर्श लेने के लिये कालेजों के प्रास्पेक्टस का प्रयोग करना।

गुण (Merits) :

यह विधि अत्यन्त आरामदायक है। इसमे समय, श्रम व व्यय की बहुत बचत होती है।

दोष (Demerits) :

यह प्रणाली बहुत ही बुरी है .इसके द्वारा निकाले हुये फल अविश्वसनीय होते हैं। इसका प्रयोग न्यादर्श निकालने के लिये नहीं किया जाता है।

(७) कोटा निदर्शन (Quota Sampling)

यह प्रणाली यद्यपि मिश्रित प्रणाली की तरह है परन्तु फिर भी इसमें और मिश्रित प्रणाली मे एक बहुत बडा अन्तर है। मिश्रित प्रणाली मे इकाइयों के वर्ग करने के बाद अनुसंधानकर्त्ता स्वयं प्रत्येक वर्ग से आवश्यकतानुसार इकाइयाँ छाँटता है परन्तु इस प्रणाली मे इकाइयां छाँटने का काम गणकों पर छोड दिया जाता है। गणको को ऐसा करने के लिये अनुसंधानकर्त्ता द्वारा पर्याप्त सूचनायें दे दी जाती हैं।

गुण (Merits) :

यदि गणक अपना काम ईमानदारी व बुद्धिमत्ता से करें तो यह प्रणाली उसी प्रकार संतोषजनक फल दे सकती है जैसे कि मिश्रित प्रणाली द्वारा दिये जाते हैं।

दोष (Demerits) :

(१) गणको से उतनी ईमानदारी व सावधानी की आशा करना जितनी कि अनुसंधानकर्त्ता स्वयं दिखाता है, भूल है। अतः यह प्रणाली उतनी अच्छी नही है जितनी कि मिश्रित प्रणाली।

(२) गणको से बहुधा पक्षपात हो जाता है जिसके फलस्वरूप विश्वसनीय सूचनायें प्राप्त नहीं होती हैं।

(८) बहुत से स्तरों पर क्षेत्रीय दैव निदर्शन (Multistage Area Random Sampling)

इस विधि मे इकाइयो का चुनाव अन्य विधियो की तरह एक बार न होकर कई बार विभिन्न स्तरो पर होता है, तथा इकाइयों का चुनाव क्षेत्रीय स्तर पर होता है। जैसे यदि किसी भी शहर की जनसंख्या के बारे मे यदि कोई ज्ञान प्राप्त करना हो तो सर्वप्रथम उस नगर को कुछ क्षेत्रो म विभाजित कर दिया जायेगा। क्षेत्रो में बाँटते समय यह ध्यान रखना चाहिये कि क्षेत्र इस प्रकार बनाये जाँय ताकि एक क्षेत्र मे लगभग एक ही प्रकार के लोग रहते हों। फिर इस प्रकार के प्रत्येक क्षेत्र से दैव निदर्शन विधि के अनुसार एक गृह-समूह चुनना चाहिए। इस प्रकार के प्रत्येक गृह-समूह से कुछ गृहो को चुनना चाहिए। इन गृहो मे से कुछ व्यक्तियों को चुनकर उनकी

जाँच करनी चाहिए। इस प्रकार यह स्पष्ट है कि इस विधि की दो प्रमुख विशेषतायें हैं —

(१) चुनाव कई स्तरों पर होता है।

(२) प्रत्येक स्तर पर चुनाव करते समय दैव निदर्शन का प्रयोग किया जाता है।

गुण (Merits)

(१) एक बड़े शहर के क्षेत्रीय स्तर पर जनसंख्या ज्ञात करने के लिए यह प्रणाली अत्यन्त उपयुक्त है।

(२) इसमें प्रत्येक इकाई के चुने जाने की समान सम्भावना रहती है अतः फल सन्तोषजनक रहते हैं।

(३) दैव निर्दर्शन प्रणाली के सभी लाभ इसमें प्राप्त होते हैं।

दोष (Demerits)

(१) क्षेत्रीय स्तर पर विभाजन करने की एक शर्त है कि विभिन्न क्षेत्रों में एकरूपता हो। यह शर्त बहुत कम पूरी होती है। अतः क्षेत्रों का विभाजन जैसा इस विधि के अनुसार होना चाहिये वैसा नहीं हो पाता है।

(२) दैव निदर्शन के सभी दोष इसमें भी हैं।

Standard Questions

1 Distinguish between a census and a sample enquiry and discuss their comparative advantages *(B Com Rajputana, 1953)*

2 State and explain the Law of Statistical Regularity and the Law of Inertia of Large Numbers How do these laws help the investigator in his work *(B Com Agra, 1950)*

3 Discuss the importance of the methods of Random Sampling in an investigation extending over a wide area *(B Com Agra, 1951)*

4 What is Random sampling? How would you make use of this method in an *economic survey* of the newly created Rajasthan Union? *(B Com Raj, 1950)*

5 How far do the results of statistical investigations depend upon correct sampling? Compare the different methods used to secure representative data *(B Com Agra, 1939)*

6 Distinguish between a census and a sample inquiry and discuss briefly their comparative advantages Explain the conditions under which each of these methods may be used with advantage *(B Com, Banaras, 1956)*

7 Describe in detail how the Census Enquiry and the two kinds of Sample Enquiry are conducted? What are the problems peculiar to each one of them? Compare their relative merits *(B Com Banaras, 1916)*

8 Show the necessity of the use of Random Sampling in any expensive investigation How would you make use of the m thod

in carrying out an economic survey of the rural area of U P
(*B Com Allahabad, 1935*)

9 Briefly describe the random sampling and comment its use in social investigation (*M Com. Agra, 1945*)

10 Distinguish between census and sampling enquiry and briefly discuss their comparative advantages Which of these methods, would you prefer for calculating the total ways of workers in a given industry (*M Com Agra, 1946*)

11 Discuss the application of the theory of probability to statistics (*M A, Allahabad*)

12 Explain the meaning and use of the Law of Statistical Regularity How is it effected by the number of items under investigation ? (*B Com, Lucknow*)

13 What do you understand by sampling ? Explain the statement "a moderately large number of items chosen at random from a very large number of items should have the characteristics of the larger group " (*M S W, Lucknow*)

14 Compare the advantages and disadvantages of the census method (complete enumeration) and the sample method of collecting statistics (*B Com Calcutta, 1937*)

15 What is sampling and what are its uses ? Explain how would you design a sample survey to estimate the average size of holdings in a locality (*M A Agra, 1947*)

16 How can the method of "Random Sampling" be used for estimating correctly the yield of wheat in the U P
(*M A Agra, 1949*)

17 Bring out clearly the difference between a census and sample enquiry and discuss briefly their camparative advantages State the dfficulties which led the Government of India recently to undertake a village sample survey (*M A, Agra, 1954*)

18 Randam Sampling owes importance to the fact that we can asses the results obtained from it in terms of probability, other wise the reliability of estimates remain a matter of individual opinion ' Elucidate this statement (*M A Agra, 1956*)

19 State and explain the law of statical regularity Discuss the method generally used in sampling (*B Com Agra, 1940*)

20 What is random sample ? Explain the difference between random sample and representative sample How would you apply the technique of random sampling in an enquiry into the working class family budgets (*M A Agra, 1946*)

21 Describe briefly the various methods of sampling Explain giving examples, their merits and demerits (*B Com Lucknow, 1955*)

22 "*In any sample survey there are many sources of error* A perfect survey is a myth ' Discuss this statement (*M A Agra, 1957*)

23 State and explain the law of statistical regularity and the law of intertia of large numbers (*B Com. Agra, 1953*)

अध्याय ७

एकत्रित सामग्री का सम्पादन

(Editing of Collected Data)

गणकों द्वारा एकत्रित सामग्री बड़ी अव्यवस्थित रूप में रहती है और बहुत सावधानी रखने के उपरान्त भी संकलन में अनेक अशुद्धियाँ आ जाने की सम्भावना होती है। ये अशुद्धियाँ साधारणतः निम्न तीन कारणों से होती हैं :—

(१) कुछ संग्रहकर्त्ता की असावधानी के कारण।

(२) कुछ संग्रहकर्त्ता की पक्षपात भावना के कारण।

(३) और कुछ संग्रहकर्त्ता की बुद्धिमता की कमी के कारण।

संग्रहीत आँकड़ों को व्यवस्थित और उपयोग में लाने योग्य बनाने के लिए यह परमावश्यक है कि उनकी अशुद्धियों को ठीक किया जाय। अव्यवस्थित आँकड़ों को व्यवस्थित करने तथा अशुद्धियों के संशोधन के कार्य को सम्पादन कहते हैं।

सम्पादन में मुख्यतः निम्न कार्य होते हैं —

(१) प्रपत्रों को क्रम से रखना—सबसे पहले एकत्रित आँकड़ों को क्रम से सजाकर रखना पड़ता है ताकि एक तो यह ठीक से पता रहे कि कौन सी सूचनायें कहाँ हैं तथा कौन-कौन की सूचनायें अभी प्राप्त नहीं हुई हैं। संग्रहकर्त्ता अप्राप्त सूचनाओं को प्राप्त करने का प्रयत्न करता है।

(२) लेखों की जाँच तथा संशोधन—प्रपत्रों को क्रम से रखने के उपरान्त संग्रहकर्त्ता यह देखता है कि सूचनायें लिखे जाने वाले प्रपत्र में लेखे (Entries) ठीक से किये गये हैं या नहीं। यदि कोई अशुद्धि प्रकट हो तो उसे ठीक करना चाहिए। प्रवृष्टियाँ करते समय निम्न अशुद्धियाँ हो जाती हैं —

(१) सूचना को उचित स्थान पर न लिखकर किसी अन्य स्थान पर लिख देना।

(२) प्रश्न को ठीक से न समझने के कारण उसका उत्तर अशुद्ध लिख देना।

(३) उत्तर लिखने में असावधानी या भूल हो जाना।

(४) योग म अशुद्धियो का हो जाना।
(५) किसी प्रश्न का उत्तर ही न देना।
(६) सूचना को अशुद्ध ढग से भर देना जैसे वर्ष के स्थान पर माह लिख दना। सग्रहकर्ता का यह कर्तव्य है कि वह इन अशुद्धियो को शुद्ध कर ले।

(३) सकेत निश्चित करना—बहुत सी सूचनाओ को सकेत म व्यक्त किया जाता है। इससे सारणीयन म बहुत आसानी हो जाती है। सकेत प्रारम्भ म ही निश्चित कर लिये जाते हैं। उदाहरण के लिय मान लीजिये आप शिक्षित क लिए क और अशिक्षित के लिये ख सकेत बना लेते हैं। इसम सम्पादन कार्य म बडी सरलता हो जाती है। यह सकेत प्रत्येक प्रपत्र पर लिख दने चाहिए।

(४) न्यादर्श के विषय मे जांच—सग्रहकर्त्ता यह भी जांच करता है कि पूर्व निश्चित योजना के अनुसार न्यादर्श लिया गया या नही। न्यादर्श म किसी प्रकार की अशुद्धि या अपर्याप्तता तो न थी। यदि थी तो वह फिर से न्यादर्श लेकर शुद्धता की जांच करेगा।

(५) माप का एकक—माप का एक निश्चित व स्पष्ट एकक अनुसंधान के आदि से अन्त तक प्रयोग किया गया है या नही। यदि नही तो समक विश्वसनीय नही कह जा सकते।

(६) सूचना दने वाला ने प्रश्ना को ठीक तरह स समझ लिया था तथा वे उसके महत्व को समझते थे। यदि सग्रहकर्त्ता इस बात से सन्तुष्ट है तब तो ठीक अन्यथा वह आंकडे विश्वसनीय नही माने जा सकते।

(७) शुद्धता का स्तर—सग्रहकर्त्ता यह देख लेगा कि शुद्धता का स्तर (Degree of Accuracy) तथा उपसादन (Approximation) का ढग पहले से जो निश्चित किया गया था उसे ठीक तरह से निभाया गया है या नही ? तथा वे समस्या के उपयुक्त हैं या नही।

(८) सग्रहकर्त्ता मे पक्षपात की भावना रही है या नहीं। यदि रही है तो किस हद तक।

सम्पादन कार्य म सग्रहकर्त्ता साधारणत ये कार्य करता है और यथा सम्भव अशुद्धिया को ठीक करता है। यदि वह यह अनुभव करता है कि अशुद्धियाँ बहुत हैं तथा महत्वपूर्ण हैं तो वह नई योजना बनाकर नए सिरे से समको के सकलन का कार्य प्रारम्भ करता है। इसम उसका यह प्रयत्न रहता है कि वे अशुद्धियाँ फिर न आजायें।

शुद्धता (Accuracy)

पूर्ण शुद्धता (Perfect accuracy) का अर्थ यह होता है कि किसी वस्तु या घटना को ठीक उसी प्रकार प्रकट किया जाय जैसी वह है या सुनी या देखी गई है।

सांख्यिकी में पूर्ण शुद्धता प्राप्त करना असम्भव है। कारण यह है कि सांख्यिकी में शुद्धता मनुष्य और उसके साधनों से प्राप्त की जाती है और ये दोनों अर्थात् मनुष्य और उसके साधन अपूर्ण हैं। इसलिए सांख्यिकी में पूर्ण शुद्धता के साथ मापन होता है, परन्तु भविष्य के परिणामों के बारे में केवल अनुमान लगाया जा सकता है और आशा की जा सकती है। प्रवृत्तियों के विषय में अनुमान लगाए जा सकते हैं।

वैसे तो सच्चे अर्थों में शुद्धता यह है कि पूरे दशमलव अंकों तक मूल्य निकाला जाय। परन्तु सांख्यिकी में ऐसी शुद्धता अपेक्षित नहीं। साधारण रूप से शुद्धता काफी होती है। इसलिये पूर्ण शुद्धता प्राप्त करने का प्रयास व्यर्थ और मूर्खतापूर्ण होता है। सांख्यिकीय रीतियाँ जटिलताओं को सरल बनाती है। इसलिये उपसादन (Approximation) का कार्य प्रारम्भ से ही आवश्यक हो जाता है। वास्तव में इससे परिणामों में कोई उल्लेखनीय अन्तर नहीं पड़ता और व्यय की मेहनत नहीं करनी पड़ती। दूसरे, इससे किसी भी बात को समझने में सरलता हो जाती है।

हम इस विचार विमर्श के उपरान्त निम्न परिणामों पर पहुँचते हैं :—

(१) सांख्यिकीय गणनाओं में पूर्ण शुद्धता संभव नहीं। इसका कारण यह है कि बहुत से गणक इस कार्य में लगे होते हैं और संग्रह की हुई सामग्री पर उनकी व्यक्तिगत प्रवृत्तियों व धारणाओं का प्रभाव पड़ता है और बहुत से अनिश्चित और अशुद्ध माप के एकक प्रयोग में लाये जाते हैं।

(२) पूर्ण शुद्धता के अभाव में निकटतम शुद्धता पर भरोसा करना पड़ता है।

(३) भौतिक और सामाजिक विज्ञानों के अन्तर्गत आने वाले मामलों में जहाँ परिस्थितियाँ कुछ अंशों तक गणकों के अधिकार में रहती हैं, उनको में अधिक शुद्धता होती है जबकि व्यवसाय व वाणिज्य सम्बन्धी मामलों के सम्बन्धों में जहाँ बाह्य परिस्थितियों पर अनुसन्धानकर्त्ता का कोई अधिकार नहीं होता अपेक्षाकृत कम शुद्धता होती है।

(४) विज्ञानों के विकास के साथ शुद्धता के स्तर में भी विकास होता जाता है। इसलिये विवर्द्धनशील शुद्धता (Progressive accuracy) वैज्ञानिक और गणित सम्बन्धी विकास का उद्देश्य होता है।

(५) इसलिये सर्वोत्तम ढंग यही है कि शुद्धता का एक स्तर निश्चित कर लिया जाय और उसके अनुसार परिणामों में संभव शुद्धता प्राप्त की जाय।

शुद्धता का स्तर (Standard of Accuracy)

वास्तव में आँकड़ों का संग्रहण करने से पूर्व ही शुद्धता का स्तर निश्चित कर लेना आवश्यक है। निम्न बातों को ध्यान में रखते हुये शुद्धता का स्तर निश्चित किया जाना चाहिये :—

(अ) अनुसंधान का उद्देश्य क्या है ?

(ब) कितनी शुद्धता संभव है ?

(स) संग्रहण का कौन सा ढंग प्रयुक्त होगा ?

कुछ ऐसी समस्यायें होती हैं जहाँ बहुत उच्च स्तर की शुद्धता से कोई विशेष फल नही निकलता और व्यर्थ मे परेशानियाँ बढ जाती हैं तथा धन व समय का दुरुपयोग होता है जैसे प्रात या देश की जनसख्या सम्बन्धी आँकडे एकत्रित करने मे ५० या १०० व्यक्तियो की घट-बढ़ कोई विशेष अर्थ नही रखता है। परन्तु यदि एक गाँव के लोगो की जनगणना की जाय तो उसमे ५० या १०० व्यक्तियो की घट-बढ हमारे परिणाम को दूषित कर देगा। जहाँ शुद्धता का स्तर न निश्चित किया गया हो वहाँ यथासम्भव प्राप्त होने वाली शुद्धता को प्राप्त करने का प्रयत्न किया जाना चाहिये।

उपसादन अथवा सन्निकटीकरण (Approximation)

उपसादन मे बडी-बडी जटिल संख्याओ के स्थान पर निकटवर्ती पूर्णाङ्क संख्या रखकर उन्हे सक्षिप्त तथा सरल बनाया जाता है जिससे परिणाम मे कोई विशेष अन्तर न पडे और स्थिति को समझने मे अधिक सरलता हो जाय। उपसादन के सम्बन्ध मे निम्नलिखित महत्वपूर्ण तथ्य हैं :—

(१) जब कभी किसी सख्या मे उपसादन करना हो तो पहिले इकाई का सन्निकटीकरण करना चाहिए फिर दहाई का और फिर सैंकडा का।

(२) यदि सख्या दशमलव की है तो पहिले सवा भाग का सन्निकटीकरण करना चाहिये फिर दसवें भाग का।

उपसादन के उद्देश्य

(१) साख्यिकी अनुमानो का विज्ञान है। यह बहुत कुछ अंशो मे सत्य है। यह पीछे समझाया जा चुका है कि साख्यिकीय रीतियो मे पूर्ण शुद्धता ज्ञात करना अत्यन्त दुष्कर होता है तथा यदि अनेक परेशानियो के पश्चात् यदि पूर्ण शुद्धता प्राप्त भी की जाय तो कोई विशेष लाभ नही होता। अत. अनुसधानकर्त्ता उपसादन का प्रयोग उचित समझते हैं।

(२) साख्यिकीय रीतियो का एक उद्देश्य जटिलताओ व दुरुहताओ को सरल व स्पष्ट बनाना है और इन सब कारणों से उपसादन का कार्य प्रारम्भ से ही आवश्यक हो जाता है।

लाभ :

उपसादन से निम्न लाभ होते हैं :—

(१) **जटिल सख्याओं की सरलता**—उपसादन से जटिल और बडी संख्यायें सरल और सरलता से याद करने योग्य हो जाती हैं। जैसे १,६५,८७२ को याद करना

कठिन है परन्तु इसे यदि २ लाख बना लें तो इसे व्यवहार में लाना तथा याद करना दोनों सरल है।

(२) अंकगणित की सरलता—उपसादन से अंकगणित सम्बन्धी क्रियायें जैसे जोड़ना, घटाना, गुणा, वर्गमूल आदि सभी सरल हो जाता है।

(३) तुलना की सरलता—उपसादन से तुलना सरल हो जाती है क्योंकि संख्यायें छोटी व आसानी से समझने योग्य हो जाती हैं।

उपसादन के प्रकार (Kinds of Approximation)

(१) संख्याओं को एकत्रित करते समय उपसादन (Approximation of Enumeration)—पूर्णांकों की गणना तो पूर्ण शुद्धता के साथ हो सकती है जैसे किसी गाँव में पुरुषों की संख्या या किसी नगर में शिक्षितों की संख्या। परन्तु मापकी इकाइयों की गणना में पूर्ण शुद्धता प्राप्त करना अत्यन्त कठिन है। कुछ न कुछ मात्रा में यहाँ अशुद्धता अवश्य रहेगी। जैसे अनाज की तौल—इसे सेर, छटांक या तोलों तक तोला जाय या सेर या छटांक तक ही पूर्णांक कर लिया जाय। अब यह विचार करके निश्चित करना होगा कि उपसादन किस अंशों तक किया जाय अर्थात् किस अंशों तक शुद्धता को निभाया जाय।

(२) *विश्लेषण का उपसादन* (*Approximation of Analysis*)—सामग्री के एकत्रित हो जाने पर भी उपसादन किया जाता है। वहाँ किस सीमा तक उपसादन करना चाहिये यह अनुसंधान के उद्देश्य पर निर्भर करता है परन्तु अधिकतर ऐसा होता है कि एकत्रित संख्याओं का आसानी से समझने व तुलना करने के दृष्टिकोण से उपसादन कर लिया जाता है।

उपसादन की रीतियाँ (Methods of Approximation)

उपसादन की निम्नलिखित रीतियाँ बहुधा अपनाई जाती हैं :—

(१) संख्या में कुछ जोड़कर उपसादन ;

(२) संख्या में कुछ घटाकर उपसादन ;

(३) निकटतम पूर्णांक तक उपसादन ;

(४) युग्मांक नियम द्वारा।

इनमें से प्रत्येक का वर्णन नीचे किया जाता है :—

(१) संख्या में कुछ जोड़कर उपसादन (Approximation by adding figures)—इस नियम के अनुसार उपसादन की जाने वाली संख्या से अगली पूर्णांक संख्या को लिया जाता है। उपसादन इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार अर्थात् किसी बिन्दु तक हो सकता है। इस प्रकार उपसादन की हुई संख्या वास्तविक संख्या से सदैव बड़ी होती है। मान लीजिये १८,७५,६५५·७ को उपसादित करना है तो वह निम्न प्रकार से होगा :—

निकटतम इकाई तक उपसादित मूल्य	१८,७५,३५६
दहाई तक उपसादित मूल्य	१८,७५,३६०
सैकड़ा तक उपसादित मूल्य	१८,७५,४००
हजार तक उपसादित मूल्य	१८,७६,०००
दस हजार तक मूल्य	१८,८०,०००
लाख तक उपसादित मूल्य	१९,००,०००
दस लाख तक उपसादित मूल्य	२०,००,०००

आलोचना—इस विधि मे जितनी छोटी संख्या का उपसादन होगा अशुद्धि उतनी ही अधिक होगी। इसके विपरीत जितनी बडी संख्या का उपसादन किया जायेगा अशुद्धि उतनी ही कम होगी।

(२) संख्या मे से कुछ घटाकर उपसादन (**Approximation by discarding figures**)—इस रीति के अनुसार संख्या को जिस स्थानीयमान तक रखना होता है—वहां तक तो रख लिया जाता है और शेष अंकों को छोड़ देते हैं। मान लीजिये १८,७५,३५५·७ को इस रीति से उपसादित करना है तो वह निम्न प्रकार से होगा :—

इकाई तक उपसादित मूल्य	१८,७५,३५५
दहाई तक उपसादित मूल्य	१८,७५,३५०
सैकड़ा तक उपसादित मूल्य	१८,७५,३००
हजार तक उपसादित मूल्य	१८,७५,०००
दस हजार तक उपसादित मूल्य	१८,७०,०००
लाख तक उपसादित मूल्य	१८,००,०००

आलोचना—इस विधि मे जितनी छोटी संख्या का उपसादन किया जायगा अशुद्धि उतनी ही कम होगी। इसके विपरीत जितनी बड़ी संख्या का उपसादन किया जायगा अशुद्धि उतनी ही अधिक होगी।

(३) निकटतम पूर्णाङ्क तक उपसादन (**Approximation to the nearest round figure**)—इस रीति के अनुसार पहले निम्न बातें निश्चित करनी पड़ती हैं :—

(१) किस स्थानीय मान तक उपसादन करना है ?

(२) जो अंक छोड़े जा रहे हैं वह अपने निकटतम पूर्णाङ्क अर्थात् अगली शून्य संख्या के आधे से अधिक है अथवा कम ?

(३) यदि वे आधे से अधिक हो तो उन्हें अगले शून्य संख्या तक बढाकर पूर्णाङ्क कर देते हैं। जैसे ५७० में ७० अपने अगले शून्य तक पूर्णाङ्क संख्या अर्थात १०० के आधे से अधिक है इसलिये उसे १०० मान कर ५७० को ६०० बना लेंगे।

(४) यदि छोड़े जाने वाले अङ्क अगले शून्य पूर्णाङ्क संख्या के आधे से कम हैं तो उन्हे छोड़ दिया जायेगा जैसे यदि ५४० है तो ४० अपने अगले

शून्य तक पूर्णाङ्क संख्या अर्थात् १०० के आधे से कम है तो इसे छोड़ देंगे और उपसादित संख्या ५०० होगी। यह प्रणाली अधिक वैज्ञानिक है क्योंकि पहली दो पद्धतियों में अशुद्धियाँ संचित होती जाती हैं और इस पद्धति मे अशुद्धियाँ समकारी (Compensatory) होती हैं अर्थात् एक दूसरे की पूरक होती हैं।

आलोचना—इस विधि मे जितनी छोटी या जितनी बड़ी सख्याओं का उपसादन किया जायेगा अशुद्धि उतनी ही कम होगी, परन्तु यदि उपसादन की जाने वाली संख्यायें न तो छोटी हैं न बड़ी वरन् बीच की तो अशुद्ध अधिक होगी।

उपसादन की रीतियों का तुलनात्मक अध्ययन

अशुद्धता के दृष्टिकोण से उपसादन की विभिन्न रीतियों मे निम्नांकित अन्तर हैं :—

(१) 'संख्या मे कुछ जोड़कर उपसादन' व 'संख्या मे कुछ घटाकर उपसादन' करने वाली विधियों मे अशुद्धियों के बढ़ने की प्रवृत्ति होती है। जितनी अधिक संख्याओं का उपसादन किया जायेगा, अशुद्धियाँ उतनी ही बढ़ती जायेंगी और जितनी कम संख्याओं का उपसादन किया जायेगा अशुद्धियाँ उतनी ही कम रहेंगी।

(२) उपर्युक्त विवरण से भिन्न नियम 'निकटतम पूर्णाङ्क तक उपसादन' वाली रीति मे लगता है। इस विधि मे जितनी अधिक संख्याओं मे उपसादन किया जायेगा अशुद्धियाँ उतनी कम होंगी क्योंकि इस विधि मे अशुद्धियों की प्रवृत्ति पूरक होती है।

उपर्युक्त विश्लेषण नीचे दिये हुये उदाहरण से स्पष्ट हो जाता है :—

मूल संख्या	प्रथम विधि के अनुसार उपसादन	अशुद्धि	द्वितीय विधि के अनुसार उपसादन	अशुद्धि	तृतीय विधि के अनुसार उपसादन	अशुद्धि
५२७०	५३००	—३०	५२००	+७०	५३००	—३०
४३१०	४४००	—९०	४३००	+१०	४३००	+१०
३५२०	३६००	—८०	३५००	+२०	३५००	+२०
२३६०	२४००	—४०	२३००	+६०	२४००	—४०
२२२०	२३००	—८०	२२००	+२०	२२००	+२०
२५०८	२६००	—९२	२५००	+८	२५००	+८
योग २०,१८८	२०,६००	—४१२	२०,०००	+१८८	२०२००	—१

निष्कर्ष

(म) प्रथम प्रणाली के अनुसार अशुद्धि—४१२ है।

(ब) द्वितीय प्रणाली के अनुसार अशुद्धि +१८८ है।

(स) तृतीय प्रणाली के अनुसार अशुद्धि केवल —१२है।

(३) उपर्युक्त निष्कर्षों से प्रकट है कि पहली विधि में अशुद्धि सदैव ऋण में आती है और दूसरी विधि मे अशुद्धि सदैव धन में आती है। तीसरी विधि में कोई नियम धन व ऋण का नहीं है। अशुद्धि धन में भी हो सकती है और ऋण मे भी।

(४) युग्मांक नियम द्वारा (*Even Digit Rule*)—यह नियम वहां लागू होता है जहां दशमलव के बाद दो या अधिक स्थानों तक अंक हों और अन्तिम अंक ५ हो। इस नियम के अनुसार यदि अंतिम स्थान वाले अंक से पहले वाले स्थान का अंक अयुग्म (Odd) हो तो अन्तिम ५ को एक मान लिया जाता है परन्तु यदि वह युग्म (Even) हो तो अंतिम ५ को छोड दिया जायेगा।

संख्या	उपसादन
१७·५५	१७·६
१७·४५	१७·४

उपसादन के सम्बन्ध मे महत्वपूर्ण नियम

(१) यदि मूल संख्या का सरलता से संकलन किया जा सकता है तो उपसादन का प्रयोग नही करना चाहिए क्योंकि उपसादन में अशुद्धि होने की सम्भावना रहती है चाहे जिस उपसादन विधि का प्रयोग क्यो न किया जाय।

(२) उपसादन करते समय यह अवश्य ध्यान में रखना चाहिये कि उपसादन से अशुद्धियां होती हैं और जितने अधिक अंकों तक उपसादन होगा उतनी ही अधिक अशुद्धियां होंगी।

(३) अधिक शुद्धता के लिये उपसादन को कम अंकों तक करना चाहिये।

(४) उपसादन करते समय यह भी ध्यान में रखना चाहिये कि कहीं उपसादन से अंकों का स्वभाव तो नहीं बदला जाता है यदि ऐसी सम्भावना हो तो उपसादन नहीं करना चाहिये।

(५) उपसादन करते समय यह अवश्य देख लेना चाहिये कि अनुसंधान मे कितनी शुद्धता की आवश्यकता है।

सांख्यिकीय विभ्रम (Statistical Error)

सांख्यिकी 'विभ्रम' (Error) शब्द से अभिप्राय 'अशुद्धि' या 'त्रुटि' से नहीं है। यहां विभ्रम शब्द एक विशेष अर्थ मे प्रयुक्त होता है। यदि किसी बात को ठीक उसी प्रकार न बताया जाय जैसा कि वह वास्तव में है तो उसे विभ्रम कहेंगे। अधिक स्पष्ट शब्दों में सांख्यिकी में विभ्रम 'किसी पद के वास्तविक मूल्य (Actual Value) और अनुमानित मल्य (Estimated Value) के अन्तर' को कहते हैं।

श्री बाउिंगटन ने स्पष्ट कहा है कि सांख्यिकीय विभ्रम को अशुद्धि नहीं मानना चाहिये। वास्तव में अशुद्धि और विभ्रम में निम्नांकित अन्तर है।

अशुद्धि	विभ्रम
(१) अशुद्धि जान बूझकर की जाती है।	(१) यह प्रायः जानबूझ कर नहीं की जाती है।
(२) सांख्यिकीय रीतियों को ठीक प्रकार प्रयोग न करने के कारण अशुद्धियाँ हो जाया करती हैं।	(२) माप की प्रकृति इनके लिये उत्तरदायी होते हैं।
(३) इन्हें प्रयत्न करने पर रोका जा सकता है।	(३) इन्हें रोका नहीं जा सकता है क्योंकि सांख्यिकी की प्रकृति ही इस प्रकार की है।
(४) ये सांख्यिकीय अनुसंधान में किसी भी स्तर (Stage) पर हो सकती हैं।	(४) ये अधिकतर सन्याओं के एकत्रित करने पर, विश्लेषण करने पर व निर्वचन करने पर होती हैं।

विभ्रम के स्रोत (Sources of Errors)

विभ्रम के निम्न स्रोत हैं :—

(१) मूल विभ्रम।

(२) अपर्याप्तता विभ्रम।

(३) निर्वचन सम्बन्धी विभ्रम।

(४) प्रहस्तन विभ्रम।

(१) मूल विभ्रम (Errors of Origin)—इस प्रकार के विभ्रम आँकड़े एकत्रित करते समय हो जाते हैं। इनसे बचने के लिय आवश्यक है कि आँकड़े एकत्रित करते समय पूरी सावधानी रक्खी जाय। य विभ्रम निम्न कारणों से हो जाते हैं —

(क) माप के एकक का ठीक न होना—यदि माप का एकक अनुसंधान के अनुसार नहीं है अर्थात् गणना के लिये जो एकक निर्धारित किया गया है वह संदिग्ध है तो फल ठीक नहीं निकलेगा।

(ख) पक्षपात की भावना होना—यदि गणकों में पक्षपात की भावना होगी तो गणना का फल सन्तोषजनक नहीं निकल सकता है।

(ग) उपसादन का अत्यधिक उपयोग करना—जब उपसादन का प्रयोग बहुत अधिक किया जाता है तो गणना ठीक नहीं होती है।

(घ) प्रश्नावली में दोष—प्रश्नावली के ठीक न होने पर ठीक सूचना एकत्रित नहीं की जा सकती है।

(ड) ठीक सूचना का न मिलना—बहुधा यह देखा गया है कि आय, उम्र तथा बीमारी आदि की सूचनायें सूचना देने वाले सही-सही नही देते हैं वे या तो उन्हे बढाकर बताते हैं या घटाकर। फल यह होता है कि साख्यिकी अनुसधान गलत हो जाता है।

(च) निदर्शन का दोष—यदि सूचना एकत्रित करने के लिये निदर्शन का प्रयोग किया गया है और निदर्शन मे दोष हैं तो भी सही सूचना प्राप्त नही हो सकती है।

(छ) गणना करने वालों का दोष—यदि गणना करने वाले लापरवाह हैं तथा पर्याप्त योग्यता नही रखते हैं तो ठीक सूचनायें प्राप्त नहीं होती हैं।

(ज) अनुसधान का विषय जटिल होने पर—अनुसंधान का विषय जब जटिल होता है, उस समय आंकडे ठीक प्रकार एकत्रित नही हो पाते हैं और विभ्रम की सम्भावना रहती है।

(२) अपर्याप्तता विभ्रम (**Errors of Inadequacy**)—इस प्रकार के विभ्रम निदर्शन प्रणाली का प्रयोग करने पर उत्पन्न होते हैं। जब न्यादर्श (Sample) बहुत कम होता है तो वह सच्चे अर्थों मे सम्पूर्ण का प्रतिनिधित्व नहीं कर पाता और इसलिये विभ्रम उत्पन्न हो जाता है। क्योंकि जब न्यादर्श बहुत छोटा हो तो उनके आधार पर प्राप्त किया गया फल सम्पूर्ण के लिये लागू नही किया जा सकता। न्यादर्श की मात्रा को उचित रूप से बढ़ा देने पर ऐसे विभ्रम कम हो जाते हैं। बोडिंगटन ने इस प्रकार के विभ्रम को बहुत ही सुन्दरता से प्रस्तुत किया है "दो सैनिक डाक्टरों मे टाइफाइड मे टीका लगाने की उपयोगिता पर वादविवाद चल रहा था। उनमें से पहले ने कहा कि उसके टीका लगाये हुए व्यक्तियों मे से ५०% को टाइफाइड हो गया। परन्तु दूसरे डाक्टर की यह राय थी कि उसके टीका लगाये हुये व्यक्तियों मे से $\frac{1}{10}$ प्रतिशत व्यक्तियों को टाइफाइड हुआ। अत मे जाँच करने पर पता चला कि पहले डाक्टर ने केवल दो व्यक्तियों को टीका लगाया था और उनमे से एक को टाइफाइड हुआ था जबकि दूसरे डाक्टर ने लगभग १००० व्यक्तियों को टीका लगाया था।"

(३) निर्वचन सम्बन्धी विभ्रम (**Errors of Interpretation**)—साख्यिकी की सब विधियो मे ठीक व सही काम होने पर भी सही फल नही निकल सकते हैं यदि निष्कर्ष निकालने मे असावधानी कर दी जाये। आकडो के आधार पर *निर्वचन करना आसान काम नही है* जो *व्यक्ति साख्यिकी की सीमाओं को बिना ध्यान* मे रखकर निर्वचन करते हैं उनसे त्रुटियां हो जाया करती हैं। निर्वचन करते समय किन-किन बातो को ध्यान मे रखना चाहिये ताकि फल सही निकालें, इन बातों का वर्णन *अन्य स्थान पर निर्वचन के साथ इसी पुस्तक मे किया गया है।*

(४) प्रहस्तन विभ्रम (**Errors of Manipulation**)—इस प्रकार के विभ्रम बिना किसी पक्षपात की भावना के उत्पन्न हो जाते हैं। ये विभ्रम सामग्री की

विवेचना करते समय उत्पन्न होते हैं। इनका कारण गणना करना, मापन करना, वर्गीकरण करना या उपसादन करना है। ये विभ्रम मुख्यतः निम्न कारणों से उत्पन्न होते हैं :—

(१) आवश्यकता से अधिक उपसादन करने पर।

(२) अनुचित भार प्रदान करने या जहाँ भार देने की आवश्यकता हो पर भार न दिये जाने पर।

(३) गणना, मापन, वर्गीकरण आदि में कोई दोष होने पर।

(४) **गलत माध्य का प्रयोग करने पर**—माध्य कई प्रकार के होते हैं प्रत्येक का अलग-अलग परिस्थितियों में प्रयोग होता है यदि उनके प्रयोग की दशाओं का बिना ध्यान किये हुये माध्य निकाला गया होगा तो विवेचना ठीक नहीं हो सकती है।

(५) **प्रतिशत का गलत प्रयोग**—जरा सी भी लापरवाही प्रतिशतों के प्रयोग में किये जाने पर गलत विवेचना होती है अतः प्रतिशतों का प्रयोग इनके प्रसंग को ध्यान में रखकर करना उचित है।

(६) **संख्याओं के उचित वर्ग न बनाना**—यदि अनुसंधान के उद्देश्यों के अनुसार संख्याओं के वर्ग नहीं बनाये जाते हैं तो विवेचना गलत हो जाती है।

विभ्रमों के प्रकार (Kinds of Errors)

विभ्रम निम्न प्रकारों के हो सकते हैं :—

(१) धनात्मक विभ्रम।

(२) ऋणात्मक विभ्रम।

(३) अभिनत विभ्रम।

(४) अनभिनत विभ्रम।

(१) धनात्मक विभ्रम (Positive Error)—जब किसी बात को बढ़ा-चढ़ाकर कहते हैं तो धनात्मक विभ्रम (Positive Error) होता है। अर्थात् जब अनुमानित मूल्य वास्तविक मूल्य से अधिक होता है तब धन विभ्रम होता है। मान लीजिये किसी व्यक्ति का वजन १ मन १८ सेर ८ छटांक है और उसे डेढ़ मन बताया जाता है तो यहाँ १ सेर ८ छटांक का धनात्मक विभ्रम (Positive Error) हुआ।

(२) ऋणात्मक विभ्रम (Negative Error)—जब अनुमानित मूल्य वास्तविक मूल्य से कम होता है तब ऋणात्मक विभ्रम होता है। मान लीजिये किसी व्यक्ति का वजन १ मन १८ सेर ८ छटांक है और उसे १ मन १५ सेर बताया जाता है तो यहाँ ३ सेर ८ छटांक का ऋणात्मक विभ्रम हुआ।

(३) अभिनत विभ्रम (**Biased Error**)—जो विभ्रम गणक, सग्रहकर्त्ता, अथवा सूचना देने वालो की पक्षपात भावना के कारण होते हैं या माप यन्त्रो के अशुद्ध होने के कारण होते हैं उन्हे अभिनत विभ्रम कहते हैं। इन विभ्रमो का प्रभाव एक ही दिशा मे रहता है इसलिये इन्हे सचयी विभ्रम (Cumulative Error) भी कहते हैं। जैसे-जैसे नाप व तौल की मात्रा बढती है, विभ्रम भी बढता जाता है अर्थात् उसका प्रभाव बढता रहता है। इसलिये यथासाध्य आंकडो को ऐसे विभ्रम के प्रभाव से बचाने का प्रयास किया जाना चाहिये। क्योकि मात्रा के साथ-साथ ऐसे विभ्रम बढते जायेंगे और फल अशुद्ध होगा। साधारणत यह देखा गया है कि वृद्ध पुरुष अपनी आयु बढाकर बताते हैं और युवा पुरुष कम करके बताते हैं। यह अभिनत विभ्रम का ही उदाहरण है। इसी प्रकार यदि कोई व्यापारी माल बेचते समय जान बूझकर ऐसे मन के बाट का प्रयोग करता है जो वजन मे एक छटांक कम है तो वह जितनी बार तोलेगा कुल वजन मे उतने ही छटांक की कमी होती जायेगी। १०० मन तौलने मे १०० छटांक की कमी हो जायेगी। अभिनत विभ्रम मुख्यत. निम्न कारणो से होते हैं :—

(अ) **सूचना देने वालों का दोष**—गणको के पूरे प्रयत्न करने पर भी सूचना देने वाले अपने आंकडे पक्षपात से देते हैं जैसे यदि लडकियो से उनकी उम्र पूछी जाय तो वे सदैव अपनी उम्र असली उम्र से कम बतायेंगी। चूंकि यह आंकडे जान बूझकर गलत दिये जाते हैं अतः यह अभिनत विभ्रम है।

(ब) **एकक का दोष**—जिस एकक का प्रयोग गणना के लिये किया जा रहा है वह निर्धारित एकक से कम या अधिक है तो भी भूल हो जायेगी। जैसे यदि अनाज तौलने वाला मन चालीस सेर के स्थान पर ३९ सेर १५ छटांक का है तो जितना ही अधिक तौला जायेगा उतना ही भूल बढती जायेगी।

(स) **गणकों का दोष**—गणक स्वय आंकडो को एकत्रित करते समय पक्षपात करते हैं। वे अपने मित्रो या रिश्तेदारो को यदि सख्याओं के एकत्रित करने मे लाभ पहुँचा सकते हैं तो ऐसा करने का प्रयत्न करते हैं। जैसे यदि कन्ट्रोल के दिनो मे शक्कर बाँटने लिये प्रत्येक घर के व्यक्तियों की संख्या ज्ञात करने के लिये गणको को नियुक्त किया जाय तो हो सकता है कि गणक अपने मित्रो के घरो के व्यक्तियों की संख्या अधिक लिख दें ताकि उनके मित्र अधिक शक्कर पा सकें। यह पक्षपात है और ऐसा करने से आंकडे अशुद्ध हो जाते हैं। इसी को अभिनत विभ्रम कहते हैं।

(द) **निदर्शन का दोष**—यदि आंकडे निदर्शन के आधार पर एकत्रित किये जाते हैं और निदर्शन दोषपूर्ण है तो भी अभिनत विभ्रम होगा।

(य) **निर्वचन का दोष**—निर्वचन करते समय निर्वचन कर्त्ता के स्वार्थी होने के कारण उसके द्वारा पक्षपात किया जा सकता है। इससे भी भूल हो जायगी।

(४) अनभिनत विभ्रम (**Unbiased Error**)—इस प्रकार के विभ्रम बिना किसी पक्षपात की भावना के कारण होते हैं। इनकी उत्पत्ति का कारण संग्रहकर्त्ता

की असावधानी होती है। ये गणना में स्वाभाविक रूप से उत्पन्न होते हैं। इस प्रकार के विभ्रमों का एक विशेष गुण यह है कि वे एक दूसरे को काटने की प्रवृत्ति रखते हैं। इसलिये इन्हें समकारी विभ्रम (Compensatory Error) भी कहते हैं। पदों की संख्या या मात्रा की वृद्धि के साथ साथ यह विभ्रम कम होता जाता है और सम्पूर्ण पर इसका प्रभाव नगण्य हो जाता है। यदि सामग्री विस्तृत क्षेत्र में एकत्रित की जाय तो अनभिनत ऋण विभ्रम (Unbiased Negative Errors) अनभिनत धन विभ्रमों (Unbiased Positive Errors) के बराबर हो जायगे और अन्तिम परिणाम सत्य के बहुत निकट होगा। बड़े पैमाने की जाँच में ऐसे विभ्रमों के लिये विशेष सावधान रहने की आवश्यकता नहीं है। उपसादन (Approximation) करते समय ऐसे विभ्रमों का जान बूझकर प्रयोग किया जाता है। उदाहरण के लिये यदि किसी सौदागर के पास मन का बाट ठीक है परन्तु तोलने में असावधानी हो जाती है तो कभी तो वह अधिक तोलेगा कभी कम। मान लीजिए वह १०० बार तोलता है तो सांख्यिकीय नियमितता नियम (Law of Statistical Regularity) के अनुसार पूरी सम्भावना है कि वह ५० बार अधिक तोलेगा और ५० बार कम और इस प्रकार विभ्रम समाप्त होते-होते बहुत कम रह जायेगा। न्यून और अधिक दोनों प्रकार की अशुद्धियाँ रहने से जितना ही वह अधिक तोलेगा उतना ही कुल मिलाकर विभ्रम कम होगा क्योंकि धन व ऋण विभ्रम एक दूसरे को काटते चलेंगे। यह विभ्रम सांख्यिकीय नियमितता नियम (Law of Statistical Regularity) पर आधारित है।

उदाहरण—

Name of Persons	Actual Age in years	Unbiased Estimate	Biased Estimate
A	60	63	63
B	62	60	65
C	67	65	68
D	71	70	74
Total	260	258	270
Error		−2	+10

विभ्रम का मापन (Measurement of Error)

पहले ही कहा जा चुका है कि सांख्यिकी में विभ्रम वास्तविक मूल्य (Actual value) और अनुमानित मूल्य (Estimated value) के अन्तर को प्रकट करता है। इस विभ्रम को निरपेक्ष रूप से (Absolutely) या सापेक्ष रूप से (Relatively) मापन करते हैं।

निरपेक्ष विभ्रम (Absolute Error)—निरपेक्ष विभ्रम वास्तविक मूल्य व अनुमानित मूल्य का अन्तर होता है। यह धनात्मक या ऋणात्मक दोनों हो सकता है। उदाहरणार्थ यदि किसी व्यक्ति की वास्तविक मासिक आय ५५० रु० है और अनुमानित आय ५२५ रु० है तो निरपेक्ष विभ्रम (Absolute Error) २५ रु० हुआ।

Absolute Error = Actual Value—Estimated Value।

सूत्र के रूप में हम इसे इस प्रकार प्रकट करेंगे :—

$$A.\ E. = a - e$$

Where A. E. represents Absolute Error
a represents Actual Value
e represents Estimated Value

यदि वास्तविक मूल्य अनुमानित मूल्य से अधिक हो तो धनात्मक विभ्रम (Positive Error) होता है और यदि कम हो तो ऋणात्मक विभ्रम (Negative Error) होता है।

सापेक्षिक विभ्रम (Relative Error)—सापेक्षिक विभ्रम निरपेक्ष विभ्रम (Absolute Error) का अनुमानित मूल्य (Estimated value) से अनुपात होता है। जैसे ऊपर के उदाहरण में सापेक्षिक विभ्रम $\frac{२५}{५२५}$ = ·०४७ हुआ।

अर्थात् सापेक्षिक विभ्रम = $\dfrac{\text{निरपेक्ष विभ्रम (Absolute Error)}}{\text{अनुमानित मूल्य (Estimated Value)}}$

इसे सूत्र के रूप में इस प्रकार प्रकट करेंगे :—

$$R.\ E. = \frac{a - e}{e}$$

Where R. E. represents Relative Error
a ,, Actual Value
e ,, Estimated Value

यदि सापेक्षिक विभ्रम प्रतिशत में प्रकट करते हैं तो वह प्रतिशत विभ्रम कहलाता है।

Illustration 1.

The height of a tree is estimated as 25ft. While its actual height is 30ft. Find out the absolute and relative error.

Solution 1.

Absolute Error = Actual—Estimate
= 30—25
= 5 ft.

Relative Error = $\dfrac{\text{Actual—Estimate}}{\text{Estimate}}$

$$= \frac{30-25}{25}$$

$$= \frac{5}{25}$$

$$= \frac{1}{5}$$

$= 2$ or 20 p. c.

Illustration 2.

In which area the error is greater when the investigation of the four areas gave the following figures.

	A	B	C	D
Actual Value	40	50	100	200
Estimated Value	35	44	80	175

Solution 2.

Error	A	B	C	D
Absolute Error	40—35 =5	50—44 = 6	100—80 =20	200—175 =25

Absolute error is greatest in D area

Error	A	B	C	D
Relative Error	$\frac{5}{35}$ = ·143	$\frac{6}{44}$ =·136	$\frac{20}{80}$ = ·25	$\frac{25}{175}$ = ·14

Relative error is highest in C area

Illustration 3

Relative error is ·25 while absolute error is 20, find out the Actual value ?

Solution 3.

$$\text{Relative Error} = \frac{\text{Absolute Error}}{\text{Estimate}}$$

$$\cdot 25 = \frac{20}{\text{Estimate}}$$

$$\text{Estimate} = 20 - \cdot 25$$
$$= 80$$
$$\text{Actual Value} = \text{Estimate} + \text{Absolute Error}$$
$$= 80 + 20$$
$$= 100$$

सापेक्ष व निरपेक्ष विभ्रम का नापना

सापेक्ष तथा निरपेक्ष विभ्रम नापने की निम्नांकित दो विधियाँ हैं :—

(१) प्रो० बॉडिंगटन के अनुसार।

(२) डा० बाउले के अनुसार।

(१) प्रो० बॉडिंगटन के अनुसार

Total Absolute Error = Average Absolute Error × Number of units considered

$$\text{Relative Error} = \frac{\text{Average Absolute Error} \times \sqrt{N}}{\text{Estimated Value}}$$

Illustration 4

It is estimated that there is a mistake of 4 in every unit on an average in the investigation of 100 units, and the estimated average value of 100 units is 40. Find out the Total Absolute Error and Relative Error.

Solution 4.

$$\text{Total Absolute Error} = \text{A E} \sqrt{N}$$
$$= 4 \times \sqrt{100}$$
$$= 4 \times 10 \text{ or } 40$$

$$\text{Relative Error} = \frac{\text{A E} \times \sqrt{N}}{\text{Estimate}}$$
$$= \frac{4 \times \sqrt{100}}{40}$$
$$= \frac{4 \times 10}{40}$$
$$= 1$$

(२) डा० बाउले के अनुसार

$$\text{Total Absolute Error} = \frac{2}{3} \times \frac{\text{AE}}{\sqrt{N}}$$

Illustration 5.

It is estimated that there is a mistake of 10 in every unit on an average in the investigation of 100 units, and the estimated average value of 200 units. Find out the Absolute Error ?

Solution 5

$$\text{Absolute Error} = \frac{2}{3} \times \frac{AI}{\sqrt{N}}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{10}{\sqrt{100}}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{10}{10}$$

$$= \frac{2}{3} \times 1$$

$$= 666$$

प्रतिशत विभ्रम (Percent of Error) निम्न सूत्र से निकालेंगे—

$$P\ E. = R\ E \times 100$$

ऊपर के उदाहरण में प्रतिशत विभ्रम (Percentage Error)

= ४७ × १०० हुआ

= ४७ हुआ

अप्राथमिक सामग्री का सम्पादन (Editing of Secondary Data)

अप्राथमिक सामग्री को प्रयोग करने से पूर्व उनकी अच्छी तरह से देखभाल कर लेनी चाहिये और पहले के संग्रहकर्ता द्वारा की गई अशुद्धियों को शुद्ध कर लेना चाहिये। यथासम्भव अशुद्धियों को समाप्त करके आँकड़ों को अपने कार्य योग्य बना लेना आवश्यक है। अप्राथमिक सामग्री का सुचारु रूप से सम्पादन करने के लिये निम्न बातों पर उचित ध्यान देना चाहिये —

(१) संग्रह करने में उद्गम (Sources of Collection), (२) मापन व विश्लेषण में प्रयुक्त एकक (Units used for measurement and analysis) (३) प्रारम्भिक अनुसंधान का उद्देश्य (Aims of original enquiry), (४) शुद्धता की मात्रा (Decree of accuracy), (५) अनुसंधान का समय (Time of inquiry) (६) प्रारम्भिक अनुसंधानकर्त्ताओं की योग्यता और ईमानदारी।

Standard Questions

1 Write a note on the necessity of editing primary and secondary data before analysing them

2 (a) Discuss the main sources of errors in Statistics and their effects

(b) State the various methods of approximation and their utility in Statistics *(Agra, B Com, 1940)*

3 In what way does a statistical error differ from a mistake? What classes of errors are there and how may they be measured? *(Allahabad, B Com, 1913, & 1919)*

4 Distinguish between—(a) Absolute and Relative errors and (b) Biased and Unbiased errors Discuss the effects of these error, and explain the steps that are taken to meet the effects
(*Agra, B Com , 1938*)

5 Mention the advantages of approximation in statistics What degree of accuracy is required in each statistical investigation
(*Raj , M Com , 1951*)

6 What precautions should be taken in making use of published statistics for further investigation (*Agra B Com , 1949*)

7 In any sample survey there are many sorces of errors A perfect survery is a myth ' Discuss the statement
(*Agra M A 1957*)

8 Discuss the standard o accuracy required in statistical calcula tion To what exent should approximation be used ?
(*Agra, M A , 1949*)

9 Discuss the various types of errors likely to creep into statistical investigations and suggest how to avoid or correct them
(*Agra, B Com , 1949*)

10 'Of the Biased Errors the statistician should have none, but the unbiased was the more the merrier, notwithstanding that they are also errors '—Elucidate (*Alld , B Com , 1947*)

11 Mention the kinds of errors likely to occur in the collection and interpretation of statistical data What precautions would you take to avoid or minimise them (*Alld , M A , 1950*)

12 What are the different kinds of statistical errors ? How are they measured ? (*Agra, B Com 1953*)

13 What is a Statistical Error ? How does it differ from a Mistake ? How would you measure it ? (*Alld B Com , 1955*)

14 Discuss the main sources of errors in statistics What classes of errors are known to you How would you measure them ?
(*Agra, B Com , 1959*)

15 What is meant by statistical errors ? How are they measured and what is their significance in statistical analysis ?
(*B Com , Alld 1958*)

अध्याय ८

समंकों का वर्गीकरण तथा सारणीयन

(Classification and Tabulation of Data)

संग्रह किये हुए आँकड़े प्रायः बहुत बड़ी राशि में होते हैं तथा प्रारम्भ में वे बहुत अव्यवस्थित दशा में होते हैं। इसलिये जन साधारण के लिये बहुत जटिल होते हैं। उन्हें देखकर कोई विशेष बात नहीं जानी जा सकती है। उन आँकड़ों को कुछ ऐसे व्यवस्थित रूप में प्रस्तुत किया जाना आवश्यक है कि वे सरल व समझने योग्य हो जायें तथा उनकी विशेषता सरलता से समझी जा सके। अतः संकलित सामग्री को संक्षेप करने एवं सरल व समझने योग्य बनाने के लिये उसके वर्गीकरण की आवश्यकता होती है। वर्गीकरण में विशेष ध्यान इस बात पर दिया जाता है कि एकत्रित सांख्यिकीय सामग्री के विस्तार की मात्रा को इस प्रकार संक्षिप्त किया जाय कि उसके मुख्य तथ्य स्पष्ट दिखाई दें। अर्थात् आँकड़ों को किसी गुण के आधार पर समान व असमान को अलग अलग कर बाँट दिया जाय। प्रायः ऐसा देखा जाता है कि कुछ आँकड़ों में कुछ बातों पर समानता होती है। उदाहरण के लिये किसी नगर की जन संख्या में वृद्ध पुरुष, बूढ़ी स्त्रियाँ, युवक, युवतियाँ, बच्चे तथा बच्चियाँ हैं। इनको पुरुष व स्त्री दो वर्गों में सरलता से बाँटा जा सकता है। फिर आयु या शिक्षा या अन्य किसी गुण के आधार पर इनको और भी उप विभागों में बाँटा जा सकता है। इस प्रकार वर्गीकरण द्वारा आँकड़ों के अव्यवस्थित विशाल ढेर को एक व्यवस्थित रूप दिया जाता है ताकि भविष्य का कार्य सरल हो जाय।

"वर्गीकरण आँकड़ों को (यथार्थ या भावात्मक रूप से) समानता तथा सादृश्यता के आधार पर वर्गों या विभागों में क्रमानुसार रखने की क्रिया है और यह व्यक्तिगत पदों की विभिन्नता के बीच उनके गुणों की एकता को व्यक्त करता है।"[1]

—कोनर

---

1 *Classification is the process of arranging things (estimated actually or notionally) in groups or classes according to their resemblances and affinities and gives expression to the unity of attributes that may subsist among a diversity of individuals."*
—*Connor*

वर्गीकरण के मुख्य लक्षण (Main Features of Classification)

(१) वर्गीकरण में आँकड़ों को विभिन्न वर्गों में विभाजित किया जाता है।

(२) यह विभाजन किसी गुण के आधार पर होता है।

(३) यह विभाजन यथार्थ रूप में या भावात्मक रूप में होता है।

(४) यह पदों की विभिन्नता के बीच भी उनकी एकता को स्पष्ट करता है।

वर्गीकरण के उद्देश्य (Objects of Classification)

वर्गीकरण के निम्न उद्देश्य होते हैं —

(१) आँकड़ों की समानता व असमानता का प्रकट होना—इससे आँकड़ों की समानता या असमानता प्रकट होती है क्योंकि समान गुण वाले आँकड़े एक साथ रखे जाते हैं। जैसे—उत्तीर्ण विद्यार्थी व अनुत्तीर्ण विद्यार्थी।

(२) समझने में सरलता—वर्गीकरण हो जाने से आँकड़ों को समझने में सरलता हो जाती है। मानसिक श्रम कम करना पड़ता है। जैसे किसी विद्यालय के विद्यार्थियों को यदि एक साथ ही बताया जाय तो यह जटिल है और यदि उन्हें कक्षा के अनुसार बाँट कर बताया जाय तो यह सरल व स्पष्ट है।

(३) तुलना में सहायक—यह आँकड़ों को तुलना तथा अनुमान निकालने योग्य बनाती है। अस्त-व्यस्त आँकड़े तभी तुलना योग्य बन पाते हैं जब समान व असमान को अलग-अलग बाँट लिया जाय।

(४) उपयोगिता बढ़ाना—इसकी सहायता से एकत्रित आँकड़े, जो एक जन-साधारण के लिये किसी काम के नहीं हैं, काम के योग्य हो जाते हैं। वह उन्हें समझने में तथा उनका प्रयोग करने में सफल हो जाता है।

(५) वैज्ञानिक प्रबन्ध निश्चित करना—इसकी सहायता से अंकों की मौलिक विशेषताओं के अनुसार उनका उचित और वैज्ञानिक प्रबन्ध निश्चित किया जाता है और इस प्रकार उन्हें अधिक सरल, स्पष्ट व बोधगम्य बनाया जाता है।

(६) एकता प्रकट करना—वर्गीकरण एकत्रित पदों की भिन्नता में एकता को प्रकट करता है।

अच्छे प्रकार के वर्गीकरण के मुख्य गुण (Chief Characteristics of a Good Classification)

एक अच्छे प्रकार के वर्गीकरण में निम्न गुण होने चाहिये :—

(१) सजातीयता—किसी वर्ग विशेष के प्रत्येक पद उस गुण के अनुसार होने चाहिये जिसके आधार पर वर्गीकरण किया जा रहा है।

(२) असंदिग्धता—वर्गों की योजना स्पष्ट, सरल परन्तु निश्चित होनी चाहिये ताकि प्रत्येक वर्ग में कुछ विशेषता हो। कोई पद किस वर्ग में रखा जाय इस विषय में किसी प्रकार के संदेह की गुंजाइश नहीं होनी चाहिये।

(३) आधार की समानता—वर्गीकरण के आधार में आदि से अन्त तक समानता रहनी आवश्यक है। यदि आधार में परिवर्तन हुआ तो वर्गीकरण अशुद्ध हो जायगा और परिणाम भ्रामक होंगे।

(४) ध्येय उद्देश्य के अनुसार—वर्गीकरण को ध्येय अनुसंधान के उद्देश्य को सम्मुख रखकर ही निश्चित किया जाना चाहिये। वर्ग अनुसंधान के उद्देश्य के अनुसार ही बनाये जाने चाहिये। यदि दो नगरों के लोगों की आर्थिक दशा की तुलना करनी है तो वहाँ के लोगों की आयु के अनुसार वर्गीकरण उचित नहीं माना जायगा। यह वर्गीकरण आमदनी के आधार पर ठीक रहेगा।

(५) प्रत्येक पद का समावेश—यह आवश्यक है कि प्रत्येक पद किसी न किसी वर्ग में सम्मिलित हो। यदि कुछ पद छूट जाते हैं तो इसका अर्थ यह हुआ कि वर्ग ठीक प्रकार से नहीं बनाये गये हैं।

(६) लचीलापन—वर्ग ऐसे बनाये जाने चाहिये कि उनमें उचित मात्रा का लोच हो। आवश्यकतानुसार उनमें परिवर्तन करके घटाव बढ़ाव किया जा सके।

वर्गीकरण की रीतियाँ (*Methods of Classfication*)

आँकड़ों के वर्गीकरण की प्रमुख रीतियाँ निम्न हैं —

(क) गुणात्मक वर्गीकरण (**Classification according to qualities or attributes**)

(ख) वर्गान्तरों के अनुसार वर्गीकरण (**Classification according to *class interval***)

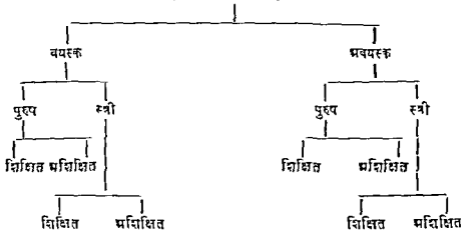
(क) गुणात्मक वर्गीकरण (Classification According to Attributes)

इस प्रकार के वर्गीकरण में वर्गों का निर्माण पदों के गुणों के आधार पर होता है। यहाँ पर आँकड़ों में गुणों को प्रधानता दी जाती है। किसी गुण की उपस्थिति या अनुपस्थिति के आँकड़े विभाजित किये जाते हैं। गुण अनेक प्रकार के हो सकते हैं जैसे—जाति, धर्म, ऊँचाई, वजन आदि।

इस प्रकार का वर्गीकरण भी दो प्रकार का हो सकता है —

(अ) द्वन्द्व भाजन वर्गीकरण (**Classificaton According to *Dichotomy***)—इसे साधारण वर्गीकरण (Simple Classification) भी कहते हैं। इस प्रकार के वर्गीकरण में आँकड़ा को किसी गुण की उपस्थिति या अनुपस्थिति के अनुसार दो वर्गों में बाँटते हैं। जैसे शिक्षित, अशिक्षित, पुरुष, स्त्री, स्वस्थ, अस्वस्थ इत्यादि।

(ब) बहुगुण वर्गीकरण (**Manifold Classification**)—बहुगुण वर्गीकरण में एक से अधिक गुणों के आधार पर वर्गीकरण किया जाता है। यहाँ एक गुण के आधार पर धनात्मक (Positive) व ऋणात्मक (Negative) वर्गीकरण करके

फिर किसी अन्य गुण के आधार पर उन्हें उपवर्गों में पुनः विभाजित कर दिया जाता है और इस प्रकार विभाजन का क्रम किसी और गुण के आधार पर आगे भी हो सकता है। उदाहरणार्थ :

सावधानियाँ (Precautions)

इस प्रकार का वर्गीकरण करना सरल है। परन्तु निम्न सावधानियाँ रखना वाछनीय है :—

(१) आधार का स्पष्ट होना—गुण की उपस्थिति अथवा अनुपस्थिति का आधार स्पष्ट रूप से निश्चित होना चाहिये जैसे यदि वयस्क और अवयस्क दो वर्गों में बाँटना है तो यह निश्चित होना चाहिये कि किस आयु तक अवयस्क माना जायेगा।

(२) परिवर्तनों का ध्यान रखना—एकत्रित आँकड़ो में परिवर्तन होता रहता है जैसे—अशिक्षित शिक्षित हो जाते हैं। इसका ध्यान रखना बहुत आवश्यक है।

वर्गान्तरों के अनुसार वर्गीकरण
(Classification According to Class Intervals)

इस प्रकार के वर्गीकरण में आँकड़ों के अंकात्मक लक्षणों के आधार पर वर्ग बनाये जाते हैं। अंकों के अनुसार कई संभव वर्ग बना लिये जाते हैं और पदों को उनके अंकात्मक लक्षण के अनुसार अलग-अलग वर्गों में बाँट लेते हैं। यदि हम किसी मिल के मजदूरों को मासिक मजदूरी के अनुसार पाँच या सात भागों में विभाजित कर दें तो यह वर्गान्तरानुसार वर्गीकरण होगा। जैसे :—

०	से लेकर	१० रु०
१०	,,	२० ,,
२०	,,	३० ,,
३०	,,	४० ,,
४०	,,	५० ,,

इस प्रकार के वर्गीकरण मे निम्न विशेष शब्दो या शब्द समूहो का प्रयोग होता है :—

(क) वर्ग सीमायें (Limits of Class-intervals)—जिन दो सीमाओं के अन्तर्गत वर्ग बनाते हैं उन्हे वर्ग सीमायें कहते हैं। पहली सीमा को निम्न सीमा (Lower Limit) तथा दूसरी सीमा को उच्च सीमा (Higher Limit or Upper Limit) कहते हैं। ऊपर के उदाहरण म पहले वर्ग मे निम्न सीमा शून्य और उच्च सीमा १० है :—

कभी-कभी वर्ग की सीमायें अनिश्चित सी रहती हैं। इन्हें विवर्तमुखी सारिणी या खुले सिरों वाली सारिणी (Open-end Table) कहते हैं। यहाँ प्रथम व अन्तिम वर्ग की सीमाओं को निर्धारित करना कठिन प्रतीत होता है। ऐसे वर्गों का मध्य बिन्दु (Mid point) पास वाले अन्य वर्गों के वर्गान्तर को ही मानकर निकालते हैं। उदाहरण

Marks in	Economics
Below	10
10	20
20	30
30	40
40	Above

यहाँ पहले वर्ग का मध्य बिन्दु ५ और अन्तिम वर्ग का मध्य बिन्दु ४५ होगा। वर्गीकरण मे ऐसे वर्गों का प्रयोग ठीक नहीं माना जाता क्योंकि इससे अनिश्चितता व सन्देह उत्पन्न होता है।

(ख) वर्ग विस्तार (Class-interval or Magnitude)—किसी वर्ग की उच्च सीमा (Upper Limit) व निम्न सीमा (Lower Limit) के अन्तर को वर्ग विस्तार कहते हैं। ऊपर के उदाहरण मे १०—०=१० वर्ग विस्तार है।

(ग) मध्य मूल्य (Mid Value)—किसी वर्ग की सीमाओं के मध्य बिन्दु को मध्य मूल्य कहा जाता है। इसे प्राप्त करने के लिये वर्ग की उच्च सीमा व निम्न सीमा दोनों को जोड़कर आधा कर देते हैं जैसे ऊपर के उदाहरण मे पहले वर्ग का मध्य मूल्य $= \frac{0+10}{2} =$ ५ न० हुआ। इसी प्रकार दूसरे वर्ग का मध्य मूल्य $\frac{10+20}{2} =$ १५ न० हुआ।

मध्य-मूल्य पूर्णांक करने का प्रयत्न करना

(१) जब वर्ग की सीमायें पूर्णांक होती हैं और वर्गान्तर सम रहता है तो मध्य मूल्य पूर्णांक आता है। ऐसा होने से गणित की क्रियाओं मे सरलता रहती है।

वर्ग की सीमायें	माध्य मूल्य (Mid Value)
४—८	६
८—१६	१२
१६—२४	२०

(२) यदि वर्गान्तर विषम हो तो माध्य को पूर्णांक लाने के लिये वर्ग की न्यूनतम व अधिकतम सीमायें ५ की सहायता से बनानी चाहिये । जैसे :—

वर्ग की सीमायें	माध्य मूल्य
·५—१५.५	८
१५.५—३०.५	२३
३०.५—४५.५	३८

(घ) **वर्ग आवृति (Class Frequency)**—वर्ग बना लेने के उपरान्त यह जानना आवश्यक होता है कि उस समूह या समग्र में से कितने पद किसी वर्ग विशेष में आते हैं इन पदों या अवलोकनों (Observations) की संख्या उस वर्ग की आवृति या बारंबारता (Frequency) कहलाती है। ऊपर के उदाहरण में मान लीजिये कि दो ऐसे मजदूर हैं जिनकी मासिक मजदूरी ० व १० रु० के बीच है तो ०–१० वर्ग की आवृत्ति २ होगी। इसी प्रकार यदि उस मिल मे कुल मजदूरों की संख्या ४० है तो इस प्रकार का वर्गीकरण हो सकता है :—

मासिक मजदूरी रुपयों मे	मजदूरों की संख्या
०–१०	२
१०–२०	३
२०–३०	१०
३०–४०	१४
४०–५०	११
योग	४०

वर्गान्तर के अनुसार वर्गीकरण

वर्गान्तर के अनुसार वर्गीकरण दो प्रकार से हो सकता है :—

(१) अपवर्जी विधि (Exclusive Method)

(२) समावेशी विधि (Inclusive Method)।

अपवर्जी विधि (Exclusive Method)—ऊपर का उदाहरण जैसे ०–१०, १०–२०, इसी विधि का उदाहरण है। इस प्रकार के वर्गीकरण में पहले वर्ग की उच्च सीमा (Upper limit) तथा दूसरे वर्ग की निम्न सीमा (Lower limit) समान है। इसलिये यह शंका होती है कि १० को किस वर्ग में रक्खा जाय; पहले में या दूसरे में? इस विषय में यह नियम है कि इस विधि में किसी वर्ग की उच्च सीमा को *इस वर्ग के अन्तर्गत नहीं सम्मिलित किया जाता बल्कि उससे बाद वाले वर्ग में* सम्मिलित किया जाता है। इस नियम के अनुसार ०–१० वर्ग में का १० दूसरे वर्ग १०–२० में सम्मिलित किया जायेगा।

समावेशी विधि (Inclusive Method)—इस प्रकार के वर्गीकरण में पहले की भाँति एक वर्ग की उच्च सीमा व दूसरे वर्ग की निम्न सीमा समान नहीं होती। *इस प्रकार के वर्गीकरण में निम्न सीमा व उच्च सीमा दोनों को उसी वर्ग में* सम्मिलित कर लिया जाता है। इस प्रकार के वर्गीकरण में सन्देह को दूर रखने के लिये पहले वर्ग की उच्च सीमा को दूसरे वर्ग की निम्न-सीमा से १ कम कर दिया जाता है। जैसे

मजदूरी रुपयों में
०—९
१०—१९
२०—२९
३०—३९
४०—४९

सामान्यतः वर्गों की आवृत्ति पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। लेकिन कभी कभी कुछ कठिनाइयाँ उपस्थित हो जाती हैं। जैसे यदि मूल्य वर्गों के मध्य में पड़े तो उसे कहाँ शामिल किया जाय? उदाहरण के लिये मान लीजिये ऊपर के उदाहरण में कोई ऐसा मजदूर है जिसकी मासिक मजदूरी ९ रुपये से अधिक और १० रुपये से कम है। अब प्रश्न यह उठता है कि इसे पहले वर्ग में रखें या दूसरे में? वास्तविकता यह है कि यह दोनों वर्गों में से किसी भी वर्ग में सम्मिलित नहीं किया जा सकता। ऐसी दशा में यह प्रणाली ठीक नहीं रहती है। जहाँ ऐसी दशायें हों इस विधि को अपवर्जी विधि में बदल लेना चाहिये, जो कि इस प्रकार किया जा सकता है —

०—९·५
९·५—१९·५
१९·५—२९·५
२९·५—३९·५
३९·५—४९·५

संचयी आवृत्ति (Cumulative Frequency)

कोई भी पद किसी समूह में जितनी बार मिलता है वही उस पद की आवृत्ति कहलाती है। कभी-कभी वर्गों की आवृत्ति अलग-अलग न देकर उन्हें संचयी रूप में प्रस्तुत किया जाता है। ऐसी दशा में वर्ग की दोनों सीमायें नहीं दी जाती हैं। यह दो प्रकार से प्रस्तुत किया जाता है जैसे उच्च सीमा को लिखकर 'से कम' लिख देते हैं। इस प्रकार हर वर्ग की उच्च-सीमा को लिखते हैं। जैसे मान लीजिये किसी कक्षा में बीस विद्यार्थियों ने परीक्षा दी और ५० अंकों में से उनके अंक निम्न हैं :—

५, १६, १७, १९, २१, २१, २२, २२, २२, २५, २५, २६, २६, ३१, ३१, ३१, ३४, ३५, ४२, ४८

अपवर्जी रीति (Exclusive Method) से इसका वर्गीकरण दस के वर्ग विस्तार के अनुसार निम्न ढंग से हो सकता है :—

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
०—१०	१
१०—२०	३
२०—३०	९
३०—४०	५
४०—५०	२

इसको ऊपर बताये गये संचयी आवृत्ति के ढंग से प्रस्तुत करेंगे तो निम्न प्रकार से होगा :—

	विद्यार्थियों की संख्या
१० से कम	१
२० ,, ,,	४
३० ,, ,,	१३
४० ,, ,,	१८
५० ,, ,,	२०

संचयी आवृत्ति को प्रस्तुत करने की एक दूसरी भी रीति है। यहाँ प्रत्येक वर्ग की निम्न-सीमा को लिखकर 'से अधिक' शब्द जोड़ते हैं जैसे ऊपर के उदाहरण में :—

	विद्यार्थियों की संख्या
० से अधिक	२०
१० ,, ,,	१९
२० ,, ,,	१६
३० ,, ,,	७
४० ,, ,,	२

वर्ग ग्रावृत्ति निकालने के लिये संचयी ग्रावृत्ति में से पहले या पीछे वाली संचयी ग्रावृत्ति को घटाते हैं।

वर्गान्तरानुसार वर्गीकरण की समस्यायें (Problems in Classification According to Class-intervals)

वर्गान्तरों के अनुसार आंकड़ों का वर्गीकरण करते समय कुछ समस्यायें उपस्थित होती हैं। यहाँ हम उन पर विचार करेंगे और यह निश्चित करेंगे कि उनका समाधान किस प्रकार हो ? वर्गीकरण करते समय निम्न बातें ध्यान में रखनी चाहिये।

(१) वर्गान्तरों की संख्या (Number of Class-intervals)—सबसे पहले यह प्रश्न उठता है कि कितने वर्गों में आंकड़ों को विभाजित किया जाय। वर्ग एक भी बनाया जा सकता है और कई भी। यों तो इस विषय में कोई निर्णयात्मक राय नहीं दी जा सकती है परन्तु यह कहा जा सकता है कि वर्गों की संख्या न तो बहुत अधिक हो और न बहुत कम। वह इतनी होनी चाहिये कि आंकड़ों का वितरण ठीक प्रकार से हो जाय और उनके वितरण की विशेषतायें स्पष्ट रूप से प्रकट हो जांय। बहुत कम वर्ग बनाने से ग्रावृत्तियों का संचय हो जायेगा और उनकी विशेषताओं का वितरण स्पष्ट नहीं हो पायेगा। इसी प्रकार यदि वर्ग बहुत अधिक बन जायेंगे तो अनावश्यक परिश्रम करना पड़ेगा और आंकड़ों में सन्निकटीकरण का कार्य कठिन हो जायेगा।

(२) वर्गान्तरों का विस्तार (Magnitude of Class-intervals)—वर्गों की संख्या निश्चित करने के बाद वर्गों का विस्तार निश्चित किया जाता है। इस विषय में सबसे महत्वपूर्ण बात यह है कि सभी वर्गों का अन्तर समान होना चाहिये। ऐसा न होने से कठिनाई होती है और सूत्रों का प्रयोग करना असंभव हो जाता है। वर्गान्तर निश्चित करने के लिये प्रायः सबसे अधिक मूल्य में से सबसे कम मूल्य को घटाकर वर्गों की संख्या से भाग दे देने पर वर्गान्तर ज्ञात हो जाता है। सूत्र निम्न होगा :—

$$\text{वर्ग विस्तार} = \frac{\text{सबसे बड़ा मूल्य} - \text{सबसे छोटा मूल्य}}{\text{वर्गों की संख्या}}$$

उदाहरणार्थ मान लीजिये किसी कक्षा के विद्यार्थियों की आयु १५ से लेकर २५ वर्ष तक है। इसे हम ५ वर्गों में बाँटना चाहते हैं तो वर्ग विस्तार ऊपर के सूत्र के अनुसार $\frac{२५-१५}{५} = \frac{१०}{५} = २$ होगा अर्थात् वर्ग निम्न प्रकार से बनेंगे :—

१५—१७ वर्षों में
१७—१९
१९—२१
२१—२३
२३—२५

वर्गों का विस्तार और प्रो० एच० ए० स्टर्जेज के विचार

प्रो० एच० ए० स्टर्जेज का विचार है कि वर्ग विस्तार नीचे लिखी हुई विधि से निकालना चाहिये। यदि इस विधि के अनुसार निकाली हुई संख्या पूर्णाङ्क न हो तो उपसादन (Approximation) की उचित विधि द्वारा इसे पूर्णाङ्क कर लेना चाहिये :—

$$\text{वर्ग विस्तार} = \frac{\text{इकाइयों का सबसे बड़ा मूल्य}-\text{इकाइयों का सबसे छोटा मूल्य}}{1+3\cdot322\times\text{Log इकाइयों की कुल संख्या}}$$

$$i = \frac{\text{Range}}{1+3\ 322\ \text{Log N}}$$

उदाहरण—यदि इकाइयों की संख्या ३०० है और इकाइयों का सबसे बड़ा मूल्य १०० व सबसे छोटा मूल्य २० है तो वर्ग विस्तार निकालिये।

हल—

$$i = \frac{\text{Range}}{1+3\cdot322\ \text{Log N}}$$

$$= \frac{100-20}{1+3\ 322\ \text{Log}\ 300}$$

$$= \frac{80}{1+3\ 322\times2\ 4771}$$

$$= \frac{80}{1+8\ 32}$$

$$= \frac{80}{9\ 23} = 8\ 66$$

वर्ग विस्तार ८·६६ हुआ परन्तु यह वर्ग विस्तार लेना ठीक नहीं रहेगा। ऐसी दशा में निकटतम पूर्णाङ्क संख्या मान लेना पड़ेगा। यहाँ निकटतम पूर्णाङ्क संख्या ९ होगी।

(३) **वर्ग सीमायें (Limits of Class-intervals)**—वर्ग सीमायें स्पष्ट और निश्चित होनी चाहिये ताकि प्रत्येक पद किसी न किसी वर्ग में सम्मिलित किया जा सके। इसी अध्याय में अपवर्जी विधि (Exclusive Method) और समावेशी विधि (Inclusive Method) का विवेचन किया जा चुका है। वर्ग सीमायें इन दोनों विधियों में से किसी के अनुसार निश्चित की जा सकती हैं।

(४) आवृत्ति (Frequency)—चाहे अपवर्जी रीति का पालन किया जाय या समावेशी रीति अपनाई जाय आवृत्ति उसी के अनुसार भरी जानी चाहिये। यदि किसी वर्ग की आवृत्ति शून्य हो तो उसे छोड़ नहीं देना चाहिये। उस वर्ग के सम्मुख शून्य लिख देना चाहिये। आवृत्ति निश्चित करते समय चिह्न पत्र (Tally Sheet) का भरा जाना बहुत लाभप्रद होता है। इससे बिना किसी अशुद्धि के सरलतापूर्वक आवृत्ति प्राप्त हो जाती है।

(५) वर्गान्तर (Class-interval)—यथा समय वर्गान्तर इस प्रकार का होना चाहिये कि वर्ग के अन्दर पदों का समान वितरण हो। अधिक पद मध्य बिन्दु के पास रहें और वर्ग की उच्च-सीमा (Upper Limit) व निम्न सीमा (Lower Limit) के पास कम पद रहें। वर्गान्तर यथा समय ऐसा होना चाहिये कि आवृत्तियों का वितरण क्रम बद्ध हो। जैसे पहले तो आवृत्तियाँ बढ़े और फिर सर्वोच्च बिन्दु पर पहुँच कर धीरे-धीरे कम होने लगे।

(६) पूर्णाङ्क संख्याओं का प्रयोग (Use of Round Figures)—यथा संभव यह प्रयत्न होना चाहिये कि वर्गान्तर (Class-interval), वर्ग-सीमायें (Class-limits) और मध्य-बिन्दु पूर्णाङ्क हो इससे सूत्रों के प्रयोग व गणित की क्रियायें करने में सरलता होती है।

सांख्यिकीय श्रेणियाँ (Statistical Series)

एक श्रेणी या माला तर्कपूर्ण ढंग से पदों की व्याख्या है अर्थात् इसमें पद गुण के आधार पर तर्कपूर्ण या क्रम बद्ध ढंग से अनुविन्यसित (Arrange) किये जाते हैं।

"यदि दो चल मूल्यों को साथ-साथ इस प्रकार अनुविन्यसित किया जाय कि एक का मापनीय अन्तर दूसरे के मापनीय अन्तर का सहगामी हो तो इस प्रकार प्राप्त श्रेणी को सांख्यिकीय श्रेणी कहा जायेगा।[1] —कोनर

सांख्यिकीय श्रेणियाँ निम्न प्रकार की हो सकती हैं —

(१) कालान्तर श्रेणी (Time or Temporal Series)—इसमें वर्गीकरण समय के आधार पर होता है। इसमें समूह के पद ऐतिहासिक क्रम में रखे जाते हैं और समय को प्रधानता दी जाती है। इन्हें ऐतिहासिक श्रेणी (Historical Series) भी कहते हैं। उदाहरणार्थ :—

---

1. *If two variable quantities can be arranged side by side so that measurable difference in the one correspond with measurable difference in the other, the result is said to form a statistical series.*

—*Connor*

Gross Income of Industrial Finance Corporation of India[1]

Year ended 30th June	Gross income Rs. (In Lakhs)
1949	5·73
1950	23·47
1951	35 87
1952	42·05
1953	49·30
1954	54·74
1955	60 71
1956	67 63
1957	96·33
1958	154·91
1959	203·88

(२) स्थानिक श्रेणी (Spatial Series)—इस प्रकार की श्रेणी में तथ्यों को स्थान सम्बन्धी या भौगोलिक आधार पर बाँटते हैं। इन्हें भौगोलिक श्रेणियाँ भी कहते हैं। इस प्रकार की श्रेणी में समय स्थिर रहता है पर स्थान बदलता रहता है। उदाहरण :—

Co-operative Farming Societies[2]

State/Territory	No of Societies	State/Territory	No. of Societies
Andhra Pradesh	31	Manipur	3
Assam	170	Mysore	100
Bihar	27	Orissa	28
Bombay	402	Punjab	478
Delhi	22	Rajasthan	105
Jammu & Kashmir	7	Tripura	12
Kerala	55	Uttar Pradesh	255
Madhya Pradesh	140	West Pengal	148
Madras	37	Total	2,020

(३) परिस्थिति श्रेणी (Condition Series)—इन श्रेणियों में आंकड़ों का वर्गीकरण किसी परिस्थिति में होने वाले परिवर्तनों के आधार पर किया जाता है। इसी से इसे परिस्थिति श्रेणी भी कहते हैं। लम्बाई, वजन, आयु आदि सम्बन्धी श्रेणियाँ इसके अन्तर्गत आती हैं। उदाहरणार्थ :—

1. *Source*—Industrial Finance Corporation of India Report, 1959.
2. *Source*—India, 1959.

किसी कक्षा के विद्यार्थियों की परीक्षा में प्राप्तांक

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या
०—१०	५
१०—२०	१२
२०—३०	२८
३०—४०	८
४०—५०	७
	६०

श्रेणियों में बनावट के आधार पर भी वर्गीकरण होता है। बनावट के विचार से निम्न प्रकार की श्रेणियाँ होती हैं—

(१) व्यक्तिगत श्रेणी (Individual series)
(२) खण्डित श्रेणी (Discrete series)
(३) अखण्डित श्रेणी (Continuous series)

(१) व्यक्तिगत श्रेणी (Individual Series)—इस प्रकार की श्रेणी में प्रत्येक पद स्वतन्त्र होता है और अलग लिखा जाता है। यह पद किसी समूह या वर्ग में नहीं रखा जाता बल्कि यह पूर्णतः स्वतन्त्र होता है। यहाँ निरीक्षणों का समूह नहीं बनाया जाता। मान लीजिए किसी कक्षा में पाँच विद्यार्थी क, ख, ग, घ और ङ हैं। किसी विषय में परीक्षा में उनके प्राप्तांक लिखे जाते हैं। जैसे—

विद्यार्थियों का नाम	प्राप्तांक
क	२२
ख	३०
ग	३२
घ	१६
ङ	१०

(२) खण्डित श्रेणी (Discrete or Discontinuous Series)—कुछ दशाओं में यह सम्भव होता है कि प्रत्येक पद का मूल्य काफी उच्च कोटि की गणित सम्बन्धी शुद्धता के साथ प्राप्त किया जाता है और उस चल (variable) को ऐसे पदों में प्रकट किया जाता है जो एक दूसरे से एक निश्चित बराबर मात्रा के अन्तर पर होते हैं। ऐसी श्रेणी को खण्डित या विच्छिन्न श्रेणी कहते हैं। यहाँ पर पद ठीक ठीक पूर्णांक में मापनीय होते हैं। यहाँ इकाइयाँ फिर छोटे भागों में विभक्त नहीं की जा सकतीं जैसे व्यक्ति, दुर्घटना, पृष्ठ संख्या आदि।

उदाहरण—

Weekly Wages in Rs.	No of Workers in the Factory
20	4
21	8
22	11
23	12
24	5
	40

(३) अखंडित श्रेणी (Continuous Series)—इन्हें अविच्छिन्न या संतत श्रेणी भी कहते हैं। जब एक श्रेणी के पद अंकगणितीय शुद्धता के साथ निर्धारित करने के योग्य नहीं होते और उपसादन के द्वारा मापन किये जाते हैं और केवल कुछ निश्चित सीमाओं के अन्तर्गत रखे जा सकते हैं तो इस प्रकार जो लेखन पाया जाता है उसे अखंडित श्रेणी कहते हैं। यहां पर प्रत्येक पद का मूल्य पूर्ण शुद्धता के साथ प्राप्त करना संभव नहीं होता और विभिन्न पद बहुत थोड़ी मात्रा में बदलते रहते हैं। इस प्रकार की श्रेणी में कुछ ऐसे वर्गान्तर लिये जाते हैं जिनमें संततता (Continuity) टूटती नहीं है और जहां एक वर्ग समाप्त होता है वहीं से दूसरा वर्ग प्रारम्भ होता है। इस प्रकार प्रत्येक मूल्य के पद के लिये कहीं न कहीं स्थान रहता है। प्रायः वजन लम्बाई, विस्तार, आय, उत्पादन आदि के मापन में अखंडित श्रेणी बनती है।

उदाहरण—

Weight in lbs.	No of Students
120—125	4
125—130	10
130—135	20
135—140	22
140—145	7
	63

सारणीयन
(Tabulation)

सांख्यिकीय सामग्री का वर्गीकरण करने के उपरान्त उन्हें सारणियों में प्रदर्शित किया जाता है। सारणीयन के द्वारा एकत्रित सामग्री को सरल, संक्षिप्त व सुबोध बनाया जाता है जिससे उसे समझने में सरलता हो और केंद्राग्र करने में सुविधा हो। इससे परिणाम निकालने और निर्वचन करने (Interpretation) में सुविधा होती है। सारणीयन की परिभाषा के सम्बन्ध में सांख्यिकी विद्वानों के मत नीचे दिये हुये हैं।

"सारणीयन किसी भी रूप में उपन्यस्त संचित सामग्री और सांख्यिकी द्वारा प्राप्त किये हुये अंतिम तर्कसंगत परिणामों के बीच की क्रिया है।"

—बाउले

बाउले ने सारणीयन के क्षेत्र को बहुत व्यापक बना दिया है। आज के युग में सारणीयन इतने व्यापक अर्थों में प्रयुक्त नहीं होता है।

सबसे विस्तृत अर्थ में समंकों की खाना और पंक्तियों में क्रम बद्ध व्यवस्था को *सारणीयन* कहते हैं।[1] —ब्लेयर

'सारणीयन किसी विचाराधीन समस्या को स्पष्ट बनाने के लिये संख्या सम्बन्धी आंकड़ों का नियमित एवं व्यवस्थित प्रदर्शन है।[2]

—एल० आर० कोनर

"सारणी वह साधन है जिससे वर्गीकरण द्वारा की गई विवेचना को स्थायी रूप से लेख बद्ध किया जाता है और समान एवं तुलना की जाने वाली वस्तुओं को उचित स्थान पर रखा जाता है।"[3] —सेक्राइस्ट

सारणीयन से लाभ (Advantages of Tabulation)

सारणीयन के भी वही उद्देश्य होते हैं जो वर्गीकरण के होते हैं। यहाँ सारणीयन के कुछ लाभों का विवेचन किया जायेगा—

(१) इसकी सहायता से सांख्यिकीय सामग्री को इस प्रकार से प्रस्तुत किया जाता है कि इसे समझने में सरलता होती है तथा सांख्यिकीय प्रयोग के लिये ठीक हो जाती है।

(२) *उसके द्वारा आँकड़े चित्ताकर्षक ढंग से प्रस्तुत किये जाते हैं। वे मस्तिष्क* को अच्छे लगते हैं तथा इतने प्रभावशाली हो जाते हैं कि उनकी अमिट छाप मस्तिष्क पर पड़ जाती है।

(३) इससे समय व स्थान की बचत होती है क्योंकि उन्हीं शीर्षकों को बार बार लिखने की आवश्यकता समाप्त हो जाती है।

(४) इससे चित्र व बिन्दु रेखा बनाने में भी सहायता मिलती है।

---

1 'Tabulation in its broadest sense is any orderly arrangement of data in columns and rows' —*Blair*

2 'Tabulation involves the orderly and systematic presentation of numerical data in a form designed to elucidate the problem under consideration' —*L.R. Connor*

3 'Tables are a means of recording in premanent form the analysis that is made through classification and of placing in justaposition things that are similar and should be compared' —*Secrist*

(५) सारणीयन की सहायता से दो या अधिक श्रेणियों में तुलना सरल हो जाती है क्योंकि वे पास-पास व क्रम मे रक्खी जाती हैं।

(६) इससे गणना करना सरल हो जाता है और अशुद्धियों का पता लगाने में सरलता होती है।

(७) सारणीयन हो जाने से आँकड़ो को दोनो ओर से पढ़ा जा सकता है।

(८) अधिक सूचना कम स्थान में दिखाई जा सकती है।

सारणीयन की सीमाएँ (Limitations of Tabulation)

सारणीयन की कुछ सीमायें भी होती हैं। इनमें से प्रमुख निम्न हैं —

(१) प्रत्येक पद का स्वतन्त्र व्यक्तित्व सारणी मे प्रायः समाप्त सा हो जाता है।

(२) अनेक परिस्थितियों में प्राप्त किये गये तथ्यों को सीमित स्थानों में प्रदर्शित करने से उनके संदर्भ के अभाव में शुद्धता का बलिदान होता है।

एक सारणी के प्रमुख भाग (Main Parts of a Table)

एक अच्छी सारणी के निम्न प्रमुख भाग होते हैं —

(१) शीर्षक (Title)—शीर्षक देते समय यह प्रयत्न किया जाता है कि वह ऐसा हो कि सारणी के क्षेत्र को स्पष्ट रूप से प्रकट कर सके। यथा संभव शीर्षक छोटा होना चाहिये, क्योंकि बड़े शीर्षकों को पढ़ने में असुविधा होती है। परन्तु कहने का यह अर्थ कदापि नहीं कि छोटा करने मे उसकी स्पष्टता समाप्त हो जाय। उसके शब्द ऐसे चुने हुये हो कि जो बिल्कुल उपयुक्त हो और उसका अर्थ स्पष्ट हो।

उपशीर्षक (Captions)—प्रायः सारणी में कई स्तम्भ या खाने (Columns) रहते हैं। उनकी संख्या विषयों की भिन्नता अथवा आँकड़ों पर निर्भर रहती है। उदग्र अथवा खड़े (Vertical) खानों की संख्या यथासंभव कम होनी चाहिये परन्तु यह ध्यान रखना आवश्यक है कि संख्या कम करने के विचार से कोई आवश्यक बात न छूट जाय। योग का खाना रखना भी आवश्यक है। खानों का शीर्षक स्पष्ट व सरल होना चाहिये तथा शीर्षक के पास ही विषय या संख्या का एकक दे देना चाहिये। खानो के उप-विभाग भी आवश्यकतानुसार किये जाते हैं और उनका सरल व स्पष्ट शीर्षक देना आवश्यक है। खानों की चौड़ाई संख्या के बड़े या छोटे होने के अनुसार होनी चाहिये। प्रधान खानों की संख्या यथासंभव कम होनी चाहिये।

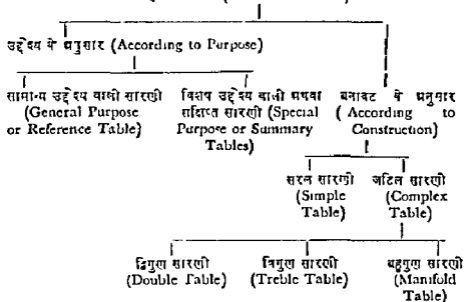
(३) टिप्पणी (Notes)—सारणी मे दिये गए अंकों या शब्दों के स्पष्टीकरण के लिये कभी-कभी टिप्पणी आवश्यक होती है जो सारणी के नीचे दे दी जाती है। पर यथासंभव सारणी को पूर्ण होना चाहिये ताकि टिप्पणी का सहारा न लेना पड़े।

(४) रेखायें खींचना व स्थान छोड़ना (Ruling & Spacing)—सारणी में इनका बहुत महत्व है। कारण यह है कि सारणी का अच्छा या बुरा होना बहुत कुछ इन्हीं पर निर्भर करता है। यह अच्छा है कि पहले सारणी का ढांचा बना

लिया जाय और उसमें यथा संभव सुधार करके सारणी बनाई जाय। रेखायें खींचना व स्थान छोड़ना विषय के अनुसार होता है।

(५) पदों का समायोजन (Arrangement of Items)—क्रम बद्ध ढंग से पदों का समायोजन सारणी को आकर्षक व उपयोगी बना देता है। जिन खानों की तुलना की आवश्यकता हो वे एक साथ होने चाहिये। पदों का समायोजन वर्णमाला, समय, आकार, रिवाज, महत्ता या भौगोलिक क्रम के अनुसार हो सकता है।

सारणी के प्रकार (Kinds of Tables)

- उद्देश्य के अनुसार (According to Purpose)
  - सामान्य उद्देश्य वाली सारणी (General Purpose or Reference Table)
  - विशेष उद्देश्य वाली अथवा संक्षिप्त सारणी (Special Purpose or Summary Tables)
- बनावट के अनुसार (According to Construction)
  - सरल सारणी (Simple Table)
  - जटिल सारणी (Complex Table)
    - द्विगुण सारणी (Double Table)
    - त्रिगुण सारणी (Treble Table)
    - बहुगुण सारणी (Manifold Table)

सामान्य उद्देश्य वाली सारणी (General Purpose or Reference Table)

इस प्रकार की सारणी का कोई विशेष उद्देश्य नहीं होता। यह प्रायः प्रकाशित प्रतिवेदनों के पीछे दी हुई रहती हैं और उनसे भिन्न भिन्न ढंग से विभिन्न व्यक्तियों द्वारा लाभ उठाया जा सकता है। क्रॉक्सटन तथा काउडेन (Croxton & Cowden) के मतानुसार "सामान्य उद्देश्य वाली सारणी का सबसे पहला और सामान्यतः एकमात्र उद्देश्य समंकों को इस प्रकार रखना होता है कि व्यक्तिगत पद पाठक द्वारा शीघ्र ढूँढे जा सकें।"

उद्देश्य के अनुसार सारणी निम्न प्रकार की हो सकती है—

विशेष उद्देश्य वाली अथवा संक्षिप्त सारणी (Special Purpose or Summary Tables)

इस प्रकार की सारणी अक्सर सामान्य उद्देश्य की कई सारणियों से तैयार की जाती है ताकि एक निश्चित उद्देश्य की पूर्ति हो सके।

संक्षिप्त सारणी साधारणतया सामान्य उद्देश्य वाली सारणियों से बनाई जाती हैं। उनके तैयार करने की विधि निम्न है —

(१) विस्तार के साथ दिये गये आँकड़ों को संक्षिप्त रूप दिया जाता है।

(२) निरपेक्ष (Absolute) संख्याओं के स्थान पर माध्य, प्रतिशत, अनुपात आदि का प्रयोग किया जा सकता है।

(३) ऐसे समंकों को छोड़ देते हैं जो सारणी के उद्देश्य से सम्बन्ध नहीं रखते।

(४) संक्षिप्त सारणी में नये क्रम के अनुसार समंकों को रखा जा सकता है—यदि इसकी आवश्यकता प्रतीत हो।

बनावट के विचार से सारणी निम्न प्रकार के हो सकते हैं :—

(१) **सरल सारणी (Simple Table)**—इस प्रकार की सारणी में विभिन्न समंकों के केवल एक ही गुण या विशेषता का विवेचन किया जाता है। यह सारणी बनाने में तथा अध्ययन करने में अत्यन्त सरल होती है। यहाँ भागों के उप-विभाग नहीं होते। इस प्रकार की सारणी में केवल दो ही भाग होते हैं। नीचे की निरंक सारणी (Blank Table) सरल सारणी का नमूना है :—

Table No..........

Table showing number of students of the various faculties of a College.

Faculties	No. of Students
1. Arts	
2. Commerce	
3. Science	
4. Agriculture	
5. Law	
Total	

(२) जटिल सारणी (Manifold Table)—जटिल सारणी में सरल सारणी की तरह केवल एक गुण या लक्षण का विवेचन न होकर एक से अधिक गुणों या लक्षणों का विवेचन होता है। जटिल सारणी निम्न प्रकार की हो सकती है :—

(क) द्विगुण सारणी (Double Table)—इस प्रकार की सारणी एक ही प्रकार के दो विभिन्न गुणों का प्रदर्शन करती है। इसमें सारणी के खानों के शीर्षक साधारणत: दो या अधिक उप शीर्षकों में विभाजित होते हैं। ऊपर दी हुई सारणी में केवल विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात होती है। यह नहीं पता चलता कि उनमें कितने पुरुष और कितनी स्त्रियाँ हैं। द्विगुण सारणी में हम इसका स्पष्टीकरण पायेंगे।

Table No

Table showing sex wise number of students in the various Faculties of a College

Faculties	No of Students		Total
	Males	Females	
1 Arts			
2 Commerce			
3 Science			
4 Agriculture			
5 Law			
Total			

(ख) त्रिगुण सारणी (Treble Table)—यह सारणी तीन प्रकार की विशेषताओं को प्रकट करती है। इसमें तीन विभिन्न विभागों में आँकड़ों को प्रस्तुत किया जाता है। इसका उदाहरण नीचे दिया है :—

Table No..........

Table showing sex and residence wise No. of students in the the various Faculties of a College.

Faculties	Number of Students						Grand Total
	Males			Females			
	Boarders	Day Scholars	Total	Boarders	Day Scholars	Total	
1. Arts 2. Commerce 3. Science 4. Agriculture 5. Law							
Total							

(ग) बहुगुण सारणी (Manifold Table)—बहुगुण सारणी में आँकड़ों के अनेक गुणों पर एक साथ ही प्रकाश डाला जाता है। इस प्रकार की सारणी आँकड़ो की तीन से अधिक विशेषताओं को प्रकट करती है। उदाहरण के लिये पृष्ठ १२५ पर देखिये।

सारणीयन की विधियाँ (Methods of Tabulation)

सारणीयन करते समय विभिन्न मूल्यों की आवृत्ति प्राप्त करनी होती है। सामान्यतः सारणी बनाने की निम्न दो रीतियाँ प्रयोग में लाई जाती हैं :—

(१) हाथ के द्वारा (By Hand)—जब अनुसन्धान का क्षेत्र छोटा होता है अर्थात् अवलोकनों (Observation) की संख्या कम होती है तो हाथ द्वारा सारणीयन ठीक होता है। नीचे की सारणी से यह स्पष्ट हो जायेगा।

Table No

Table showing No of Students in the various faculties of a College according to sex, residence & marital status.

Faculties	Number of Student																		Grand Total
	Males									Females									
	Boarders			Day Scholars			Total			Boarders			Day Scholars			Total			
	Married	Unmarried	Total	Married	Unmarried	Total	Married	Unmarried	Total	Married	Unmarried	Total	Married	Unmarried	Total	Married	Unmarried	Total	
1. Arts																			
2. Commerce																			
3. Science																			
4. Agriculture																			
5 Law																			
Total																			

Table.............

Monthly wages of 20 Labourers of Leather Goods Factory, Kanpur for March, 1960

Wages in Rupees	Number of Students	Total
0—20	ı	1
20—40	ıı	2
40—60	ıııı ı	6
60—80	ıııı ıııı	10
80—100	ı	1
Total		20

(२) यान्त्रिक सारणीयन (**Mechanical Tabulation**)—हाथ के द्वारा सारणीयन वहीं सम्भव है जहाँ सांख्यिकीय सामग्री थोड़ी हो। परन्तु किसी बड़े अनुसंधान में जहाँ सामग्री बहुत होती है वहाँ हाथ द्वारा सारणीयन में बहुत समय व मानवीय श्रम लगता है। ऐसे स्थानों पर मशीनों का प्रयोग अधिक अच्छा होता है। यान्त्रिक सारणीयन में निम्न क्रियायें करनी पड़ती हैं :—

(अ) कार्डों को छाँटना—कार्डों के छाँटने का कार्य भी मशीन के द्वारा ही होता है। छेद हुए कार्डों को एक छाँटने वाली मशीन में लगाया जाता है जो कार्ड के प्रत्येक छेद पर एक विद्युत-सम्पर्क (Electric Contact) स्थापित कर देती है। फिर कार्ड विभिन्न वर्गों में छँट जाते हैं।

(ब) सामग्री को संकेतों में बदलना—सर्वप्रथम सम्पूर्ण सामग्री को संकेतों (Codes) में बदल देते हैं।

(ब) संकेत संख्या को सारणीयन कार्डों पर लिखना—इसके उपरान्त संकेत संख्या को सारणीयन कार्डों पर छेदों द्वारा अंकित करते हैं।

(द) सारणीयन—इसके उपरान्त कार्ड सारणीयन मशीन में रखे जाते हैं। यह मशीन सूचना को इच्छित ढंग से संक्षिप्त करती है और छापती है।

(घ) अंकों की गणना—कार्डों की गिनती करके विभिन्न वर्गों के अन्तर्गत आने वाली संख्याएं भी मशीनों के द्वारा प्राप्त की जाती हैं।

यांत्रिक सारणीयन से लाभ—यान्त्रिक सारणीयन से निम्न लाभ हैं :—

(१) इस रीति से सारणीयन करने में बहुत कम समय लगता है।
(२) इस रीति में उच्च मात्रा की शुद्धता पाई जाती है।
(३) सारणीयन सुव्यवस्थित व मितव्ययी होता है।
(४) मानवीय श्रम की बचत होती है।
(५) अशुद्धियों की जाँच अत्यन्त सरलतापूर्वक किसी भी समय हो सकती है।

आधुनिक काल में प्रगतिशील देशों में यान्त्रिक सारणीयन का प्रयोग होता है। इसका सबसे बड़ा दोष यह है कि प्रारम्भ में मशीन खरीदने में काफी खर्च होता है जो सबके लिये सम्भव नहीं।

मुख्यत होलरिथ (*Hollerith*), पावर्स (*Powers*), व पैरामाउन्ट (*Paramount*) तीन प्रकार की मशीनें अधिक प्रचलित हैं।

सांख्यिकीय सारणी की रचना के लिये नियम (Rules for Construction of Statistical Table)

सांख्यिकीय सारणी बनाते समय निम्न बातों की ओर ध्यान रखना आवश्यक है —

(१) सारणी की संख्या व शीर्षक (Number and Title of Table)—सबसे ऊपर सारणी की संख्या दे देनी आवश्यक है। संख्या होने से सरलता से किसी भी सारणी का उल्लेख किया जा सकता है। इसके पश्चात् सारणी का शीर्षक दिया जाना चाहिये। शीर्षक पूर्ण, असंदिग्ध, और स्पष्ट होना चाहिये। यथा सम्भव शीर्षक बहुत लम्बा न होकर छोटा रहे तो अच्छा है। साथ ही साथ उससे यह भी प्रकट होना चाहिये कि कब, कहाँ से, और कैसे आँकड़े प्राप्त हुए।

(२) सारणी का आकार (Size of Table)—सारणी का आकार न तो बहुत बड़ा होना चाहिये और न बहुत छोटा। यदि सामग्री बहुत अधिक हो तो कई सारणियों में प्रस्तुत किया जाना चाहिये और फिर बाद में एक साराश सारणी (Summary Table) भी बनाना चाहिये जिसमें सभी सारणियों का सारांश हो।

(३) उपशीर्षक (Captions)—प्रत्येक खाने का उपशीर्षक देना आवश्यक है। उपशीर्षक यथा सम्भव संक्षिप्त होने चाहिये। यदि सारणी में बहुत से छोटे-छोटे खाने हो जाते हैं तो उनमें १, २, ३, ४ आदि संख्या भर देनी चाहिये। उपशीर्षक के पास विषय या संख्या का एकक भी दे देना चाहिये। कहीं-कहीं संख्याओं के बड़ी होने के कारण यदि सब एकसी होती हैं तो हजारों या लाखों या करोड़ों में लिखकर

सारणी में भरने के लिये उस संख्या को छोटी बना लेते हैं। उदाहरणार्थ यदि म, व, स, द चार व्यक्तियों की वार्षिक आय क्रमश: ४०,०००, ५०,०००, ३५,००० और ६०,००० रुपये हैं तो सारणी में इस प्रकार दिखा देंगे :—

व्यक्ति	वार्षिक आय (हजार रुपयों में)
म	४०
व	५०
स	३५
द	६०

(४) योग (Totals)—सारणी को अधिक लाभप्रद बनाने के लिये विभिन्न खानों की संख्याओं का जोड़ आवश्यक है। यदि एक ही खाना हो तो जोड़ नीचे दिया जा सकता है। कई उपविभाग होने पर सबका जोड़ अलग-अलग और फिर एक साथ में आवश्यक है। दोनों ओर से जोड़ की व्यवस्था होनी चाहिये।

(५) तुलनात्मक अध्ययन की सुविधा (Facility of Comparative Study)—सारणी में यथासम्भव ऐसी व्यवस्था होनी चाहिये कि विभिन्न समंकों में तुलना सम्भव हो सके। जिन आंकड़ों की तुलना करनी हो वे पास-पास रहें।

(६) विश्लेषणात्मक टिप्पणियां (Explanatory Notes)—यदि आंकड़ों के बारे में कोई विशेष सूचना देनी अनिवार्य हो तो उसे टिप्पणी के रूप में दिया जाना चाहिये। इस प्रकार की टिप्पणी सारणी के नीचे दी जानी चाहिये। यथासम्भव यह प्रयत्न होना चाहिये कि सारणी इतनी स्पष्ट और व्यापक हो कि टिप्पणी देने की आवश्यकता ही न पड़े परन्तु यदि कोई सूचना आवश्यक है तो टिप्पणी के रूप में स्पष्ट रूप से दे देना चाहिये।

(७) सामग्री का स्रोत (Source of Data)—सारणी के नीचे यह भी लिख देना चाहिये कि कहाँ से आंकड़े प्राप्त किये गये हैं। इससे यह लाभ होता है कि आंकड़ों की शुद्धता के विषय में कहीं सन्देह होने पर इसकी जांच की जा सकती है। यदि प्रत्येक स्कन्ध के आंकड़े अलग-अलग स्रोतों से प्राप्त किये गये हैं तो प्रत्येक का विवरण देना आवश्यक है। यह ध्यान रखना आवश्यक है कि यथासम्भव प्रारम्भिक स्रोतों का प्रयोग होना चाहिये।

(८) खानों का आकार (Size of Columns)—खानें बनाते समय उनके आकार की ओर यथोचित ध्यान देना अत्यन्त आवश्यक है। कुछ खाने ऐसे होते हैं जिनमें सूचनायें बहुत कम भरनी होती हैं—उन्हें पतला बनाया जाना चाहिये। इसके विपरीत कुछ खाने ऐसे होते हैं जिनमें काफी सूचनायें भरनी होती हैं। उन्हें चौड़ा बनाना चाहिये। इस प्रकार खानों का आकार प्राप्त स्थान, अन्य खानों का आकार तथा भरी जाने वाली सूचना इन तीनों के अनुसार होना चाहिये।

(९) खानों की रूलिंग (Ruling of Columns)—यथास्थान मोटी व हल्की रेखाओं द्वारा खाने बने होने चाहिये। योग के या अन्य महत्वपूर्ण खाने मोटी या दोहरी लकीरों से बनाये जाने चाहिये ताकि समझने में सरलता हो तथा देखने में भी आकर्षक लगे।

(१०) सरलता (Simplicity)—सारणी का एक मुख्य उद्देश्य यह है कि कम से कम मानसिक परिश्रम से अध्ययन सम्भव हो जाय। इसलिये सारणी का सरल होना अनिवार्य है ताकि उसे आसानी से समझा जा सके।

(११) मितव्ययिता (Economy)—यथासम्भव यह भी ध्यान रखना आवश्यक है कि सारणी के बनाने में स्थान, धन या समय का अपव्यय न हो।

(१२) आकर्षक रूप (Attractive Shape)—सारणी के लिये यह अत्यन्त आवश्यक है कि वह चित्ताकर्षक हो। इसके लिये आकार, लिखावट, रेखायें अर्थात् सभी बातों पर समुचित ध्यान दिया जाना आवश्यक है।

(१३) मूल अंक (Original Figures)—सारणी में यदि औसत प्रतिशत आदि दिये गये हों तो जहाँ तक सम्भव हो मूल अंक भी दे देना चाहिये और ये दोनों पास-पास होने चाहिये।

(१४) महत्ता के अनुसार पदों का समायोजन (Arrangement of Items According to Importance)—सारणीयन में यह ध्यान होना चाहिये कि पदों को उनके महत्व के अनुसार सारणी में स्थान दिया चाहिये। अधिक महत्वपूर्ण पदों को पहले और कम महत्वपूर्ण पदों को बाद में लिखना चाहिये।

(१५) विभागों व उपविभागों को स्पष्ट दिखाना—अनुसन्धान के उद्देश्य को ध्यान में रखते हुए सारणी के विभाग तथा उपविभाग को सुन्दरता के साथ दिखाना चाहिये।

(१६) माप की इकाई—यदि माप की इकाई रु० या टन या मन० सेर० छटांक है या अन्य कोई इकाई है तो इसे खाना में अवश्य लिखना चाहिये।

(१७) उपसादन का स्थान (Place of Approximation)—यदि संख्याओं में उपसादन विधि अपनाई गई है तो किस अंश तक उपसादन किया गया है यह सूचना सारणी के ऊपर लिख देनी चाहिये।

Standard Questions

1. Define classification. What part does it play in statistics? State the main bases or division by reference to which you will classify statistical observations. *(B. Com., Rajputana, 1949)*
2. Explain the purpose of classification of statistical data. What considerations are to guide you in fixing the class interval and class limits for a frequency distribution. *(B. Com., Rajputana, 1951)*

3. Explain the purpose and methods of classification of data. How are the machine tabulating cards prepared and used.
   (*Agra, B. Com., 1943*)
4. How will you proceed to classify the observations made.
   (*Agra, B. Com., 1941*)
5. "Classification is the process of arranging things (either actually or notionally) in groups or classes according to their resemblances and affinities and gives expression to the unity of attributes that may subsist amongst adversity of individuals." Elucidate the above statement. (*B. Com., Allahabad, 1947*)
6. How would you proceed to classify the observations made, and what points will you take into consideration in tabulating them Mention the kinds of tables generally used.
   (*B. Com., Agra, 1941*
7. Explain the purpose of 'Tabular presentation' of the statistica data. Draft a form of tabulation to show the distribution o population according to Community by age, sex and marriec status. (*B. Com., Rajputana, 1955*
8. What precautions would you take in tabulating your data? Prepare a blank table to show the distribution of population according to sex and four religions, in five age groups, in seven important cities of U.P. (*B. Com., Banaras, 1950*)
9. Discuss the functions and importance of tabulation in a scheme of investigation

   Prepare blank tables, showing the distribution of students of college according to age, class and residence for arranging (*a*) Physical Training and (*b*) Tutorial classes. (*B. Com., Agra, 1942*)
10. "Either for one's own use or for the use of others, the data must be presented in some suitable form." Comment on this statement, and discuss the functions and importance of tabulation in a scheme of investigation. What points should be taken into consideration in tabulating statistical data?
    (*B. Com. Agra, 1955*)
11. Write an essay on the process of collection, and tabulation of statistical data. (*B. A. Travancore, 1954*)
12. You are given a statistical table. What questions would you ask before accepting it? Draft a form of tabulation to show :—
    (*a*) Sex (*b*) Three ranks—supervisors, assistants, and clerks; (*c*) Years 1918 and 1943; (*d*) Age-groups:—18 years and under over 18 but less than 55 years, over 55 years.
    (*B. A. Madras, 1953*)
13. Explain how you would tabulate statistics of deaths from principal diseases by sexes in different provinces of India for a period of 5 years. (*M. A. Calcutta, 1937*)
14. What precautions should be taken in tabulation of date? Point out the mistakes made in the following blank table drawn to

show the distribution of population according to sex, age and literacy —

Sex	0 to 25		25 to 50		50 to 75		75 to 100	
	Literate	Illiterate	Literate	Illiterate	Literate	Illiterate	Literate	Illiterate
Male								
Female								

(B Com Lucknow, 1937)

15 Re arrange the following blank table with a view to make it more intelligible —

Sex	Brahmin		Rajput		Vaishya		Harijan	
	Literate	Illiterate	Literate	Illiterate	Literate	Illiterate	Literate	Illiterate
Male								
Female								

(B Com Allahabad, 1910)

16 Arrange the following marks in a Frequency Table, taking the lowest class intervals (10 20) —

3	84	61	87	43	72	62	78	69	47
81	84	59	76	33	29	57	49	51	69
53	81	58	43	76	43	64	55	22	63
81	87	57	83	95	85	70	64	78	53
85	67	75	40	79	42	95	92	60	91
75	65	72	73	65	80	57	73	36	33
61	62	84	86	77	75	74	73	70	69
70	62	91	73	72	83	50	96	85	30

(B A Andhra, 1954)

17 Prepare a table with a proper title, divisions and sub-divisions represent the following heads of information —
(a) Exports of cotton piece goods from India
(b) To Burma, Java, China, Iran, Iraq
(c) Amount of piece goods to each country
(d) Value of piece goods to each country
(e) From 1939-40 to 1945 46 year by year
(f) Total amount exported each year
(g) Total value of exports each year (*B Com , Allahabad, 1946*)

18 Prepare a specimen form in blank, with suitable heading and spacing, for use in collection of data on one of the following —
(a) Survey of trades in your district.
(b) Standard of living of middle class families in a small town
(c) Expenses of students in a university
(*Dip in Econ , Madras*)

19 Distinguish between Classification and Tabulation Discuss the purpose, methods and importance of classification
(*B Com , Agra, 1959*)

20 What precautions would you take in Tabulating your data ?
(*B Com , Agra 1937*)

21 State concisely the basis of good classification of statistical data Consider how far the classification of Indian Trade Statistics both inland and foreign satisfy theoritical requirements
(*M A Agra, 1952*)

22 Prepare a blank title in which can be shown the prices per maund of wheat and rice for the years 1939 and 19.1 for seven important grain markets of U P (*B Com , Lucknow, 1953*)

23 What important factors should be borne in mind at the time of preparing a Table

24 What are the usual bases of classification of data in statistics ? Draw a title to show the number of wholly unemployed, temporarily unemployed and total number of workers unemployed, each class being divided into males and females for the following industries —
Coal mining, Iron ore mining
Cotton-manufacturing, glass manufacture and mica mining
(*B Com , Lucknow 19.2*)

25 What part classification and tabulation play in statistics ?

अध्याय ६

चित्रों द्वारा अंकों का प्रदर्शन

(Diagrammatic Representation of Facts)

प्रस्तावना

यह पहले ही व्यक्त किया जा चुका है कि सांख्यिकी विज्ञान का एक महत्वपूर्ण कार्य यह है कि जटिल आंकडो को इस प्रकार प्रस्तुत किया जाय कि वे देखने मे सुन्दर तथा समझने मे बहुत सरल बन जांय। वर्गीकरण व सारणीयन इसी उद्देश्य को लेकर किये जाते हैं परन्तु व्यवहारिक जीवन मे ऐसा देखा जाता है कि वर्गीकरण व सारणी-यन ठीक ढंग से करने पर भी जब बहुत से अंक एक साथ दिये जाते हैं तो उन्हे समझने मे असुविधा होती है तथा समय लगता है। अंको का यह जमघट आंखो व मस्तिष्क दोनो को चक्कर मे डाल देता है। यो तो माध्य (Averages) व व्युत्पन्न (Derivatives) आदि आंकडो को सरल व संक्षिप्त बनाते हैं परन्तु वहाँ भी तथ्यों को अंको मे ही व्यक्त किया जाता है। एक विशेष बात यह भी है कि जन साधारण अंको मे अधिक दिलचस्पी रखते। यदि हम अपनी बातों को अंको के द्वारा समझाने के बजाय किसी अन्य सरल साधन द्वारा समझाने का प्रयत्न करें। जहाँ अंको का कम से कम प्रयोग किया गया हो तो हमारी बात जन साधारण के लिये सरल समझने तथा याद करने योग्य हो जाती है। उदाहरणार्थ यदि कोई यह कहे कि अ की आय १५०० रुपये माहवार है और ब की ३०० रुपये माहवार है तो यह बात एक सामान्य व्यक्ति के लिये समझने में कठिन होगी तथा इसे याद करने मे मस्तिष्क पर जोर पडेगा परन्तु यदि इसी बात को इस प्रकार कहे कि अ की मासिक आय ब की मासिक आय की पांच गुनी है तो इसे समझने व याद करने मे सरलता हो जाती है और यदि इसे चित्र द्वारा अंकित किया जाय तो अ तथा ब की आय का अनुपात मस्तिष्क मे ठीक तरह से बैठ जायेगा और उसे समझने मे साधारण व्यक्ति को भी कोई कठिनाई नही होगी।

यो तो चित्रों के बनाने में उच्च स्तर की गणितीय शुद्धता नहीं रहती परन्तु फिर भी दर्शकों को प्रभावित करने मे ये बहुत सफल होते हैं और इनसे आंकडो की विशेषतायें प्रगट हो जाती हैं।

चित्रों की उपयोगिता एवं लाभ (Utility and Adantages of Diagrams)

चित्रों की निम्न उपयोगितायें एवं लाभ हैं—

(१) चित्र समकों को सरल व सुबोध बनाते हैं—चित्रों के द्वारा जटिल, अव्यवस्थित और विशाल समंक राशि पर्याप्त सरल हो जाती है और वह जन सामान्य के समझने योग्य हो जाती है। केवल अंकों को देखकर कोई फल निकालना कठिन होता है परन्तु चित्रों को देखकर उनकी विशेषता स्पष्ट रूप से परिलक्षित होती है। परन्तु यह बात सदा याद रखने की है कि चित्र सदा तुलनात्मक होते हैं। कोई अकेला चित्र कोई विशेष महत्व नहीं रखता।

> **चित्रों के प्रमुख लाभ ६ हैं**
>
> (१) चित्र समकों को सरल व सुबोध बनाते हैं।
> (२) अधिक समय तक स्मरणीय।
> (३) चित्रों को समझने के लिये विशेष ज्ञान एवं शिक्षा की आवश्यकता नहीं।
> (४) समय व श्रम की बचत।
> (५) भविष्य का अनुमान लगाने मे सहायक।
> (६) चित्र बहुत आकर्षक होते हैं।
> (७) सूचना के साथ साथ मनोरंजन होना।
> (८) दूसरों तक सूचना पहुँचाने मे सहायक।
> (९) तुलना करने में सहायक।

(२) अधिक समय तक स्मरणीय—अंकों को बहुत समय तक याद रखना अत्यन्त कठिन है। कुछ समय बाद मनुष्य अंकों को भूल जाता है। पर चित्रों द्वारा आंकड़ों की एक अमिट छाप मस्तिष्क पर पड़ती है जो बहुत दिनों तक नहीं भूलती।

(३) चित्रों को समझने के लिये विशेष शिक्षा या ज्ञान की आवश्यकता नहीं—चित्रों को समझना जन सामान्य के लिये बहुत सरल है। इन्हें समझने के लिये यह आवश्यक नहीं कि सांख्यिकी विज्ञान का पूरा ज्ञान हो। एक साधारण पढ़ा लिखा या अनपढ़ व्यक्ति भी चित्रों को देखकर बहुत अंशों में उनका अभिप्राय निकाल सकता है। इसी कारण विज्ञापन मे चित्रों की सहायता ली जाती है।

(४) समय व श्रम की बचत—चित्रों की सहायता से आंकड़ों के समझने मे बहुत कम समय लगता है। इस प्रकार आज के युग मे जब कि समय बहुत मूल्यवान वस्तु है, इसकी बचत होती है। साथ ही साथ इस प्रणाली के प्रयोग से आंकड़ों को समझने मे अधिक श्रम नहीं करना पड़ता और इस प्रकार मनुष्य अपनी संचित शक्ति का प्रयोग कहीं और कर सकता है।

(५) भविष्य का अनुमान लगाने मे सहायक—रेखा वाले चित्रों द्वारा रेखा के मोड़ को देखकर भविष्य की प्रवृत्ति का अन्दाज लगाया जा सकता है। यह आवश्यक नहीं है कि इन्हें देखकर जो अन्दाज भविष्य के बारे मे लगाया जाय वह सही ही हो परन्तु यह अवश्य है कि ऐसा करने से कुछ संतोष अवश्य हो जाता है।

(६) चित्र बहुत आकर्षक होते हैं—चित्र बहुत आकर्षक होते हैं। ये तुरन्त ध्यान को अपनी ओर आकर्षित कर लेते हैं। इनमें कई प्रकार के चिन्हों या रंगों का प्रयोग होता है और अंकों का प्रयोग नहीं के बराबर होता है।

(७) सूचना के साथ-साथ मनोरंजन होना—सुन्दर चित्र सूचना तो देते ही हैं परन्तु साथ ही साथ मनोरंजक भी होते हैं। इनसे विभिन्न सूचनाओं के अध्ययन से थकावट प्रतीत नहीं होती है।

(८) दूसरों तक सूचना पहुँचाने में सहायक—जब कभी दूसरों को अनुसंधान की सूचना देनी हो तो चित्रमय प्रदर्शन द्वारा अधिक अच्छी तरह दी जा सकती है और दूसरे चित्रों की सुन्दरता के कारण इन सूचनाओं को बोझ नहीं समझते हैं।

(९) तुलना करने में सहायक—चित्रों की सहायता से विभिन्न सूचनाओं की प्रभावशाली तुलना की जा सकती है।

चित्रों द्वारा प्रदर्शन की सीमायें (Limitations of Diagrammatic Representation)

(१) तुलना के लिये गुण व स्वभाव की समानता आवश्यक—चित्रों में तुलना तभी ठीक होगी जब वे समान गुण के आधार पर बनाये जाँय। यदि वे दो विभिन्न गुणों के आधार पर बनाये जाँय तो उनमें तुलना करना भ्रामक व अशुद्ध होगा।

(२) केवल तुलनात्मक अध्ययन संभव—चित्रों की सहायता से केवल तुलनात्मक अध्ययन सम्भव हो पाता है। अकेले चित्र का कोई विशेष अर्थ नहीं है और न वह कोई भी विशेष महत्व ही रखता है। जब उनकी तुलना अन्य आँकड़ों वाले चित्रों से की जाती है जब उनका अर्थ स्पष्ट होता है और उनकी उपयोगिता बढ़ती है।

> **चित्रों द्वारा प्रदर्शन की प्रमुख सीमायें ८ हैं**
>
> (१) तुलना के लिये गुण व स्वभाव की समानता आवश्यक।
> (२) केवल तुलनात्मक अध्ययन संभव।
> (३) दो या अधिक मूल्यों का सूक्ष्म अन्तर दिखाना सम्भव नहीं।
> (४) बहुमुखी सूचनाओं का प्रदर्शन सम्भव नहीं।
> (५) संख्यात्मक प्रदर्शन असम्भव।
> (६) सरलतापूर्वक दुरुपयोग।
> (७) निष्कर्ष का केवल एक साधन।

(३) दो या अधिक मूल्यों का सूक्ष्म अंतर दिखाना सम्भव नहीं—चित्रों द्वारा बहुत सूक्ष्म अंतर को प्रदर्शित करना सम्भव नहीं। उदाहरणार्थ यदि क और ख दो व्यक्तियों की मासिक आय क्रमशः २१५ रुपये व ३२५ रुपये है तो इस अंतर को चित्रों द्वारा प्रकट करने में असुविधा होगी तथा चित्रों को देखकर इस अंतर का अनुमान भी नहीं लगाया जा सकता।

(४) बहुमुखी सूचनाओं का प्रदर्शन संभव नहीं—चित्रों द्वारा बहुमुखी विशेषताओं को प्रदर्शित नहीं किया जा सकता। वर्गीकरण व सारणीयन के द्वारा अनेक

प्रकार की सूचनायें प्रदर्शित की जा सकती हैं परन्तु चित्रों के द्वारा किसी एक मात्रिक विशेषता को ही प्रकट किया जा सकता है।

(५) सख्यात्मक प्रदर्शन असंभव—आंकड़ो का पूर्ण रूप से शुद्ध रूप मे प्रदर्शन संभव नही होता है। चित्र अनुमानित रूप से आंकड़ो का प्रदर्शन करते हैं। चित्र वहीं के लिये उपयुक्त होते हैं जहां संख्या मे मूल्य प्राप्त करना उद्देश्य न हो वल्कि उनके मूल्य का अनुमान चित्रों को देखकर लगाया जा सके।

(६) सरलतापूर्वक दुरुपयोग—अनुचित और अशुद्ध चित्र बनाकर उनका दुरुपयोग किया जा सकता है। इस प्रकार बने चित्र भ्रामक होंगे।

(७) निष्कर्ष का केवल एक साधन——चित्रो को देखकर पूर्ण सत्य निष्कर्ष निकाला जाना समव नही है। चित्र निष्कर्ष की ओर इंगित करते हैं परन्तु उन्हें पूर्ण सूचना व सदर्भ के साथ ही अध्ययन किया जाना उचित होता है।

(८) प्रत्येक प्रकार के अनुसधान म चित्र नही बनाए जा सकते और यदि बनाए भी जायेंगे तो वे कोई भाव प्रकट नही कर पायेंगे।

चित्र खींचने के नियम (Directions for Drawing Diagrams)

चित्र खीचते समय निम्न बातों को ध्यान म रखना अत्यन्त आवश्यक है:—

(१) शुद्धता—केवल इतना ही काफी नहीं कि वे आकर्षक व कलात्मक हों। शुद्धता चित्रों की जान है। चाहे कितना भी आकर्षक चित्र क्यो न हो यदि उसम शुद्धता नही तो वह व्यर्थ है। इसके लिए, आवश्यक है कि पटरी, परकार व चांदा आदि की सहायता से चित्र शुद्ध बनाये जांय।

चित्र खींचते समय ध्यान देने योग्य प्रमुख नियम ११ हैं

(१) शुद्धता।
(२) आकर्षक।
(३) रेखापत्र।
(४) आवश्यक विवरण।
(५) आकार।
(६) पैमाना।
(७) चिन्हों या रंगों का प्रयोग।
(८) चित्रों को घेरना।
(९) प्रकार का चुनाव।
(१०) बायें से दायें या नीचे से ऊपर।
(११) सरलता।

(२) आकर्षक—चित्रो को आकर्षक बनाना सबसे अधिक आवश्यक है। इसके लिए यह प्रयत्न होना चाहिए कि चित्र आकर्षक, स्वच्छ व प्रभावशाली बनें।

(३) रेखापत्र (Graph Paper) का प्रयोग—चित्र बनाते समय रेखापत्र का प्रयोग ठीक रहता है। इससे सुन्दरता व शुद्धता दोनों की रक्षा अधिक सरल हो जाती है।

(४) आवश्यक विवरण—यह अत्यन्त आवश्यक है कि चित्र के ऊपर उसकी संख्या व शीर्षक दिया जाय तथा अन्य आवश्यक सूचनाओं को भी यथा स्थान लिख दिया जाय।

(५) आकार—चित्रों का आकार भी प्राप्त स्थान के अनुसार होना चाहिए ताकि वह देखने में सुन्दर लगे। न तो चित्र प्राप्त स्थान से बड़ा हो जाना चाहिए कि वह बाहर निकलने लगे और न इतना छोटा होना चाहिये कि एक कोने में पड़ा रहे और भद्दा लगे।

(६) पैमाना—चित्र बनाने से पहले पैमाना निश्चित कर लेना आवश्यक होता है। पैमाना निश्चित करते समय प्राप्त स्थान व अंकित करने वाली सूचना दोनों को ध्यान में रखना जाता है। पैमाना ऐसा होना चाहिये कि चित्र स्थान को ध्यान में रखते हुये न तो बहुत बड़े बन जायें और न बहुत छोटे रहें। पैमाना ऊपर लिख देना चाहिये।

(७) चिन्हों या रंगों का प्रयोग—चित्रों में आवश्यकतानुसार विभिन्न प्रकार की सूचनाओं को प्रदर्शित करने के लिये विभिन्न प्रकार के चिन्हों व रंगों का प्रयोग करना चाहिये और उनके विषय में संकेत चित्र के नीचे बायें कोने पर दे देना चाहिए।

(८) चित्रों को घेरना—चित्रों को मोटी या दोहरी रेखाओं से घेर देना चाहिये ताकि वे देखने में अधिक आकर्षक लगने लगें।

(९) प्रकार का चुनाव—चित्र कई प्रकार के होते हैं और सब प्रकार के चित्र सभी प्रकार के समंकों के लिये उपयुक्त नहीं हो सकते। इसलिये उपयुक्त चित्र का चुनाव बहुत महत्वपूर्ण होता है। यह बहुत कुछ अभ्यास व अनुभव से निश्चित होता है कि किस प्रकार का चित्र किस प्रकार के आँकड़ों के लिये अधिक उपयुक्त है।

(१०) बायें से दायें या नीचे से ऊपर—चित्रों की रचना की व्यवस्था सामान्यत बायें से दायें या नीचे से ऊपर की ओर होती है।

(११) सरलता—चित्र ऐसा बना होना चाहिये कि वह सरलता से एक बार देखने में समझ में आ जाय।

चित्रों के प्रकार (Kinds of Diagrams)

सांख्यिकी में साधारणत निम्न प्रकार के चित्रों का प्रयोग किया जाता है :—

(१) एक विमा चित्र (One Dimensional Diagram)
(२) द्विविमा ,, (Two ,, ,,)
(३) त्रिविमा ,, (Three ,, ,,)
(४) मान चित्र (Cartograms or Map Diagrams)
(५) चित्र-लेख (Pictograms)

(१) एक विमा चित्र (One Dimensional Diagram)

जब पद माला विच्छिन्न रहती है और केवल एक गुण की तुलना करनी होती है तो एक विमा चित्रों की रचना की जाती है। इस प्रकार के चित्रों में केवल चित्रों की लम्बाई में ही पदों के मूल्यों के अनुसार रचना होती है। मोटाई सामान्यत एकसी

होती है और पदों के मूल्य से उसका सम्बन्ध नहीं होता। एक विमा चित्र निम्न प्रकार के होते हैं :—

(क) रेखा-चित्र (Line Diagram)

(ख) दण्ड-चित्र (Bar Diagram)

(क) रेखा चित्र—इन रेखाओं की रचना विभिन्न पदों के मूल्यों के अनुसार होती है। लम्बाई द्वारा पदों का तुलनात्मक अध्ययन किया जाता है। इन रेखाओं में मोटाई नहीं होती। दो रेखाओं के बीच समान अन्तर होना चाहिये। ये रेखायें उदग्र (Vertical) या क्षैतिज (Horizontal) किसी भी प्रकार की हो सकती हैं। यह आवश्यक है कि चित्र के पास पैमाना दे दिया जाय।

दोष—इस प्रकार के चित्रों का सबसे बड़ा दोष यह है कि मोटाई न होने के कारण रेखायें आकर्षक नहीं लगती हैं।

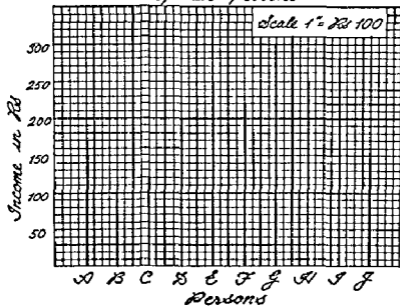
उदाहरण :—

Monthly incomes of 10 persons in a locality are given below. Represent them by line diagram.

Person	Income in Rs.
A	150
B	100
C	120
D	200
E	250
F	220
G	300
H	250
I	280
J	80

इसी चित्र को दूसरे ढंग से भी दिखाया जा सकता है जब रेखायें उदग्र (Vertical) न बनाकर क्षैतिज (Horizontal) बनायी जायें। शेष सब क्रिया इसी प्रकार करनी पड़ेगी।

(ख) दण्ड चित्र (Bar Diagram)—दण्ड चित्र व रेखा-चित्र में बहुत साधारण अन्तर होता है और वह यह कि यहाँ रेखाओं को मोटा बना देते हैं। मोटा

बनाते समय मूल्य का कोई ध्यान नहीं रखा जाता । सभी दण्डों की मोटाई एक सी होती है । दण्ड चित्र बनाते समय निम्न बातों को ध्यान में रखना आवश्यक है —

चित्र—१

(अ) पृष्ठ स्थापन (Page Location)—पृष्ठ-स्थापन सबसे पहला और महत्वपूर्ण कार्य है । पृष्ठ के अनुसार ही पैमाना निश्चित किया जाता है । साधारणतः दण्ड चित्रों को पृष्ठ के बीच में बनाते हैं । यह ध्यान रखना चाहिए कि न तो दण्ड बहुत बड़े हो जायें कि सारा पृष्ठ भर जाय और न इतने छोटे हो जायें कि पृष्ठ के एक कोने में ही रह जायें ।

(आ) शीर्षक (Heading)—चित्रों का शीर्षक दे देना चाहिए ताकि यह स्पष्ट हो जाय कि यह चित्र क्या प्रकट कर रहा है ? यदि बहुत से चित्र बनाये जा रहे हों तो क्रम संख्या दे देने से भी सुविधा रहती है ।

(इ) माप दण्ड (Scale)—प्रयोग किए गए पैमाने का स्पष्ट विवरण देना बहुत ही आवश्यक है । माप-दण्ड साधारणतः ऊपर दाहिने कोने पर दे देते हैं ।

(ई) चित्रों को घेरना (Boxing of the Figure)—दण्ड चित्रों को चारों ओर से मोटी या दुहरी रेखाओं से घेर देने पर उनकी सुन्दरता

ग्रोर बढ जाती है। परन्तु घेरते समय यह ध्यान रखना चाहिये कि केवल दण्ड चित्र ही घेरे जायें।

(उ) स्रोत (Source)—चित्र के नीचे आंकडो का स्रोत दे देना चाहिए ताकि समकों की शुद्धता की जांच की जा सके।

(ऊ) दण्डो का क्रम (Arrangement of Bars)—दण्ड प्राय बायें से दायें को बनाये जाने चाहिये। सबसे बड़े दण्ड को पहले और सबसे छोटे दण्ड को अन्त मे बनाते हैं। दण्ड बायें से दायें अवरोही क्रम मे बनाये जाने चाहिये।

(ए) दण्डों की चौडाई (Width of Bars)—दण्डो की लम्बाई व पृष्ठ को ध्यान मे रखते हुये दण्डो की कोई भी चौडाई ली जा सकती है परन्तु यह ध्यान मे रखना चाहिए कि वह ऐसी हो कि देखने में सुन्दर लगे। सभी दण्ड बराबर चौडे होने चाहिए। दण्डो के बीच की दूरी थोडी परन्तु बराबर-बराबर होनी चाहिए।

(ऐ) भग्न माप दण्ड (Broken Scale)—दण्ड चित्र मे प्रत्येक दण्ड का प्रारम्भ क्षैतिज दण्ड की दशा मे बायें से और उदग्र दण्ड की दशा में नीचे से ऊपर को शून्य से होता है। परन्तु कहीं-कहीं ऐसी परिस्थिति होती है कि दण्ड-चित्र द्वारा प्रदर्शित की जाने वाली अधिकांश सख्यायें छोटी होती हैं और कुछ बहुत बडी होती हैं। ऐसी दशा मे यदि बडी संख्याओं के दण्ड शून्य से प्रारम्भ करके बनाये जायें तो वे छोटी संख्याओं को प्रदर्शित करने वाले दण्डो की अपेक्षा बहुत अधिक बड़े होंगे। अत. पैमाना कम लेने पर बडी सख्याओं को प्रकट करने वाले दण्ड बहुत बढे बनेंगे और उनके प्रदर्शन के लिये एक बहुत बड़े पृष्ठ की आवश्यकता होगी और यदि पैमाना अधिक लिया जाय तो छोटी संख्याओं को प्रकट करने वाले दण्ड इतने छोटे बनेंगे कि वे अस्पष्ट होंगे। इस असुविधा को दूर करने के लिये भग्न माप-दण्ड का सहारा लेना पडता है। ऐसी दशा मे पैमाना कम लेकर दण्ड बनाये जाते हैं तथा लम्बे दण्डो को शून्य से प्रारम्भ करके बीच भग्न (तोड) कर पृष्ठ के योग्य बना लेते हैं।

(ओ) टिप्पणियां (Notes)—यों तो चित्रो मे जहां तक हो सके संख्याओं व टिप्पणियों की सहायता कम से कम ली जानी चाहिए परन्तु कहीं-कहीं स्पष्टीकरण के लिये यह आवश्यक होता है।

विभिन्न प्रकार के दण्ड चित्र
(Different Kinds of Bar Diagrams)

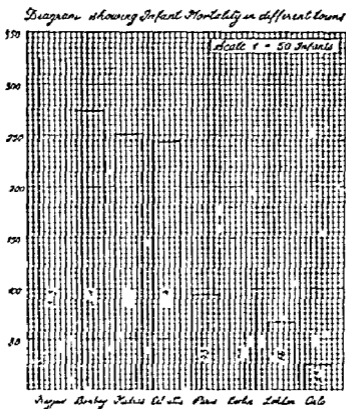
(१) उदग्र दण्ड (Vertical Bars)—जब दण्ड सीधे खडे बनाये जाते हैं तो उदग्र (Vertical) कहलाते हैं।

उदाहरण —

Represent the following diagrammatically —

(4) Infant mortality in different towns —

Bombay 274, Napgar 323, Paris 93, Calcutta 244, London 66, Oslo 23, Madras 251, and Berlin 82

(B Com , Agra, 1950)

चित्र—२

(२) क्षैतिज दण्ड (Harizontal Bars)—जब दण्ड खड़े न बनाकर सीधे लेटी दशा में बनाये जाते हैं तो उन्हें क्षैतिज कहते हैं। इसमें माप दण्ड की रेखा बांये ओर से दाहिने ओर की ओर ली जाती है।

उदाहरण :—

मान लीजिये यदि अ, ब, स और द चार व्यक्तियों का मासिक व्यय क्रमशः ४०० रुपये, १०० रुपए, २५० रुपए और ३०० रुपए है तो इसे क्षैतिज दण्ड चित्रों में निम्न ढंग से प्रदर्शित करेंगे :—

Diagram showing monthly expenditure of 4 Persons

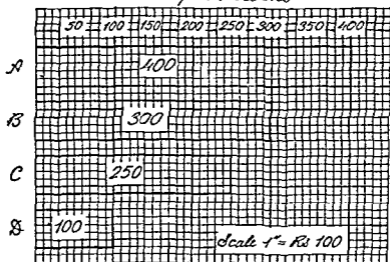
50 100 150 200 250 300 350 400

A 400

B 300

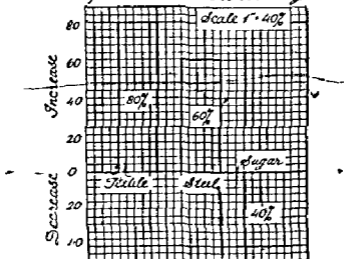
C 250

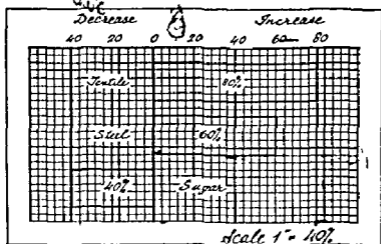
D 100

Scale 1" = Rs 100

चित्र—३

(३) द्विदिशादण्ड चित्र (**Dilateral or Duo-directional Bar Diagram**)—दण्ड चित्र का यह एक प्रकार है जिसके द्वारा दो विपरीत गुण वाले तथ्यों का प्रदर्शन किया जाता है। उदग्र दण्ड बनाने में दण्ड ऊपर व नीचे को बनाए जाते हैं तथा क्षैतिज दण्ड बनाते समय बाये व दाये को बनाते हैं। किसी भी दशा में शून्य रेखा को बीच में मानते हैं।

मान लीजिये किसी वर्ष किसी देश में कपड़े के उत्पादन में ८० प्रतिशत व इस्पात के उत्पादन में ६०% वृद्धि हुई। परन्तु चीनी के उत्पादन में ४०% की कमी हो गई।

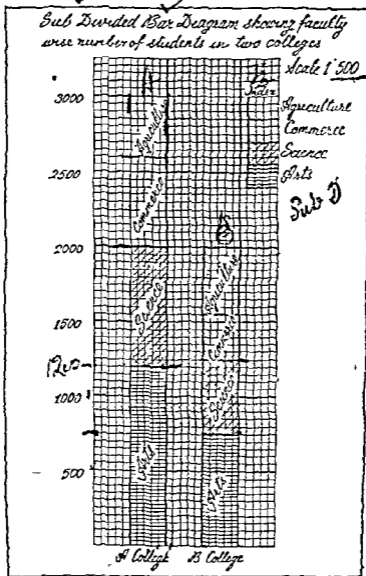
इसे उदग्र दण्ड में इस प्रकार प्रदर्शित करेंगे :—

चित्र—४

इसी को क्षैतिज (Horizontal) दण्ड में इस प्रकार दिखाएंगे :—

चित्र—५

(४) अन्तर्विभक्त दण्ड-चित्र (Sub-divided Bar Diagram)—जब एक ही राशि कई भागों में विभाजित हो तो कुल राशि तथा उसके विभिन्न भागों को अन्तर्विभक्त दण्डों द्वारा प्रदर्शित कर सकते हैं। ये विभिन्न अंश कुल परिमाण के साथ अपना अनुपात प्रकट करते हैं और ये एक दूसरे के साथ तुलनीय होते हैं। इनके द्वारा राशियों की तुलना के साथ उनके विभिन्न अंशों की तुलना हो जाती है। विभिन्न अंशों को विभिन्न रंगों या चिन्हों द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। उदाहरण :—

Represent the following by Sub-divided Bar diagram :—

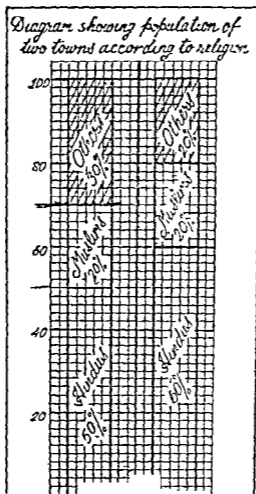
Faculty-wise Number of Students in two Colleges

College	Number of Students				
	Arts	Science	Commerce	Agriculture	Total
A	1200	800	600	400	3000
B	750	500	300	450	2000
Total	1,950	1,300	900	850	5000

(२) प्रतिशत अन्तर्विभक्त दण्ड चित्र (*Percentage Sub-divided Bar Diagram*)—यहाँ पर पूर्ण मूल्य को सौ मानकर उसके विभिन्न भागों को प्रतिशत में प्रकट करते हैं। हर एक दण्ड की लम्बाई और चौड़ाई बराबर होती है। केवल उनके अन्तर्विभाजन में प्रतिशत की भिन्नता के अनुसार अन्तर होता है। इसलिए इस प्रकार के दण्ड-चित्र का सबसे बड़ा गुण यह है कि सम्पूर्ण के अंशों को प्रतिशत में व्यक्त करने के कारण उनकी तुलना में बड़ी सरलता होती है। परन्तु इस प्रकार के चित्र का एक बहुत बड़ा दोष भी है और वह यह कि यहाँ कुल सामग्री की तुलना सम्भव नहीं क्योंकि सब राशियों के लिये बराबर-बराबर लम्बाई व चौड़ाई के दण्ड खींचे जाते हैं।

मान लीजिये दो नगर अ और ब की जनसंख्या का विवरण किसी विशेष समय पर निम्न प्रकार है :—

Table

Population Distribution of two towns According to Religion.

A—Town			B—Town		
Religions	No of Followers	Percentage	Religions	No of Followers	Percentage
Hinduism	5,000	50	Hinduism	3,600	60
Islam	2,000	20	Islam	1,200	20
Others	3,000	30	Others	1,200	20
Total	10,000	100	Total	6,000	100

चित्र—

(६) मिश्रित दण्ड-चित्र (Compound Bar Diagram)—आँकड़ों के विभिन्न गुणों का तुलनात्मक चित्रण करने के लिये, दण्डों को एक दूसरे से सटाकर बनाया जाता है। इन दण्डों को समानता के अनुसार विभिन्न रंगों या चिह्नों द्वारा प्रदर्शित कर सकते हैं।

इस प्रकार के दण्ड-चित्र कई प्रकार के हो सकते हैं :—

(क) युगल दण्ड-चित्र (Double Bar Diagram)—जब दो गुण या दो समय को प्रकट करने के लिये दो-दो दण्डों को एक साथ सटाकर बनाया जाय।

उदाहरण—

Table

Showing number of students appearing at the various examination from a College in two different years.

Examination	Number of Students	
	1950	1960
B. A.	300	500
B Sc	200	400
B Com	150	200

चित्र—८

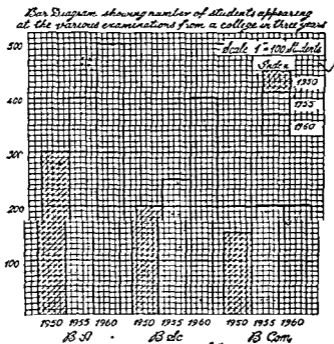
(ख) त्रिदण्ड-चित्र (**Treble Bar Diagram**)—यहाँ पर तीन गुण या एक ही गुण की तीन अवस्थायें या समय को प्रकट करने के लिये तीन-तीन दण्डों को एक साथ सटाकर बनाया जाता है।

उदाहरण—मान लीजिये कि ऊपर के उदाहरण में तीन वर्षों में परीक्षा में सम्मिलित होने वाले विद्यार्थियों की संख्या दी गई है।

Table

Showing Number of Students appearing at the various Examinations from a College in three different years.

Examinations	Number of Students		
	1950	1955	1960
B. A.	300	400	500
B. Sc.	200	250	400
B. Com.	150	200	200
Total	550	850	1100

चित्र—६

(ग) बहुदण्ड चित्र (Multiple Bar Diagram)—इस चित्र द्वारा तीन गुण से अधिक या कम हो गुणों या तीन रूपों या अवस्थाओं से अधिक को प्रदर्शित करने के लिए प्रत्येक गुण या अवस्था के लिये अलग अलग दण्ड सटे सटे बनाते हैं। जैसे मान लीजिए ऊपर के उदाहरण में एक वर्ष या दो वर्ष या इससे भी अधिक वर्ष और तत्सम्बन्धी आँकड़े सम्मिलित कर लिए जाँय तो कुल जितने वर्ष के आँकड़े होंगे उतने दण्ड सटे सटे बनाए जायेंगे।

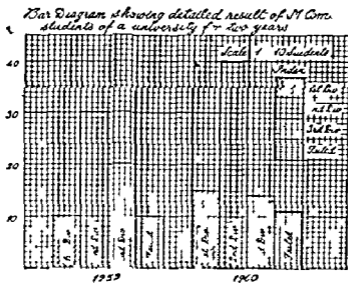
उदाहरण—

The following table shows the result of M. Com. students of a university for the last two years

	Number of Students				
Year	Ist Div	IInd Div	IIIrd Div	Failed	Total
1959	10	30	20	10	70
1960	15	40	14	11	80
Total	25	70	34	21	150

Represent by Multiple Bar Diagram

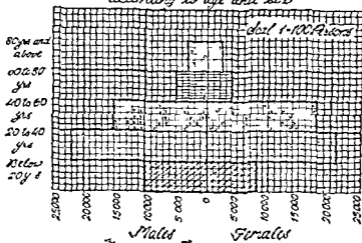
Bar Diagram showing detailed result of M. Com. students of a university for two years

चित्र—१०

(७) स्तूप चित्र (Pyramid Diagram)—इस चित्र की आकृति स्तूप जैसी होती है। अधिकांशतः इस चित्र का प्रयोग विभिन्न आयु वर्गों में स्त्री पुरुषों की संख्या को प्रदर्शित करने के लिये किया जाता है। इस चित्र में आधार रेखा को बीच में लम्ब (Vertical) रूप में मानते हैं और उसके दोनों ओर क्षैतिज (Horizontal) दण्डों की रचना एक दूसरे से सटे हुए की जाती है। जन संख्या, आयु शिक्षा आदि से सम्बन्धित आँकड़े इस रीति से सफलतापूर्वक दिखलाये जा सकते हैं। ये देखने में बहुत चित्ताकर्षक होते हैं।

उदाहरण—

The table given below shows the population of a city according to age groups and sex. Represent the same by a suitable diagram.

Age group	Males	Females	Total
Below 20	10 000	8,000	18 000
20—40	22 000	21,000	43 000
40—60	15,000	18 000	33,000
60—80	5,000	4,000	9,000
80 and above	3,000	2,500	5,500
	55 000	53,500	1 08 500

चित्र—११

(८) विचलन दण्ड चित्र (Deviation Bar Diagram)—इस प्रकार के दंड चित्रों की रचना स्थान या समय के कारण समंकों के होने वाले परिवर्तन को प्रदर्शित करने के लिये होती है। इन चित्रों में मुख्य राशियों का प्रदर्शन नहीं होता बल्कि उनके शुद्ध विचलन (Net Deviation) ही को प्रदर्शित करते हैं। इस प्रकार विचलन और उसकी दिशाओं का ज्ञान होता है अर्थात् यह प्रदर्शित किया जाता है कि विचलन कितना व किस दिशा में है।

उदाहरण—

चित्र—१२

The following table shows the import and export and balance of trade of a firm during last 3 years. Show the balance of trade by means of a diagram.

Year	Import (in crores of Rs)	Export (in crores of Rs.)	Balance of Trade (in crores of Rs)
A	20	26	+6
B	18	23	+5
C	16	19	+3
D	17	18	+1
E	22	20	—2
F	26	22	—4
G	27	20	—7
H	30	22	—8

(९) सरकन दंड चित्र (Sliding Bar Diagram)—ये दंड द्विदिशा दंड (*Duo Directional Bar*) से मिलते जुलते हैं। इनका अध्ययन भी उन्हों की तरह दो दिशाओं में किया जा सकता है। परन्तु अन्तर यह है कि द्विदिशा दंड की लम्बाई मूल्यों को प्रदर्शित करती है और इसीलिये सभी दंडो की लम्बाइयां भिन्न-भिन्न होती हैं। सरकन दंड पूर्ण मूल्यों को १०० मान कर बनाये जाते हैं इसलिए उन सबकी लम्बाई एक-सी होती है। परन्तु उनके विभागों की लम्बाई में अन्तर होता है। परन्तु इस प्रकार के दंड नहीं बनाये जाते हैं जहां मूल्य को दो विभागों में दिया गया हो और दोनों विभागों को प्रतिशत में प्रदर्शित किया जाना हो।

उदाहरण—

The following table gives the pass and fail percentage of different classes of a college in a particular year :—

Class	Pass Percentage	Fail Percentage	Total
B. T.	80	20	100
B. Sc. (Ag.)	70	30	100
B Com.	65	35	100
B. Sc. (B'o.)	60	40	100
B. Sc. (Maths.)	50	50	100
B. A.	30	70	100

Diagram showing pass and fail percentage of different classes of a college in a particular year

Pass Percentage | Fail Percentage

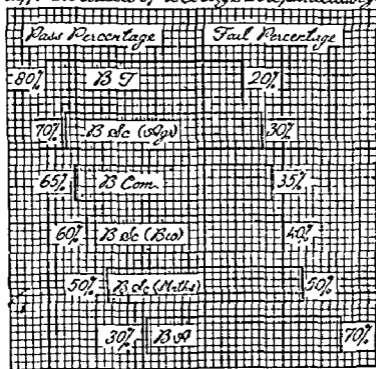
80% B T 20%

70% B Sc (Agr) 30%

65% B Com. 35%

60% B Sc (Bio) 40%

50% B Sc (Maths) 50%

30% B A 70%

Scale 1" = 40%

चित्र—१३

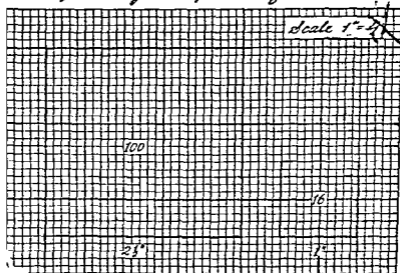
(२) द्वि-विमा चित्र (Two Dimensional Diagram)

एक माप वाले चित्रों में केवल दण्डों की लम्बाई या ऊँचाई द्वारा ही श्रेणियों की तुलना की जाती है। चौड़ाई सभी दण्डों की लगभग बराबर होती है। अर्थात् केवल एक दिशा में ही तुलना होती है। मोटाई की ओर कुछ भी ध्यान नहीं दिया जाता। मोटाई केवल चित्रों को सुन्दर बनाने के लिये दी जाती है। परन्तु द्विविमा चित्रों में लम्बाई और चौड़ाई दोनों द्वारा मूल्यों का चित्रण किया जाता है। इसलिए ऐसे चित्रों में चौड़ाई या मोटाई भिन्न-भिन्न होती है और वह माप के अनुसार ली जाती है। इन चित्रों को इसीलिये क्षेत्रफल चित्र (Area Diagram) भी कहते हैं क्योंकि यहाँ क्षेत्रफल पदों के मूल्य के अनुपात में होते हैं। ऐसे चित्र तीन प्रकार के होते हैं—

(क) वर्ग-चित्र (Square Diagram)

(ख) वत्तु'ल चित्र (Circular or Pie Diagram)।

(ग) आयत चित्र (Rectangular Diagram)।

(क) वर्ग चित्र (**Square Diagram**)—जब दो ऐसी मात्राओं में तुलना करनी हो जिनमे काफी अन्तर हो तो दण्ड-चित्र उपयुक्त नही होता क्योंकि ऐसी दशा मे चाहे कोई भी माप-दण्ड लिया जाय वह ठीक नहीं होगा। क्योंकि एक दंड बहुत बडा और दूसरा बहुत छोटा बनेगा। बड़े दण्ड को कागज पर दिखाना कठिन हो जायेगा और छोटा दण्ड इतना छोटा होगा कि वह अस्पष्ट हो जायेगा। ऐसी दशा मे उन संख्याओं का वर्गमूल निकालकर उन्हें भुजा मानकर उसी अनुपात में उन पर वर्ग बनाते हैं। मान लीजिये दो संख्यायें १०० और १६ को चित्रो द्वारा प्रदर्शित करना है। यहाँ दंड चित्र उपयुक्त नही होगा क्योंकि एक दण्ड बहुत बड़ा और दूसरा बहुत छोटा बनेगा और तुलना में असुविधा होगी। इसलिए इन संख्याओं का वर्गमूल निकालेंगे जो क्रमशः १० व ४ हुआ अर्थात् इनके वर्गों की भुजाओं मे २½" व 1" का अनुपात होगा और २½" व १" की भुजा मानकर दो वर्ग इस प्रकार बनायेंगे :—

चित्र—१४

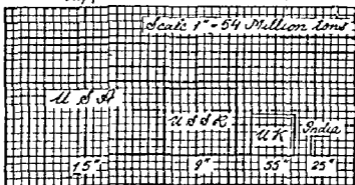
उदाहरण—

Represent the following information by suitable diagram :—
Production of coal in 1951 of four different countries.

Country	Production (00,00,000 Tons)
U. S. A.	130 1
U S. S. R.	44·0
U. K.	16 4
India	3 3

Solution

Country	Production (00,00,000 Tons)	Square Root	Length of a side of Square inches
U S. R.	130 1	11·40	1·56
U. S. S R.	44·0	6·63	0 91
U. K.	16·4	4·05	0 55
India	3 3	1 82	0 25

Square Diagram showing coal production in different countries in 1951

चित्र—१५

दो वर्गों के बीच का अन्तर अपनी इच्छानुसार लिया जा सकता है। परन्तु आधार रेखा एक ही होनी चाहिये। वर्ग चित्र का सबसे बड़ा दोष यह है कि इसका उप-विभाग करना कठिन है। दूसरे एक ही दृष्टि में अनुपात का सही ज्ञान नहीं हो पाता।

(ख) वर्तुल चित्र (Circular or Pie Diagram)—समंकों का तुलनात्मक अध्ययन करने के लिये वृत्तों का भी प्रयोग करते हैं। वर्गों की भुजाओं के ही अनुपात में अर्द्ध-व्यास (Radius) लेकर वर्गों के स्थान पर वृत्त भी बनाये जा

सकते हैं। वर्गों के स्थान पर वृत्त बनाने के दो लाभ हैं। एक तो वृत्त का बनाना सरल होता है और वे देखने में सुन्दर लगते हैं। दूसरे उनके द्वारा समंकों के विभाजन को प्रदर्शित किया जा सकता है। वृत्तों का प्रयोग प्रायः विश्व के विभिन्न देशों के उत्पादन, जनसंख्या, आदि को प्रदर्शित करने के लिये होता है।

उदाहरण—

Represent the following by a suitable diagram :—

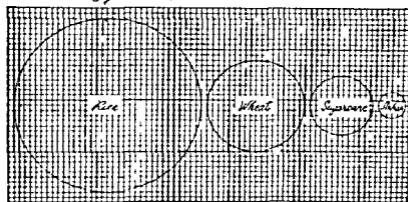
Table showing value of output of some Principal Agricultural Commodities (1950–51

Commodities	Value in crores of Rs.
Rice	1,199
Wheat	304
Sugarcane	305
Arhar	83

Solution

Commodities	Value in crores of Rs.	Square Root	Length of Radius in inches
Rice	1,199	34·6	1·7
Wheat	334	18·2	·9
Sugarcane	305	17·4	·87
Arhar	83	9·1	·45

* India—*1959*, Page *190.*

Circular Diagrams showing value of output of some principal Agricultural Commodities (1950 51)

चित्र—१६

अन्तर्विभक्त वृत्त चित्र (Sub divided Circular Diagram)

वृत्तों की बहुत बड़ी उपयोगिता अन्तर्विभाजन की सुविधा के कारण है। वर्गों में यह सुविधा नहीं रहती। वृत्त के केन्द्र पर ३६०° का कोण होता है। सम्पूर्ण को ३६० मानकर सम्पूर्ण के विभागों को उसी अनुपात में निश्चित कर लेते हैं। इस प्रकार सभी विभागों का जोड़ ३६० होगा। इन विभिन्न निश्चित किये हुए विभागों के अनुसार कोण बनाती हुये रेखायें परिधि से मिला देते हैं।

उदाहरण—

The following table gives the distribution of plan outlay by major heads of development Represent this by suitable diagram.

Heads	First Five Year Plan		Second Five Year Plan	
	Provisions (Rs. crores)	Angle of the Sector	Provisions (Rs crores)	Angle of the Sector
Agricultural & Community Development	357	54·6	568	42 6
Irrigation & Power	661	101·0	913	68 5
Industry & Mining	179	27·3	890	66·8
Transport & Communication	557	85·1	1,385	103 8
Social Services	533	81·4	945	70 9
Miscellaneous	69	10 6	99	7·4
	2,356	360 0	4 800	360 0

अब २३५६ व ४८०० का वर्गमूल निकालेंगे जो क्रमश ४८.५ और ६९.३ होंगे। अब वृत्त के व्यास इसी अनुपात में लेकर वृत्त बनायेंगे।

चित्र—१७

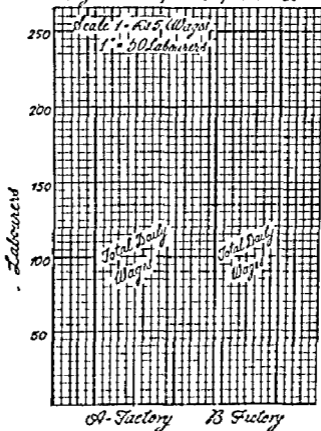
(ग) आयत चित्र (Rectangular Diagram)—आयतों के क्षेत्रफल द्वारा राशियों की तुलना की जाती है। परन्तु इनका प्रयोग उन परिस्थितियों में होता है जब समंक दो गुणों को साथ-साथ प्रदर्शित करता हो। पारिवारिक आय व्ययक प्रदर्शित करने के लिए प्राय इन्हीं चित्रों का प्रयोग होता है। आयत भी दो प्रकार के होते हैं।

(१) अविभाजित।

(२) विभाजित।

यदि किसी कारखाने की प्रतिदिन की औसत मजदूरी और मजदूरों की संख्या में गुणा कर दिया जाय तो प्रतिदिन की पूरी मजदूरी का पता चल जायेगा और यदि आयत की एक भुजा को प्रतिदिन की औसत मजदूरी और दूसरी को मजदूरों की संख्या मान लें तो आयत का क्षेत्रफल एक दिन की सम्पूर्ण मजदूरी को प्रकट करेगा।

मान लीजिये अ कारखाने में प्रतिदिन प्रति मजदूर औसत मजदूरी ५ रुपये है और वहाँ कुल २०० मजदूर हैं और ब कारखाने में प्रति मजदूर औसत मजदूरी

४ रुपये हैं और कुल २८० मजदूर हैं तो इसे आयत चित्र द्वारा इस प्रकार प्रदर्शित करेंगे—

चित्र—१८

जब दो या अधिक मात्राओं की तुलना करनी हो और उनका अन्तर्विभाजन भी दिखाना हो तब तुलना की सरलता के लिए आयतों का प्रयोग करते हैं और सम्पूर्ण को १०० मानकर प्रत्येक भाग को प्रतिशत में प्रकट करते हैं। ऐसी दशा में आयतों की चौड़ाई मात्राओं के अनुपात में होती है और ऊँचाई, सबकी बराबर होती है जो १०० को प्रकट करती है और यह सुविधानुसार कोई भी ली जा सकती है।

मान लीजिये अ और ब दो परिवारों के व्यय का विवरण निम्नलिखित है.—

चित्र—१६

Table

Allocation of Expenditure of two Families A and B on different heads of expenditure in a month.

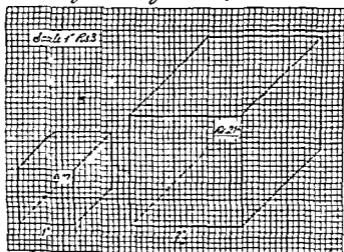
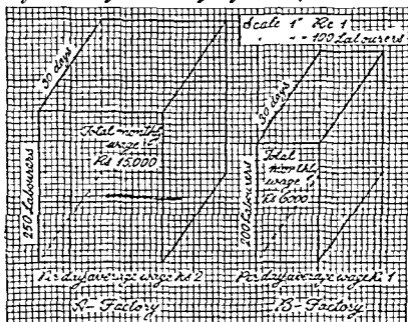
Different heads of Expenditure	A Family		B Family	
	Expenses in Rs.	Percent expenses	Expenses in Rs.	Percent expenses
Food	72	60	40	50
Clothes	12	10	10	12.5
House Rent	6	5	10	12.5
Education	12	10	16	20
Others	18	15	4	5
Total	Rs. 120	100	Rs. 80	100

(३) त्रिविमा चित्र (Three Dimensional Diagram)—

इसे परिमा चित्र (Volume Diagram) भी कहते हैं क्योंकि यहां पर परिमा के अनुपात से चित्रों का निर्माण होता है। जब दो मात्राओं में एक छोटी तथा दूसरी बहुत बड़ी हो—इतनी बड़ी हो कि वर्गमूल लेने पर भी दोनों में बहुत बड़ा अन्तर हो तो इन्हें दण्ड के रूप में प्रदर्शित करने की कौन कहे, वर्ग में भी प्रदर्शित करने में असुविधा होगी क्योंकि एक वर्ग बहुत बड़ा तथा दूसरा बहुत छोटा बनेगा। अतः चित्र प्रभावशाली व आकर्षक नहीं होगा। इसलिये ऐसी दशाओं में संख्याओं को त्रिविमा चित्रों द्वारा प्रदर्शित करते हैं। इसके लिये सर्व प्रथम संख्याओं का घनमूल (Cube root) निकाल लेते हैं। फिर इन घनमूलों के अनुपात में भुजायें लेकर उन पर घन बनाते हैं। इन घनों का आयतन (Volume) संख्याओं के अनुपात में होगा। इस प्रकार के चित्रों में घन (Cubes), इष्टका (Blocks), गोल (Spheres) और बेलनाकार (Cylindrical) चित्र प्रमुख हैं।

उदाहरण—मान लीजिये दो व्यक्तियों अ और ब का मासिक वेतन क्रमशः २७ रु० व २१६ रु० है। इनके घनमूल क्रमशः ३ और ६ हुये। इन्हें ही भुजा मानकर घन बनायेंगे (चित्र १६)।

त्रिविमा चित्रों का प्रयोग तीन सम्बन्धित मात्राओं को प्रकट करने के लिये भी किया जाता है। उदाहरणार्थ मान लीजिये किसी कारखाने की प्रतिदिन की प्रति मजदूर औसत मजदूरी २ रुपये मजदूरों की संख्या १०० और महीना ३० दिन का है और इसे चित्र में दिखाना है तथा महीने भर की कुल मजदूरी को प्रकट करना है। इस अवस्था में घन की तीनों भुजाओं में एक पर प्रतिदिन प्रति मजदूर औसत मजदूरी, दूसरी पर मजदूरों की संख्या तथा तीसरी पर महीने के दिनों की संख्या को दिखायेंगे और इस प्रकार तीनों का गुणनफल घनत्व को प्रकट करेगा। यही इस कारखाने की

कुल मासिक मजदूरी होगी। इसी प्रकार कई कारखानों की तुलना या एक ही कारखाने की कई वर्षों या माहों की मजदूरी की तुलना की जा सकती है। (चित्र २०)

चित्र—२०

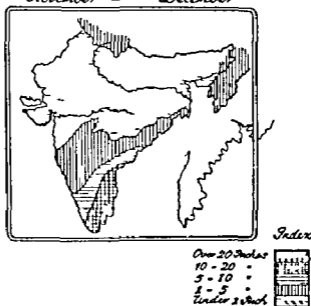
चित्र—२१

उदाहरण—मान लीजिये अ कारखाने में प्रतिदिन प्रति मजदूर औसत मजदूरी २ रुपये तथा मजदूरों की संख्या २५० है तथा ब कारखाने में प्रतिदिन प्रति मजदूर औसत मजदूरी १ रुपया तथा मजदूरों की संख्या २०० है। महीने में दिन ३० हैं तो इसे चित्र २० में इस प्रकार दिखायेंगे।

(४) मानचित्र (Cartograms or Map Diagrams)

सांख्यिकीय सामग्री को मान चित्रों द्वारा बहुत ही आकर्षक रूप में प्रदर्शित किया जा सकता है। मान चित्रों में प्राय: जनसंख्या का घनत्व, वर्षा, उपज, तापक्रम आया खनिज पदार्थ इत्यादि का वितरण प्रदर्शित किया जाता है। इन्हें विभिन्न रंगों या चिन्हों द्वारा और भी सुबोध और आकर्षक बना लिया जाता है।

चित्र—२२

(५) चित्र लेख (Pictogams)

आजकल चित्रों द्वारा अंकों को प्रदर्शित करने की रीति बहुत लोकप्रिय हो रही है। इस रीति में अंकों को सम्बन्धित वस्तुओं के चित्रों द्वारा प्रदर्शित करते हैं जैसे जनसंख्या मनुष्यों के चित्रों द्वारा, दूध का उत्पादन दूध के बर्तनों द्वारा, पशु संख्या पशुओं के चित्रों द्वारा प्रदर्शित करते हैं। यह रीति बहुत अच्छी है और इन चित्रों का प्रभाव शीघ्र तथा स्थायी होता है। ये चित्र जन-साधारण की समझ में सरलता से आ जाते हैं। इस रीति को चलाने वाले वियना निवासी डा० ओटो न्यूरैथ

	Rs		Rs
Artisan	15 0	I C S	2,000 0
Clerk	20 0	Labourer	10 0
Greengrocer	40 0	Peon	12 5
Gumashta	30 0	Pleader	150 0
Cultivator	5 0	School Teacher	30 0
Doctor	250 0	University Teacher	300 0

(*B Com Varanasi, 1945*)

13 Represent the following data regarding the monthly expenditure of two families by a suitable diagram —

Item of expenditure	Family A (Income Rs 500)	Family B (Income Rs 800)
(*a*) Food	200	250
(*b*) Clothing	100	200
(*c*) House Rent	80	100
(*d*) Fuel & Lighting	40	50
(*e*) Miscellaneous (Including Saving)	80	200
	Rs 500	Rs 800

(*B Com , Agra, 1952*)

14 Utilize the following data to present diagrammatically the relative increase in note circulation towards the end of 194 in the different countries —

Notes in Circulation

(In Millions of Natural Currency Unit)

Country	1939	End of 1955
Canada	233	1,129
U S A.	7 598	28,507
U K	555	1,380
Australia	57	200
India	2,245	12 109

(*M Com., Allahabad 1948*)

15 Represent the following by sub-divided bars drawn on a percentage basis —

Cost, Proceeds, Profit or Loss per chair during 1938, 1939 and 1940

Particulars	1938	1939	1940
Cost Per chair :—	Rs	Rs	Rs
(*a*) Wages	4 5	7 5	10 5
(*b*) Other costs	3 0	5 1	7 0
(*c*) Polishing	1 5	2 4	3 5
Total Cost	9 0	15 0	21 0

Proceeds per chair	10 0	1)0	20 0
Profit (+) Loss (—)	(+) 1 0		(—) 1 0

(*B Com , Agra, 1956, B Com , A lahabad, 1918*)

16 The following table gives the details of the cost of construction of a house in Allahabad —

	Rs		Rs
Land	4 500	Cement	800
Labour	2,500	Lime	800
Bricks	2,000	Stone	600
Iron	1,800	Sand	200
Timber	1,500	Other things	1,300

Represent the above figures by a suitable diagram

(*B Com , Allahabad, 1947*)

17 The Following are the figures of the population of the various countries of the world and of total world Population in 1931 —

Country	Population (000,5 omitted)
China	4 11,770
India	3,52 370
U S S R.	1 61,000
U S A	1,24 070
Germany	64,776
Japan	64,770
U K	46 077
France	41,860
Italy	41,100
Others	7,05,077
World	20 12,800

Represent the above data by a circular diagram divided into sectors

(*B Com Allahabad 1949, B Com , Lucknow, 1951*)

8 Diagrammatically compare the following statistics of textiles production and imports in India What conclusions do you draw from the given figures ?

	1913–14	1938 39 (In Crores of Yards)
Mill Production	116 4	426 9
Hand Loom Production	106 8	192 0
Imports	319 7	61 7

(*B Com Allahabad, 1*

19. Represent the following by a suitable diagram —

Principal heads of Revenue	1938—39 Lacs of Rs	1939—40 Lacs of Rs
Customs	4,050	4,588
Central Excise duties	868	652
Corporation Tax	204	238
Taxes on income	1,364	1,420
Salt	812	1,080
Opium	50	46
Other heads	112	130

(*B Com, Nagpur, 1943*)

20 Show by means of Circular Diagrams the following —

Centres	Clearing House Returns (Amount in Crores of rupees) 1940	1945
Calcutta	1,070	2,670
Bombay	829	2,443
Madras	108	274
Other Centres	313	515

(*B Com, Rajputana, 1955*)

21 Show the details of monthly expenditure of two families given below by means of two dimensional diagram —

Items of expenditure	Family A Income Rs 500 p m	Family B Income Rs 400 p m
	Rs	Rs
Food	140	120
Clothing	80	80
House Rent	100	60
Education	30	40
Fuel & Lighting	40	20
Miscellaneous	40	40

(*M A Punjab, 1952*)

22. With the help of the following data regarding the Indian National Income between 1950-51 and 1953-54, draw a suitable diagram :—

National Income (in Crores of Rupees).

Source	1953-54	1952 53	1951-52	1950 51
Agriculture	5 400	4,790	4,990	4,890
Mining, Manufacturing and handicrafts	1,800	1,760	1,730	1,530
Communication	1,800	1,780	1,790	1,690
Other services	1,610	1,510	1,500	1,410
Total	10,610	9,870	10,010	9,550

(*M A Agra, 1955*)

23. Draw suitable diagrams to illustrate the following data and comment on them :—

Heads of development	Ist Five Year Plan Total Provision (Rs Crores)	IInd Five Year Plan Total Provision (Rs Crores)
(*a*) Agriculture and Community Development	357	568
(*b*) Irrigation and Power	661	913
(*c*) Industry and Mining	*179*	*890*
(*d*) Transport and Communication	557	1,335
(*e*) Social Services	533	945
(*f*) Miscellaneous	61	99
	2,356	4,800

(*B. Com , Agra, 1958*)

24 Represent the following by sub divided bars drawn on a percentage basis —

Cost, proceeds and Profit or Loss per table

Particulars	1951	1956
Cost Per Table —	Rs	Rs
(*a*) Wages	21	9
(*b*) Other Costs	14	6
(*c*) Polishing	7	3
Total Cost	42	18
Proceeds per Table	40	20
Profit (+) /Loss (—) Per Table	(—)2	(+)2

(*B Com , Allahabad, 1957*)

25. The following table gives the details of monthly expenditure of three families —

Items of Expenditure	Family X	Family Y	Family Z
	Rs	Rs	Rs
Food	24	60	180
Clothing	4	14	70
House Rent	4	16	80
Education	3	6	24
Litigation	2	10	80
Conventional needs	1	6	120
Miscellaneous	2	3	46

Represent the above figure by a suitable diagram. Which family is spending most wisely? (*M. Com., Allahabad, 1950*)

26 The following table gives certain data in respect of cost production for two years —

	1940 Rs	1950 Rs
Proceeds per ton disposable Commercially	24	40
Cost Per ton —		
Wages	16	26
Other costs	9	10
Royalties	1	1
Profit (+) or Loss (−)	−2	+3

(*B. Com., Varanasi, 1956*)

27. Show by suitable diagrams the absolute and the relative changes in the student population of the Colleges A and B in the different departments for 1940 to 1947 —

	College A		College B	
	1940	1947	1940	1947
Arts	300	350	100	200
Science	120	500	150	250
Commerce	200	650	130	150
Law	100	300	100	120

(B Com, *Agra*)

अध्याय १०

समंकों का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन

(Graphic Presentation of Data)

"समझने में व रचना में सरलतम, सर्वाधिक चल और सबसे अधिक प्रयोग में लाया जाने वाला चित्र बिन्दु-रेखा है।"[1]

—एम० एम० ब्लेयर

सांख्यिकीय आँकड़े इतने विशाल व जटिल होते हैं कि जन-सामान्य के लिये उनका समझना अत्यन्त कठिन है। वर्गीकरण व सारणीयन समंकों को व्यवस्थित व सुन्दर ढंग से प्रस्तुत करते हैं परन्तु उनके द्वारा आँकड़ों की विशेषताओं को ठीक प्रकार से नहीं प्रदर्शित किया जा सकता। इसीलिये रेखाओं, चित्रों आदि का सहारा लिया जाता है कि वे सरलता से समझने योग्य हो सकें।

सांख्यिकी में बिन्दु-रेखा का बहुत अधिक महत्व है। गणित की दृष्टि से बिन्दु रेखा को **"बीजगणितीय ज्यामिति की वर्णमाला" (Alphabet of Algebraical Geometry)** कहा गया है।

चित्रों का उपयोग विशेष रूप से स्थान सम्बन्धी मालाओं (Spatial Series) में होता है। काल मालाओं (Time Series) और आवृत्ति वितरण (Frequency distribution) को प्रकट करने के लिये बिन्दु रेखा सर्वोत्तम है।

बिन्दुरेखीय प्रदर्शन के गुण (Merits of Graphic Presentation)

(१) आकर्षक व प्रभावशाली—बिन्दु-रेखा बहुत आकर्षक होते हैं। उन्हें सुन्दर ढंग से बनाकर और भी आकर्षक बना दिया जाता है। उन्हें देखकर कोई भी व्यक्ति प्रभावित हो जाता है। अनायास बिन्दु-रेखों की ओर हमारा ध्यान आकर्षित होता है और हम उनका अध्ययन करने लगते हैं।

---

1. 'The simplest to understand, the easiest to make, the most variable, and the most widely used type of Chart is the line graph.' —*M. M. Blair*

(२) **समझने में सरल**—समंकों की अव्यवस्थित और विशाल राशि बिन्दु-रेखा के द्वारा सरल व सुबोध बन जाती है और वह जन-सामान्य के समझने योग्य हो जाती है। इनको समझने के लिये मस्तिष्क पर कोई विशेष जोर नहीं डालना पड़ता।

बिन्दुरेखीय प्रदर्शन के प्रमुख ग्यारह गुण हैं

(१) आकर्षक व प्रभावशाली।
(२) समझने में सरल।
(३) समय व श्रम की बचत।
(४) तुलनात्मक अध्ययन में सरलता।
(५) एक दृष्टि में स्पष्ट।
(६) स्थायी प्रभाव।
(७) अन्तरगणन, वाह्यगणना व पूर्वानुमान में सुविधा।
(८) सह-सम्बन्ध का अनुमान।
(९) भूयिष्ठिक एवं मध्यका का ज्ञान होना।
(१०) ऐतिहासिक सूचनायें।
(११) जीवन निर्वाह के स्तर।

(३) **समय व श्रम की बचत**—इस रीति द्वारा आंकड़ों को प्रस्तुत करने में समय व श्रम अपेक्षाकृत कम लगता है। इसी प्रकार जो लोग इसकी सहायता से आंकड़ों का अध्ययन करते हैं उनका भी समय व श्रम बचता है। उदाहरण स्वरूप तापक्रम के बिन्दु-रेख को देखकर हम क्षण भर में रोगी की दशा के परिवर्तन का अनुमान लगा लेते हैं।

(४) **तुलनात्मक अध्ययन में सरलता**—रेखाओं द्वारा दो प्रकार के समंकों की तुलना में बहुत सुविधा रहती है। दोनों प्रकार के समंकों की गतियों की दिशा का ठीक-ठीक ज्ञान सरलता से हो जाता है और उनका तुलनात्मक अध्ययन होता है।

(५) **एक दृष्टि में स्पष्ट**—बिन्दु-रेखों द्वारा प्रस्तुत समंकों को एक दृष्टि में ही पर्याप्त मात्रा में समझा जा सकता है। वर्गीकरण व सारणीयन के द्वारा यह सम्भव नहीं है क्योंकि उनका अध्ययन करना पड़ता है। परन्तु यहां एक दृष्टि में परिवर्तन की गति स्पष्ट हो जायेगी।

(६) **स्थायी प्रभाव**—संख्या सम्बन्धी सूचनाओं को प्रायः हम लोग कुछ समय के उपरान्त भूल जाते हैं क्योंकि सभी बातों को याद रखना सरल नहीं। परन्तु बिन्दु-रेखों का प्रभाव पर्याप्त अंशों में स्थायी होता है। इन्हें हम जल्दी नहीं भूलते हैं।

(७) **अन्तरगणन वाह्यगणन व पूर्वानुमान में सुविधा**—बिन्दु-रेखों की सहायता से अन्तरगणन, वाह्यगणन व पूर्वानुमान सरलता व शीघ्रता से किया जा सकता है। इनके द्वारा इन क्रियाओं के करने में बहुत सरलता होती है। न सूत्रों का प्रयोग करना पड़ता है और न संख्या सम्बन्धी अधिक क्रियायें ही करनी पड़ती है।

(८) सह सम्बन्ध का अनुमान—बिन्दु-रेखों की सहायता से सह सम्बन्ध का बहुत अंशों में अनुमान लगाया जा सकता है। वक्रों की गति इसे स्पष्ट रूप से प्रकट करती हैं।

(९) भूयष्ठिक एवं मध्यका का ज्ञान होना—बिन्दु-रेखीय प्रदर्शन द्वारा भूयष्ठिक (Mode) तथा मध्यका (Median) (जिनका कि वर्णन अगले अध्याय में किया गया है) का ज्ञान सरलता से हो जाता है।

(१०) ऐतिहासिक सूचनायें—ऐतिहासिक सूचनायें, जो कि आँकड़ों के द्वारा प्रकट की जाती हैं, बिन्दु रेखीय प्रदर्शन द्वारा अधिक प्रभावशाली रूप में दिखाई जा सकती हैं।

(११) *जीवन-निर्वाह के स्तर—बिन्दु-रेखीय प्रदर्शन द्वारा जीवन निर्वाह के* स्तर के उतार-चढ़ाव को दिखाया जा सकता है।

बिन्दुरेखीय प्रदर्शन के दोष (Demerits of Graphic Presentation)

बिन्दु-रेखीय प्रदर्शन के निम्न दोष हैं :—

(१) शुद्धता की जाँच न होना—वक्रों के द्वारा गति का प्रदर्शन होता है परन्तु वास्तविक मूल्य का अनुमान नहीं हो पाता। इसलिये शुद्धता की जाँच नहीं हो पाती।

(२) प्रभाव तर्क संगत न होना—बिन्दु-रेखों का प्रभाव कभी कभी आँखों तक ही रहता है। उन का प्रभाव तर्क संगत न होने के कारण मस्तिष्क को प्रभावित नहीं कर पाता।

(३) दुरुपयोग सम्भव—माप-दण्ड में थोड़ा परिवर्तन कर देने पर वक्र के आकार में बहुत अन्तर पड़ जाता है इसलिये विभिन्न माप-दण्डों को लेकर समंकों को विभिन्न ढंगों से प्रस्तुत किया जा सकता है और इसका दुरुपयोग भी किया जा सकता है।

बिन्दुरेखीय प्रदर्शन के प्रमुख छः दोष हैं

(१) शुद्धता की जाँच न होना।
(२) प्रभाव तर्क संगत न होना।
(३) दुरुपयोग सम्भव।
(४) उद्धरण के रूप में प्रस्तुत न किया जाना।
(५) अपर्याप्त सूचना देना।
(६) सुन्दरता पर अधिक जोर देना।

(४) उद्धरण के रूप में प्रस्तुत न किया जाना—किसी तथ्य की पुष्टि के लिये बिन्दु रेखों को उद्धरण के रूप में नहीं प्रस्तुत किया जा सकता।

(५) अपर्याप्त सूचना देना—बिन्दु-रेख के द्वारा सभी सांख्यिकीय सामग्री

को नही प्रस्तुत किया जा सकता है और न ये सभी प्रकार की समस्याओ के समाधान मे सहायक हो सकते हैं इसलिये इनकी सूचनायें अपर्याप्त होती हैं।

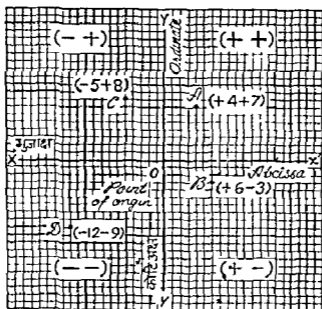
(६) सुन्दरता पर अधिक जोर देना—इन्ह बनाते समय इन्हे सुन्दर व आकर्षक बनाने पर अधिक जोर दिया जाता है और तथ्यो के भाव को प्रकट करने का प्रयत्न उतनी लगन से नहीं किया जाता है।

बिन्दु-रेख की रचना (Construction of Graph)

विन्दु-रेखो की रचना सामान्यत: विन्दु-रेखीय-पत्र (Graph Paper) पर होती है। सर्वप्रथम प्राप्त आंकडो के आकार व प्रकार को ध्यान मे रखते हुये इस पत्र के किसी भी कटान-विन्दु (Intersecting point) को मूल-विन्दु या शून्य विन्दु (Point of origin) मान लिया जाता है और उस विन्दु पर एक दूसरे को लम्बवत् काटने वाली उदग्र (Vertical) और क्षैतिज (Horizontal) रेखाओ पर स्याही या पेंसिल फेर कर मोटी व स्पष्ट कर देते हैं। इस उदग्र रेखा को उदग्र-माप-श्रेणी (y—axis) या कोटि अक्ष (ordinate) क्षैतिज रेखा को क्षैतिज-माप-श्रेणी, (x—axis) या भुजाक्ष (Abscissa) कहते हैं। भुजाक्ष के लिये यय' (xx') तथा कोटि-अक्ष के लिये रर' (yy') सकेतो का प्रयोग प्रचलन मे है। इस प्रकार विन्दु-रेखीय-पत्र चार भागो मे बँट जाता है जिनमे से प्रत्येक भाग को चरण (Quadrants) कहते हैं। विन्दु-रेखीय-पत्र पर किसी भी विन्दु को प्रांकित (Plot) करते समय उदग्र-माप-श्रेणी व क्षैतिज-माप-श्रेणी दोनो पर अध्ययन करके उसे निश्चित करते हैं।

मूल-विन्दु (Point of origin) के दाहिने और ऊपर की ओर धनात्मक राशियां और नीचे तथा बायी ओर ऋणात्मक राशियां अंकित की जाती हैं। इस प्रकार भुजाक्ष पर मूल विन्दु अर्थात् O से x' तक दाहिनी ओर +१+२+३+४ आदि और O से x तक ऋण राशियां जैसे —१—२—३—४ आदि अंकित की जाती हैं। इसी प्रकार कोटि अक्ष पर O से ऊपर की ओर अर्थात् O से y तक धनात्मक राशियां और नीच की ओर अर्थात् O से y' तक ऋणात्मक राशियां अंकित की जाती हैं।

उदाहरण—*Plot the following points on a graph paper:*—

A	+4	+7
B	+6	—3
C	—5	+8
D	—12	—9

चित्र—२४

बिन्दु-रेख बनाने का नियम (Rules for Constructing Graph)

आज के युग में बिन्दु-रेखों का बहुत महत्व बढ़ गया है। परन्तु ये तभी उपयोगी हो सकते हैं जब इन्हें शुद्धता के साथ बनाया जाय अन्यथा ये भ्रम उत्पन्न करने वाले होंगे। इसलिये बिन्दु-रेख बनाते समय बहुत सावधानी की आवश्यकता पड़ती है। बिन्दु-रेखीय प्रदर्शन करते समय निम्न नियमों का पालन करना आवश्यक है :—

(१) उपयुक्त व पूर्ण शीर्षक होना—प्रत्येक रेखा-चित्र का उपयुक्त व पूर्ण शीर्षक होना चाहिये ताकि देखते ही देखते यह समझ में आ जाय कि यह किससे सम्बन्धित है।

(२) बिन्दु-रेखों की गति—बिन्दु-रेखों की गति क्षैतिज पैमाने पर सामान्यतः बायीं से दायीं ओर और उदग्र पैमाने पर नीचे से ऊपर होती है अतः मूल-बिन्दु को यथा-स्थान रखना चाहिये।

(३) कृत्रिम आधार रेखा (False Base Line)—उदग्र माप-दण्ड का चुनाव ऐसा होना चाहिये कि शून्य रेखा-पत्र पर दिखाई दे। यदि किसी कारण ऐसा करना सम्भव न हो तो मूल-बिन्दु के पास शून्य रेखा से प्रारम्भ करके कुछ ऊपर जाकर इसे तोड़कर कृत्रिम आधार-रेखा (False Base Line) बना लेना चाहिये

और फिर उसके ऊपर अपनी आवश्यकतानुसार तरयायें निश्चित किये हुये पैमाने के अनुसार अंकित कर लेना चाहिये।

(४) **माप दण्ड का चुनाव**—माप दण्ड का चुनाव एक बहुत महत्वपूर्ण कार्य है। माप-दण्ड चुनते समय यह ध्यान रखना चाहिये कि वह ऐसा हो कि सभी पद बिन्दु-रेखीय-पत्र में ठीक रूप से आ जायें। माप दण्ड ऐसा न हो कि कुछ संख्यायें पत्र पर अंकित न की जा सकें या पत्र बड़ा हो और रेखा-चित्र उसके एक कोने में छोटा बने और इस प्रकार न वह आकर्षक हो न प्रभावशाली। यथा-सम्भव यह प्रयत्न करना चाहिये कि रेखाचित्र पत्र के मध्य में हो।

(५) **भुजाक्ष की लम्बाई**—सामान्यतः इस बात का भी ध्यान रखना चाहिये कि लम्बाई में भुजाक्ष कोटि-अक्ष की डेढ़ गुनी हो।

(६) **माप दण्ड का विस्तृत विवरण**—माप-दण्ड का विस्तृत विवरण दिया जाना चाहिये ताकि वह सरलता से समझ में आ जाय कि आकार क्या प्रकट करता है।

(७) **अन्तर करना**—जहाँ कई वक्र बने हों वहाँ प्रत्येक वक्र को अलग चौड़ाई या रंग में प्रदर्शित करना चाहिए ताकि उनका अन्तर स्पष्ट रूप से प्रकट हो।

(८) **क्षैतिज माप-दण्ड व उदग्र माप दण्ड**—क्षैतिज माप-दण्ड व उदग्र माप-दण्ड अलग अलग लिये जा सकते हैं। कभी-कभी उदग्र-माप-श्रेणी पर दो मालाओं को प्रकट करने के लिए दो माप-दण्ड साथ-साथ लिये जा सकते हैं।

(९) **समंकों का प्राप्तिस्थान व आवश्यक टिप्पणियाँ देना**—जहाँ आवश्यकता हो वहाँ समंकों का प्राप्ति-स्थान तथा आवश्यक टिप्पणियाँ भी दे देना चाहिये ताकि उनका स्रोत ठीक से पता रहे और उनकी शुद्धता की जांच की जा सके।

(१०) **संकेतों का देना**—यदि कुछ संकेत (Index) हैं तो उन्हें नीचे कोने पर दे देना चाहिये।

(११) **समंकों के परिणाम**—सामान्यतः समय, स्थान, परिस्थिति, आकार आदि की इकाइयों को भुजाक्ष पर और समंकों के परिणाम, परवत्र चलों व आवृत्ति को कोटि-अक्ष पर प्रदर्शित करना चाहिये।

(१२) **माप-दण्ड प्रदर्शित करने वाले मूल्यों का देना**—माप-दण्ड प्रदर्शित करने वाले मूल्यों को भुजाक्ष के नीचे और कोटि-अक्ष की बायीं ओर लिखना चाहिये।

(१३) **वक्रों के पास समंकों को देना**—वक्रों के साथ समंकों को पास ही सारणी में दे देना चाहिये ताकि यदि कोई चाहे तो विस्तृत अध्ययन कर सके या शुद्धता की जाँच कर सके।

(१४) रेखाओं की मोटाई एकसी होना—रेखा चित्र में बनाई जाने वाली रेखायें सब स्थानों पर एक-सी मोटाई की होनी चाहिये ताकि वह देखने में सु-आकर्षक लगे।

(१५) अनुपात माप-श्रेणी का प्रयोग करना—अनुपातिक श्रेणियों को प्रदर्शित करने के लिये अनुपात माप-श्रेणी (Ratio Scale) का प्रयोग करना चाहिये।

(१६) धनात्मक संख्यायें—जहाँ संख्यायें केवल धनात्मक हों वहाँ भुजाक्ष के नीचे या कोटि-अक्ष के बाईं ओर का भाग बिन्दु-रेखीय पत्र पर दिखाना व्यर्थ है।

बिन्दुरेखीय वक्रों का प्रयोग

बिन्दु-रेखीय वक्रों का प्रयोग दो प्रकार से किया जाता है :—

(१) कालिक मालाओं (Time Series) के प्रयोग के लिये।

(क) साधारण माप-श्रेणी (Simple Scale) द्वारा,

(ख) अनुपातिक माप-श्रेणी (Ratio Scale) द्वारा।

(२) आवृत्ति वितरण (Frequency Distribution) के लिये।

कालिक मालाओं का प्रयोग

सांख्यिकी समंकों की समय के अनुसार तुलना करना भी बहुत बार आवश्यक हो जाता है। कालिक मालाओं के प्रयोग के लिये बिन्दु-रेखीय वक्रों का प्रयोग किया जाता है। हो सकता है कि एक ही समय में बहुत से परिवर्तन हों या एक ही परिवर्तन हो।

साधारण या प्राकृतिक माप श्रेणी पर कालिक चित्र (Historigram on Simple or Natural Scales)

कालिक मालाओं को प्रदर्शित करने के लिये जो बिन्दुरेख बनता है उसे कालिक चित्र (Historigram) कहते हैं। ये दो प्रकार से बनाये जाते हैं :—

(१) निरपेक्ष कालिक चित्र (Absolute Historigram)

(क) एक चल (Variable) को प्रदर्शित करने के लिये।

(ख) दो या अधिक चलों को प्रदर्शित करने के लिये।

(२) निर्देशांक कालिक चित्र (Index Historigram)

(क) एक चल को प्रदर्शित करने के लिये।

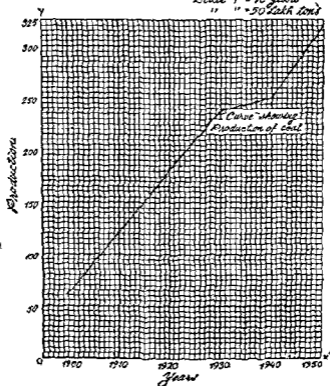
(ख) दो या अधिक चलों को प्रदर्शित करने के लिये।

एक चल का निरपेक्ष कालिक चित्र (Absolute Historigram of One Variable)

इस प्रकार के चित्र की रचना मूल राशियों के आधार पर की जाती है। नीचे भारत में कोयले के उत्पादन सम्बन्धी आँकड़े दिये हुये हैं।

Production of Coal in India

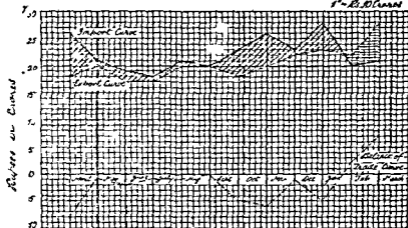
Year	Production (Lakh Tons)
1900	61
1910	120
1920	180
1930	238
1940	251
1950	320

चित्र—२५

दो या अधिक चलों का निरपेक्ष कालिक चित्र (*Absolute Historigram of Twoor More Variables*)

एक चल का निरपेक्ष कालिक चित्र ऊपर बनाया जा चुका है। ठीक उसी ढंग से दो या अधिक चलों का निरपेक्ष कालिक चित्र बनाया जा सकता है। उनकी इकाइयाँ सजातीय या विजातीय कुछ भी हो सकती हैं। जब इकाइयाँ सजातीय हों तब तो उदग्र माप-श्रेणी पर एक ही माप दण्ड पर दोनों प्रकार की राशियों को अंकित करते हैं परन्तु जब राशियाँ विजातीय हों तो यह सम्भव नहीं। तब कोटि-अक्ष पर अलग-अलग दो पैमानों को लेना पड़ता है।

उदाहरण :

The following table gives the value of Imports and of Exports of (undivided) India for the year 1921-22 in crores of Rupees. Plot the figures on a graph paper and shows the balance of trade

Month	Imports	Exports	Balance of trade
April	26	18	—8
May	21	20	—1
June	19	17	—2
July	18	17	—1
August	21	20	—1
September	20	20	—
October	23	18	—5
November	26	20	—6
December	23	22	—1
January	28	23	—5
February	20	22	+2
March	21	28	+7

चित्र—२६

कृत्रिम आधार रेखा (False Base Line)

बिन्दु-रेख बनाते समय इस एक महत्वपूर्ण नियम का पालन करना आवश्यक है कि उदग्र माप पर (axis of Y) शून्य अर्थात् मूल बिन्दु से प्रारम्भ किया जाय। यह नियम क्षैतिज माप (axis of X) के लिये नहीं। इस नियम के अनुसार उदग्र माप पर शून्य से प्रारम्भ करने में कभी-कभी कठिनाइयाँ आती हैं। जैसे यदि वे मूल्य जिन्हें उदग्र माप-श्रेणी पर अंकित करते हों वे बहुत बड़े हों तो शून्य से प्रारम्भ करने पर निम्न असुविधायें सामने आयेंगी :—

(१) वक्र आधार रेखा से बहुत दूर बनेगा और वक्र और आधार रेखा के बीच का बिन्दु-रेख पत्र बेकार रहेगा।

(२) यदि मूल्य बड़े हों परन्तु उनमें के परिवर्तन बहुत कम हों तो वह भी स्पष्ट रूप से अंकित न किये जा सकेंगे क्योंकि यदि उनको स्पष्ट रूप से दिखाने के लिये माप कम लिया जाय तो बहुत बड़े बिन्दु-रेख पत्र की आवश्यकता होगी।

(३) इस प्रकार का प्रदर्शन अप्रभावशाली होगा। क्योंकि यदि माप बड़ा ले लिया जाय तो मूल्यों के उच्चावचन स्पष्ट रूप से न दिखाये जा

सकेंगे और यदि माप छोटा मूल्य लिया जाय तो एक बहुत बड़े बिन्दु-रेख पत्र की आवश्यकता होगी और उस पत्र का एक बहुत बड़ा भाग बिना प्रयोग के बेकार पड़ा रहेगा।

इन असुविधाओं को दूर करने और बिन्दु रेख को प्रभावशाली बनाने के उद्देश्य से कृत्रिम आधार रेखा का सहारा लिया जाता है। इसमें उदग्र माप-श्रेणी का वह भाग जो मूल बिन्दु से लेकर निम्नतम मूल्य, जिसे अंकित करना है, तक छोड़ दिया जाता है। इस प्रकार शून्य रेखा या मूल बिन्दु को प्रदर्शित करते हैं और उदग्र माप श्रेणी को उसके थोड़े ही ऊपर चलकर तोड़ देते हैं और दो टेढ़ी-मेढ़ी रेखायें शून्य रेखा के साथ-साथ खींच देते हैं।

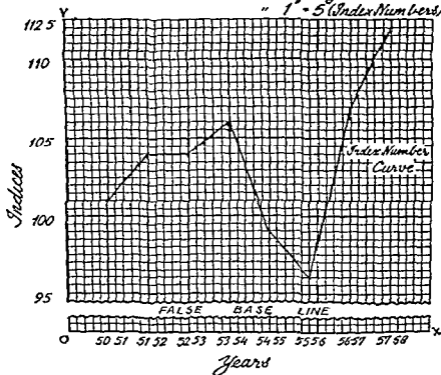
इन रेखाओं के बीच कृत्रिम आधार रेखा (False Base Line) लिख देते हैं। इनके ऊपर माप-श्रेणी वहीं से प्रारम्भ करते हैं जो निम्नतम मूल्य है। इस रीति से तीनों असुविधायें जैसे व्यर्थ बिन्दु-रेख पत्र का पड़ा रहना, उच्चावचनों को स्पष्ट न प्रदर्शित कर सकना, और बिन्दु-रेख का अप्रभावशाली होना दूर हो जाती हैं।

फिर भी यथासाध्य इसका प्रयोग नहीं करना चाहिए क्योंकि बिन्दु-रेख द्वारा प्रदर्शन का मूल उद्देश्य वास्तविकता को प्रदर्शित करना है। इसके प्रयोग से वह सत्यता नहीं प्रदर्शित हो पाती जो अपेक्षित है।

उदाहरण :

India's Working Class Consumer Price Index (Cost of Living Index)

(Year 1949 = 100)

Year	Index Number
1950–51	101
1951–52	104
1952–53	104
1953–54	106
1954–55	99
1955–56	96
1956–57	107
1957–58	112

चित्र—२७

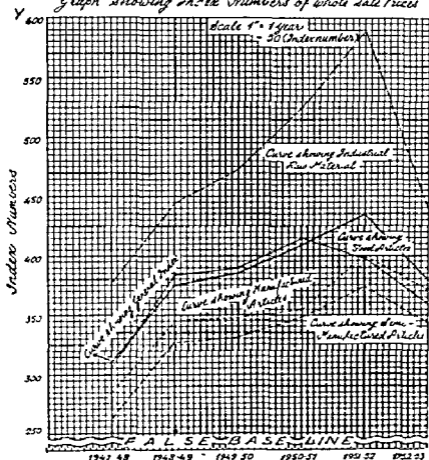
निर्देशांक कालिक चित्र (Index Historigram)

यदि कालिक माला के निर्देशांक दिये हुए हो तो उन्हे ठीक उसी प्रकार प्रांकित किया जाता है जैसे कालिक माला की मूल संख्याओं को किया जाता है। यदि निर्देशांक न दिये हो तो मूल राशियों को निर्देशांकों मे परिवर्तित करके प्रांकित किया जायेगा। इससे चलों के अनुपातिक परिवर्तन का अध्ययन किया जा सकता है।

उदाहरण :

The following table gives the Index Numbers of wholesale price in India :—

Year	Food Articles	Industrial Raw Material	Semi-Manufactured Articles	Manufactured Articles	General Index
1947-48	306	377	262	286	308
1948-49	383	445	327	316	376
1949-50	391	472	332	347	385
1950-51	416	523	349	354	409
1951-52	399	592	374	401	435
1952-53	358	437	344	371	381

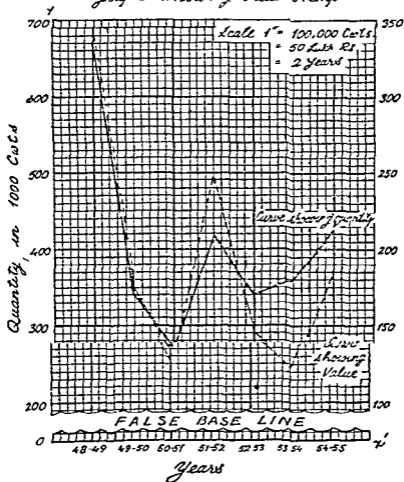
Plot the figures given above on a graph paper (Agra, M. A 1955)

चित्र—२८

दो माप दण्डों के रेखा-चित्र (Graphs of Double Scale)

ऊपर वर्णन किया जा चुका है कि कहीं-कहीं कोटि-अक्ष पर दो या अधिक

माप-दण्ड लेकर संख्याओं को प्रांकित करना पड़ता है क्योंकि वे दोनों ही विभिन्न इकाइयों को प्रकट करती हैं।

उदाहरण : Represent the following data Graphically Export of Raw Hemp. From India.

Year	Quantity (1000 Cwts)	Value (Lakhs of Rupees)
1948 49	665	339
1949-50	342	175
1950-51	271	128
1951-52	417	218
1952-53	342	146
1953-54	364	118
1954-55	426	184

चित्र—२६

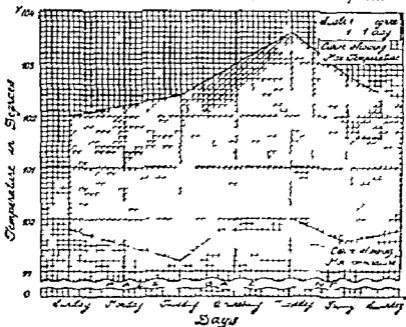
अधिकतम व न्यूनतम मूल्यों के रेखा चित्र (Graphs of Maximum and Minimum Values)

कभी-कभी किसी चर के किसी समय के अधिकतम व न्यूनतम उतार चढ़ाव को अंकित करने की आवश्यकता पड़ती है। जैसे किसी दिन या माह में किसी वस्तु का निम्नतम व अधिकतम भाव या किसी दिन किसी रोगी का अधिकतम व निम्नतम तापमान। ऐसी दशा में अधिकतम मूल्यों का वक्र और निम्नतम मूल्यों के वक्र अलग अलग खींचकर फिर उनके बीच के स्थान को किसी रंग या चिह्न से भर देते हैं। इन्हें कटिबंध वक्र (Zone Curve) कटिबंध चार्ट भी कहते हैं।

उदाहरण

Temperature Record of a Patient for a Week

Day	Maximum	Minimum
Sunday	102	99 8
Monday	102 2	99 5
Tuesday	102 4	99 2
Wednesday	103 0	100 0
Thursday	103 6	100 0
Friday	102 8	99 6
Saturday	102 2	99 8

चित्र—३०

इसी रेखाचित्र को दूसरी रीति से भी दिखाया जा सकता है। वहाँ बीच की पूरी दूरी को रगा न जाय बल्कि प्रतिदिन के न्यूनतम व अधिकतम तापमान को कुछ मोटे दण्डों से मिला दिया जाय। ऐसी दशा वक्र नही बनेगी बल्कि कटिबन्ध चित्र (Zone Chart) बनेगा।

पट्टीदार वक्र (Band Curves)

जो कार्य अन्तर्विभक्त दण्ड करते है उसी कार्य के लिए पट्टीदार वक्रो का भी प्रयोग किया जा सकता है। जब पूर्ण कई अशो म विभक्त होता है और काल श्रेणी पर आधारित होता है। विन्दुरेखीय प्रदर्शन की यह एक नयी प्रणाली है। इसन सम्पूर्ण के साथ-साथ प्रत्येक श्रेणी को अलग-अलग विशेषताओ के साथ प्रदर्शित किया जाता है। प्रत्येक मात्रा या श्रेणी के लिए एक पट्टी बनती है और प्रत्येक पट्टी को अलग-अलग रगो या चिन्हो से प्रदर्शित करते है।

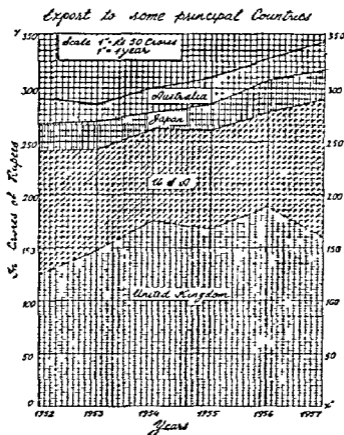
Table

Exports to Some Principal Countries*

(By sea, air and land)

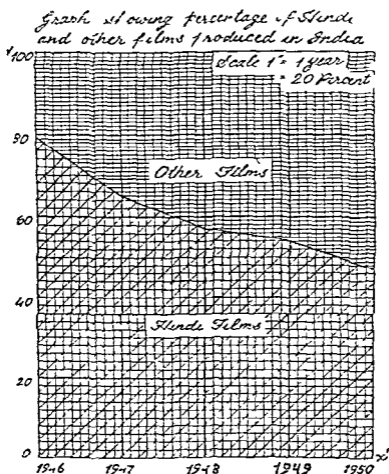
(Value in crores of Rupees)

Countries	1952	1953	1954	1955	1956	1957
U. K.	126	148	176	168	187	160
U. S A.	116	95	86	92	90	131
Japan	25	26	16	26	30	27
Australia	23	16	23	26	22	25
	290	285	301	312	329	343

* *Source :* India 1959 (Figures Approximated.)

चित्र—३१

ऊपर दी हुई सारणी में अगर समंक प्रतिशत में दिये हुए हों या प्रतिशत में निकाल कर उनका बिन्दुरेखीय प्रदर्शन करना हो तो प्रतिशत अन्तर्विभक्त दण्डों की भाँति ऊपर बनाये रेखाचित्र से मिलती-जुलती आकृति बनेगी।

उदाहरण :Number of Hindi Films Produced in India 1946–1950

Year	No. of Hindi (1) Films	Total No. of (2) films	Percentage (Col. 1 as percent of Col. 2)
1946	155	200	77·5
1947	186	283	65·7
1948	148	265	55·9
1949	157	289	54·3
1950	115	241	46·9

चित्र—३२

जी चित्र (Z or Zee Chart or) जी वक्र (Zee Curve)

यह एक प्रकार का रेखाचित्र है जहाँ वक्र लगभग अंग्रेजी अक्षर 'जेड' के आकार का बनता है इसलिये इसे 'जी चित्र' या 'जी-वक्र' कहते हैं। इसमें तीन वक्र तीन बातों को प्रदर्शित करते हुए खींचे जाते हैं। तीनों के लिये अलग अलग पैमाने लिये जाते हैं। इस चित्र में निम्न तीन वक्र होते हैं —

(१) मौलिक सामग्री का वक्र (The curve of the original data)

(२) संचित समंकों का वक्र (The curve of cumulative data)

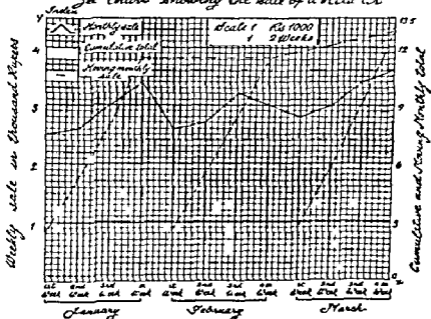
(३) चल योग वक्र (The moving total curve)

उदाहरण

Weekly sales of a Retail shopkeeper for three months.

(In thousands of Rupees)

Month	1st week	2nd week	3rd week	4th week
January	2 5	2 6	3 0	3 4
Cumulative	2 5	5 1	8 1	11 5
Moving Monthly Total				11 5
February	2 6	2 7	3 2	3 0
Cumulative	2 6	5 3	8 5	11 5
Moving Monthly Total				11 5
March	2 8	3 0	3 4	3 6
Cumulative	2 8	5 8	9 2	12 8
Moving Monthly Total				12 8

चित्र—३३

अनुपात माप श्रेणी तथा छेदा वक्र (Ratio Scale and Logarithmic Curve)

अब तक हमने जो वक्र बनाये हैं उनमें प्राकृतिक माप-श्रेणी (Natural Scale) का प्रयोग किया है। प्राकृतिक माप श्रेणी का प्रयोग वास्तविक या निरपेक्ष (Absolute) अन्तरों को प्रदर्शित करने के लिये या तुलना करने के लिये किया जाता है। इस माप श्रेणी द्वारा सापेक्ष परिवर्त्तन (Relative changes) को शुद्ध ढंग से नहीं दिखलाया जा सकता। यदि हम केवल वृद्धि या ह्रास न जानकर अनुपातिक घट-बढ़ जानना चाहते हों तो अनुपात माप-श्रेणी का प्रयोग करना पड़ेगा। इसी को छेदा-माप-श्रेणी भी कहते हैं।

एक उदाहरण लीजिये। मान लीजिये कोई कारखाना सीमेंट उत्पादन निम्न दर से कर रहा है :—

Year	Production in Tons	Absolute increase	Proportionate increase
1956	20	—	—
1957	30	10	50 Percent
1958	40	10	33⅓ ,,
1959	50	10	25 ,,

ऊपर के उदाहरण को देखने से स्पष्ट है कि प्रति वर्ष निरपेक्ष वृद्धि समान है परन्तु अनुपातिक या सापेक्ष वृद्धि दिखानी हो और प्राकृतिक माप श्रेणी का प्रयोग किया जाय तो फल भ्रामक होगा।

प्राकृतिक माप श्रेणी व अनुपात माप-श्रेणी में अन्तर (Difference between Natural and Ratio Scale)—प्राकृतिक माप-श्रेणी में निम्न प्रमुख अंतर है :—

(१) अनुपात माप-श्रेणी में गुणोत्तर वृद्धि (Geometrical Progress) होती है और प्राकृतिक माप-श्रेणी में अंकगणितीय वृद्धि (Arithmatical Progress) होती है।

(२) अनुपात माप-श्रेणी में समान दूरी परिवर्तन के समान अनुपात को प्रदर्शित करती है और प्राकृतिक माप-श्रेणी में समान मात्रा का।

अनुपात माप-श्रेणी पर बिन्दु रेख की रचना (Construction of Graph on Ratio Scale)

इसकी दो रीतियां हैं :—

(१) चलों के छेदा (Logs) छेदा सारणी (Log Table) से प्राप्त करके उन्हें साधारण बिन्दुरेखीय पत्र पर अंकित कर देते हैं।

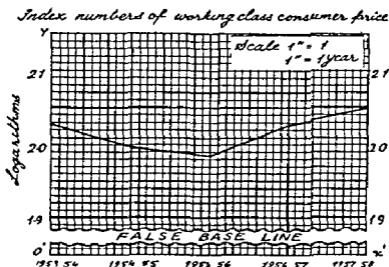
(२) चलों के वास्तविक मान को छेदा बिन्दुरेखीय पत्र (Log Graph Paper) पर अंकित कर देते हैं। यह एक विशेष प्रकार का बिन्दुरेखीय पत्र होता है जो अनुपात के आधार पर निर्मित होता है।

छेदा द्वारा अनुपात माप-श्रेणी पर बिन्दुरेख की रचना (Construction of Graph on Ratio Scale by Logarithms)

इस रीति से बिंदु रेख की रचना निम्न उदाहरण से स्पष्ट हो जायगी :—

Working Class Consumer Price Indices of India[1]

(Year 1949 = 100)

Year	Indices	Log
1953-54	106	2 0253
1954-55	99	1·9956
1955-56	96	1 9823
1956-57	107	2 0294
1957-58	112	2 0492

चित्र—३४

इन रेखा चित्रों को अर्द्ध-छेदा माप श्रेणी भी कहते हैं क्योंकि इनमें कोटि-अक्ष का माप दंड छेदा के आधार पर निश्चित किया जाता है परन्तु भुजाक्ष का माप-दंड प्राकृतिक रहता है।

1. *Source* • India 1959

अनुपात माप-श्रेणी के बिन्दुओं की उपयोगिता (Uses of Graphs on Ratio Scale)

(१) जब दो या अधिक ऐसी श्रेणियों का प्रदर्शन करना हो जिनके मूल्य में काफी अन्तर हो तो अनुपात माप दंड बहुत उपयोगी होगा।

(२) जब कोटि-अक्ष पर दो या अधिक माप दंड लेने की आवश्यकता पड रही हो तो इस असुविधा से बचने के लिये अनुपात माप-श्रेणी का प्रयोग किया जा सकता है।

(३) निर्देशांकों का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन करते समय अनुपात माप श्रेणी का प्रयोग अधिक ठीक होता है क्योंकि निदेशांक भी सापेक्ष परिवर्तन को ही प्रकट करते हैं।

(४) यहाँ कृत्रिम आधार रेखा (False Base Line) बनाने की आवश्यकता नहीं पडती।

(५) अनुपातिक परिवर्तन के अध्ययन के लिये यह मापदन्ड अधिक उपयुक्त है।

(६) अन्तरगणन (Interpolation) और वाह्यगणन (Extrapolation) के लिये इनका प्रयोग किया जा सकता है।

अनुपात माप-श्रेणी की सीमायें (Limitations of Ratio Scale)

अनुपात माप-श्रेणी की निम्न सीमायें हैं:—

(१) इनके द्वारा निरपेक्ष मूल्य वाली श्रेणियों का तुलनात्मक अध्ययन ठीक प्रकार से सम्भव नहीं।

(२) उनके द्वारा ऋणात्मक समक नहीं प्रदर्शित किये जा सकते।

(३) इनका प्रयोग सर्वसाधारण के लिये उतना सरल नहीं जितना कि प्राकृतिक माप-दण्ड का है।

(४) ऐसे माप-दन्डों के रेखा-चित्रों को वे ही लोग बना सकते हैं जिन्हें गणित का अच्छा ज्ञान हो और लघुगणक (Logarithms) के प्रयोग को जानते हों।

आवृत्ति बिन्दु रेख (Frequency Graph)

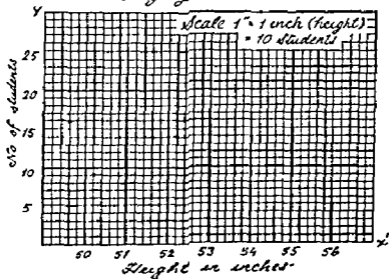
यह बतलाया जा चुका है कि आवृत्ति वितरण के विचार से श्रेणियाँ दो प्रकार की हो सकती हैं—विच्छिन्न या खंडित तथा अविच्छिन्न या अखंडित। इनका बिन्दुरेखीय प्रदर्शन बड़ी सरलता से किया जा सकता है।

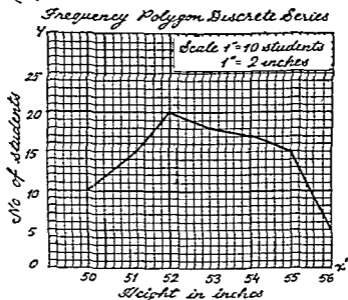
विच्छिन्न माला का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन (Graphic Presentation of Discrete Series)

यहाँ भुजाक्ष (X–axis) पर आकार और कोटि-अक्ष (Y–axis) पर आवृत्तियों को प्रदर्शित किया जाता है। यहाँ साधारणतः रेखा आवृत्ति चित्र (*Line Frequency Diagram*) द्वारा प्रदर्शन किया जाता है। भुजाक्ष पर आवृत्ति के अनुसार लम्बवत् रेखायें खींच दी जाती हैं।

उदाहरण

Represent the following graphically —

Height in Inches	No. of Students
50	10
51	15
52	20
53	18
54	17
55	15
56	5

चित्र—३५

ऊपर के चित्र में जो बिन्दु अंकित करने से प्राप्त हुए हैं यदि उन्हें मिला दिया जाय तो जो आकृति बनेगी उसे आवृत्ति बहुभुज (Frequency Polygon) कहेंगे।

चित्र—३६

अविच्छिन्न श्रेणी का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन (Graphic Presentation of Continuous Series)

अविच्छिन्न माला का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन करने की कई रीतियाँ प्रचलित हैं। उनमें से मुख्य-मुख्य का विवेचन नीचे किया जायेगा।

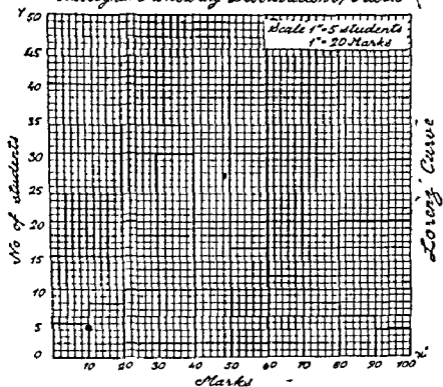
आवृत्ति चित्र (Histogram)

आवृत्ति से चित्र में प्रत्येक वर्ग के लिये एक आयत (Rectangle) बनता है। इस प्रकार जितने वर्ग होते हैं उतने आयत एक दूसरे से सटे-सटे बनाये जाते हैं। आकार को भुजाक्ष (X-axis) पर और आवृत्ति को कोटिअक्ष (Y-axis) पर प्रदर्शित किया जाता है प्रत्येक आयत का क्षेत्रफल आवृत्ति के अनुपात में होता है।

उदाहरण :

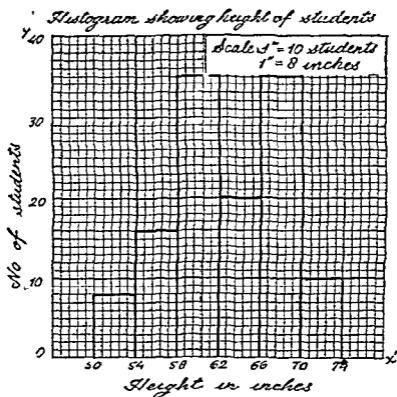
Represent the following by Histograms :—

Marks	No. of Students
0-10	5
10-20	8
20-30	10
30-40	30
40-50	48
50-60	16
60-70	12
70-80	8
80-90	6
90-100	4

चित्र—१३

इस आवृत्ति चित्र में केवल एक चोटी है। ऐसे चित्र को एक चोटी वाला आवृत्ति चित्र (one-humped Histogram) कहते हैं। कहीं-कहीं दो या अधिक चोटी वाले आवृत्ति चित्र भी होते हैं।

उदाहरण:

Represent the following by Histograms —

Height in Inches	No. of Students
50—54	8
54—58	16
58—62	35
62—66	20
66—70	35
70—74	10

चित्र—३८

असमान वर्गान्तरों के आवृत्ति-चित्र (Histograms of Unequal Class-Intervals)

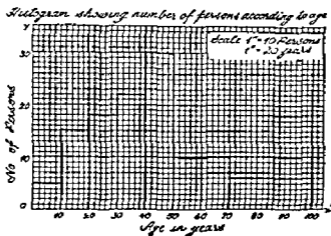
जब समान वर्गान्तर होते हैं तब तो आवृत्ति-चित्र की रचना बहुत सरल होती है क्योंकि आयतों का क्षेत्रफल क्रमशः आवृत्तियों के बराबर होता है। यदि असमान वर्गान्तर के कारण असमान वर्ग पर उसकी आवृत्ति के अनुसार आयत बनाया जाय तो कुल क्षेत्रफल तथा अनुपात में भारी अन्तर पड़ जायेगा और चित्र को देखकर आकार का सच्चा अनुमान न हो सकेगा। इस दोष को हटाने के लिए निम्न रीतियाँ प्रयोग में लायी जाती हैं :—

(१) जिस अनुपात में वर्गान्तर असमान है उसी अनुपात में आवृत्ति को कम या अधिक कर देते हैं ताकि क्षेत्रफल ज्यों का त्यों रहे।

(२) यदि वर्गान्तर समान रखना है तो उसी अनुपात में आवृत्ति में घटाव या बढ़ाव कर देती हैं :—

उदाहरण :

Age in Years	No. of Persons
0—10	5
10—20	15
20—30	18
30—40	22-
40—50	30-
50—70	20
70-100	18

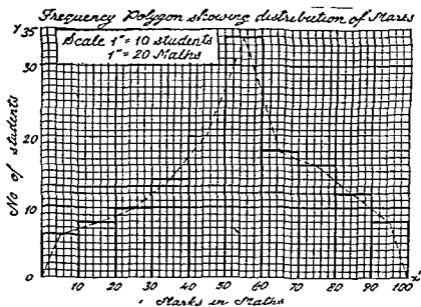
Represent the data by a Histogram.

चित्र—१६

आवृत्ति बहुभुज (Frequency Polygon)

आवृति चित्र (Histogram) से आवृत्ति बहुभुज बनाना बहुत सरल है। इसमें प्रत्येक वर्गान्तर पर बने हुए आयत की ऊपरी भुजा के मध्य बिन्दुओं को सरल रेखाओं द्वारा मिला देते हैं। फिर इस वक्र के दोनों छोरों को भुजाक्ष के दोनों किनारों से मिला देते हैं। यह आकृति आवृत्ति बहुभुज कहलाती है। इसका प्रयोग वर्गान्तर वाली काल-सम्बन्धी श्रेणी को बिन्दु रेखा द्वारा प्रदर्शित करने के लिए किया जाता है।

उदाहरण :

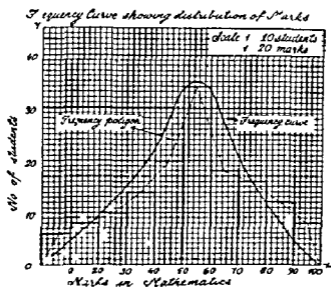
Construct Frequency Polygon to show the data given below :

Marks in Maths	No. of Students.
0—10	6
10—20	8
20—30	10
30—40	14
40—50	20
50—60	34
60—70	18
70—80	16
80—90	12
90—100	8

चित्र—४०

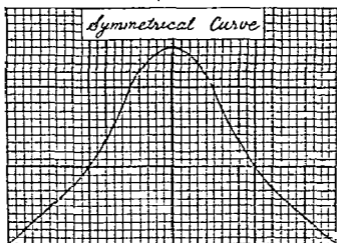
आवृत्ति बहुभुज को देखने से स्पष्ट है कि जितना क्षेत्रफल आवृत्ति चित्र का है लगभग उतना ही आवृत्ति बहुभुज घेरता है। आवृत्ति बहुभुज आवृत्ति चित्र के कुछ भाग को अपने में नहीं सम्मिलित करता तो लगभग उतना ही बाहर से सम्मिलित कर लेता है।

ग्रावृत्ति वक्र (Frequency Curve)

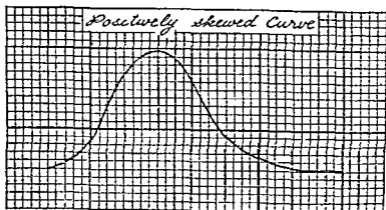
ग्रावृत्ति वक्र बनाने से पहले ग्रावृत्ति चित्र (Histogram) ग्रौर ग्रावृत्ति बहुभुज (Frequency Curve) बनाना ग्रावश्यक है। ग्रावृत्ति बहुभुज ग्रायता के मध्य बिन्दुग्रों को मिलाने के कारण बनता है इसलिए उसमें कोण होते हैं। ग्रावृत्ति वक्र (Frequency Polygon) में यह प्रयत्न किया जाता है कि ग्रावृत्ति बहुभुज के कोण समाप्त हो जाय ग्रौर वह एक सरलित वक्र (Smoothed Curve) बन जाय। इस वक्र को बनाते समय यह ध्यान रखना इतना ग्रावश्यक नहीं कि वह ग्रायता के मध्य बिन्दुग्रों को मिलती हुई जाय बल्कि यह ध्यान रखना ग्रावश्यक है कि वक्र सरल (Smooth) बने। यह वक्र लगभग घंटाकार होता है। ऊपर दिए समकों के ग्राधार पर ग्रावृत्ति वक्र का उदाहरण निम्न है —

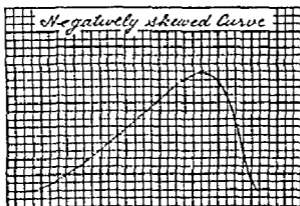
चित्र—४१

ग्रावृत्ति वक्र के प्रकार (Kinds of Frequency Curves)

ग्रावृत्ति-वक्र ग्राकार के विचार से निम्न पाँच प्रकार के होते हैं —

(१) सममित वितरण वाले वक्र (Curves for Symmetrical Distribution)—ये वक्र पूर्ण रूप से घण्टाकार होते हैं। ग्रावृत्ति का वितरण इस प्रकार होता है कि धीरे धीरे शून्य से बढ़ती हुई ग्रावृत्ति एक ग्राधिकतम ऊँचाई पर जाती है ग्रौर फिर वहाँ से उसी गति से धीरे-धीरे कम होती हुई समाप्त हो जाती है। यह वक्र लगभग इस ग्राकार का होता है —

चित्र—४२

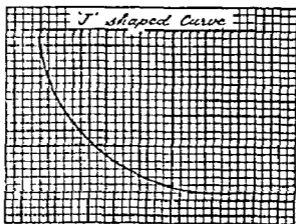
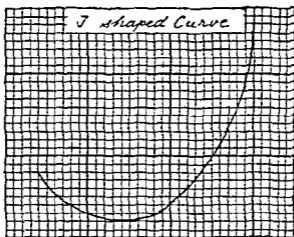
(२) साधारण असमित-वितरण वाले वक्र (**Curves for Moderately Asymmetrical Distribution**)—ऐसे वक्रों को विषम वक्र (**Skewed Curves**) कहते हैं इस वक्र का एक सिरा दूसरे से भिन्न प्रकार का अर्थात् अधिक लम्बा या छोटा होता है। ये दो प्रकार के होते हैं :—

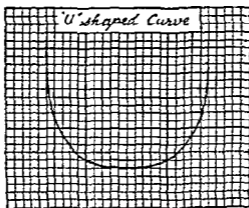
(क) धनात्मक विषम वक्र (**Positively Skewed Curves**)—यदि वक्र का लम्बा सिरा दाहिनी ओर है तो वक्र धनात्मक विषम वक्र है। जैसे :—

चित्र—४३

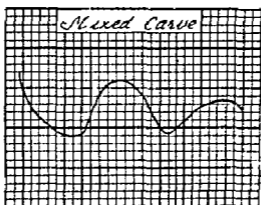
(ख) ऋणात्मक विषम-वक्र (**Negatively Skewed Curve**)—यदि वक्र का लम्बा सिरा बाईं ओर है तो ऋणात्मक विषमता होती है और ऋणात्मक विषम वक्र बनते हैं। जैसे :—

चित्र—८०

(३) अत्यधिक असमित वितरण वाले वक्र (Curves For Extremely Asymmetrical Distribution)—कहीं-कहीं श्रेणियों में आवृत्ति का वितरण अत्यधिक असमित होता है। उनकी सहायता से बनने वाले वक्र अंग्रेजी के 'जे' (J) के समान होते हैं इसलिये इन्हें 'J आकार वाले वक्र भी कहते हैं। ये दो प्रकार के होते हैं :—

(क) जब अधिकतम आवृत्ति प्रारम्भ में होती है तो वक्र निम्न प्रकार का बनता है :—

चित्र—४१

(ख) जब अधिकतम आवृति श्रेणी के अन्त में होती है तो वक्र निम्न प्रकार का बनता है :—

चित्र—४६

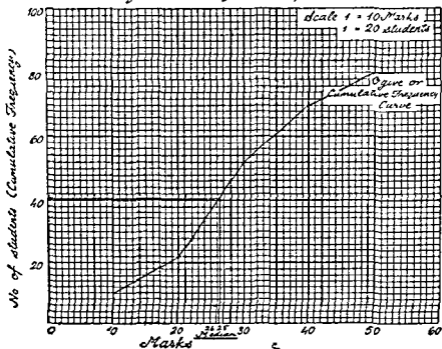
(४) 'यू' की आकृति वाले वक्र (U. Shaped Curve)—कुछ वक्र अंग्रेजी के 'यू' (U) अक्षर की आकृति के बनते हैं। यह तब होता है जब अधिकतम आवृतियाँ श्रेणी के प्रारम्भ व अन्त में होती हैं। मध्य में आवृतियाँ कम होती हैं। तब U के आकार का वक्र बनता है। जैसे :—

चित्र—४७

(५) मिश्रित वक्र (*Mixed Curve*)—कुछ ऐसे भी वक्र होते हैं जिनका आकार दो या अधिक प्रकार के वक्रों को मिलाकर बना हुआ सा लगता है। ऐसे वक्र के विभिन्न अंग विभिन्न प्रकार के वक्र के समान होते हैं। जैसे :—

चित्र—४८

संचयी आवृत्ति वक्र (Cumulative Frequency Curve or Ogive Curve)

यदि आवृत्ति वक्र की रचना न करके वर्ग की ऊपरी सीमाओं (Upper limits) को भुजाक्ष (X-axis) पर अंकित करके संचयी आवृत्ति (Cumulative Frequency) को कोटिअक्ष (Y-axis) पर अंकित करते हैं और फिर उन्हें सरल रेखाओं से मिला देते हैं तो इस प्रकार जो वक्र बनता है उसे संचयी आवृत्ति-वक्र कहते हैं। इस वक्र की सहायता से मध्यका (Median), चतुर्थक (Quartiles), दशमक (Deciles) तथा शततमक (Percentiles) आदि निकाले जा सकते हैं :—

उदाहरण :

Marks obtained	No of Students (Frequency)	Cumulative Frequency
0—10	10	10
10—20	12	22
20—30	30	52
30—40	18	70
40—50	10	80

चित्र—४६

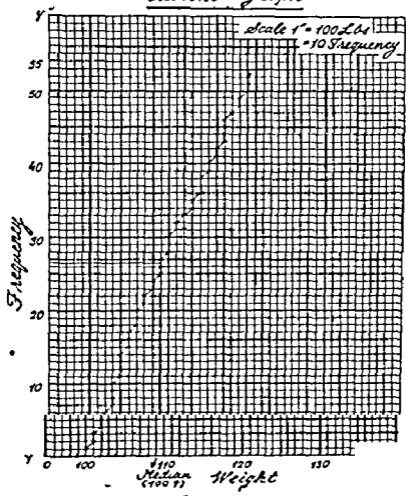
मध्यका निर्धारित करने की गाल्टन की रीति (Galton's Method of Locating the Median)

गाल्टन महोदय ने एक बिन्दुरेखीय रीति से मध्यका (Median) को निर्धारित करने का ढंग बताया है। भुजाक्ष पर पद का मूल्य और कोटि-अक्ष (Y-axis) पर आवृतियां अंकित की जाती हैं। अविच्छिन्न श्रेणी में मध्य-बिन्दु को पदमान मान लिया जाता है। यहां प्रत्येक मूल्य के लिये भिन्न आधार होता है। अंकन करते समय पिछले माप को अगले माप के लिये आधार मानते हैं। एक मूल्य की जितनी आवृतियां होती हैं उतने ही बिन्दु हम एक दूसरे के ऊपर लम्बवत् प्रत्येक मूल्य के लिये लगाते हैं। तदुपरान्त प्रत्येक मूल्य के लिये लगाये गये बिन्दुओं के मध्य से प्रत्येक मूल्य को सीधी रेखाओं द्वारा मिलाया जाता है। यह रेखा लगभग संचयी आवृति वक्र के समान देखने में लगती है। फिर मध्यका संख्या ज्ञात करके कोटि-अक्ष से एक लम्ब वक्र तक खींचा जाता है और जिस बिन्दु पर यह लम्ब वक्र को काटता है वहां से एक लम्ब भुजाक्ष पर डाला जाता है। जिस बिन्दु पर यह भुजाक्ष को काटता है—उसकी दूरी शून्य से माप ली जावेगी। यह मध्यका होगी। इसी प्रकार चतुर्थक (Quartiles), दशमक (Deciles) इत्यादि भी ज्ञात किये जा सकते हैं।

उदाहरण :

Frequency Distribution of Weight of 50 Men.

Weight (in Lbs)	Frequency	Weight (in Lbs.)	Frequency
100	1	111	2
101	2	112	1
102	3	113	2
103	4	114	3
104	4	115	2
105	3	116	2
106	3	117	4
107	2	118	1
108	2	119	2
109	3	120	3
110	3		

चित्र—२०

(५) सरल—सारणीयन कार्य बिन्दु-रेखा या चित्र प्रदर्शन की अपेक्षा सरल होता है। इसे कोई भी व्यक्ति आसानी से कर लेता है। परन्तु बिन्दु-रेखा या चित्र द्वारा प्रदर्शन के लिए सांख्यिकी के विशेष ज्ञान की आवश्यकता होती है।

(६) कई प्रकार की तुलना—सारणीयन द्वारा आँकड़ों की तुलना की जा सकती है। बिन्दु रेखों या चित्रों द्वारा केवल कुछ ही गुणों के आधार पर तुलना सम्भव है।

(७) सारणी में लोच—सारणी को आवश्यकतानुसार बढ़ाया घटाया या परिवर्तित किया जा सकता है। परन्तु बिन्दु-रेखों या चित्रों में घटाव-बढ़ाव, या परिवर्तन सरलता से नहीं हो सकता। यदि ऐसा किया जाय तो बहुत समय लगेगा और नये सिरे से सभी कार्य करने पड़ेंगे।

(८) कम अन्तर का प्रदर्शन सम्भव—जब मूल्यों में बहुत कम अन्तर होता है तो सारणीयन द्वारा तो उसे ठीक प्रकार से जाना जा सकता है परन्तु बिन्दु-रेखा या चित्रों द्वारा उसे ठीक प्रकार से नहीं प्रकट किया जा सकता।

बिन्दु रेखा या चित्र की तुलना में सारणी के दोष

बिन्दु-रेखा या चित्रों की तुलना में सारणी में निम्न दोष हैं :—

(१) केवल प्रदर्शन योग्य—बिन्दु रेखा या चित्रों द्वारा आँकड़ों को प्रदर्शित किया जाता है परन्तु सारणी द्वारा आँकड़ों को केवल प्रदर्शन योग्य बनाया जाता है।

(२) तुलना सरल नहीं—बिन्दु-रेखा या चित्रों की सहायता से तुलना बहुत सरल हो जाती है परन्तु सारणी की सहायता से तुलना इतनी सरल नहीं हो पाती क्योंकि इसमें संख्याओं का प्रयोग किया जाता है।

(३) मस्तिष्क पर स्थायी प्रभाव नहीं—बिन्दु रेखा या चित्रों का प्रभाव मस्तिष्क पर स्थायी पड़ता है इसलिये उनसे सम्बन्धित आँकड़े शीघ्र याद हो जाते हैं तथा समझ में आ जाते हैं परन्तु सारणी में यह बात नहीं।

(४) गणित का ज्ञान आवश्यक—बिन्दु रेखों या चित्रों को एक सामान्य व्यक्ति भी पर्याप्त सरलता से समझ लेता है परन्तु सारणी को समझने के लिए गणित का साधारण ज्ञान आवश्यक है।

(५) विश्लेषण की आवश्यकता—प्रायः बिन्दु-रेखों या चित्रों को समझने के लिए विश्लेषण की आवश्यकता नहीं होती। उन्हें केवल देखकर ही समझा जा सकता है। परन्तु सारणी को समझने के लिए विश्लेषण की आवश्यकता होती है।

(६) चित्ताकर्षण का अभाव—बिन्दु-रेखा या चित्र चित्ताकर्षक होते हैं परन्तु सारणी में यह गुण उस मात्रा में नहीं पाया जाता।

चित्रों की तुलना में बिन्दु-रेखों के गुण

चित्रों की तुलना में बिन्दु रेखा में निम्न गुण हैं :—

(१) लोकप्रिय—बिन्दु रेखों का प्रयोग चित्रों की अपेक्षा अधिक होता है। ये बहुत लोकप्रिय हैं और लगभग सभी प्रकार के अध्ययनों में प्रयुक्त होते हैं।

(२) गणितीय प्रश्न का हल सम्भव—विन्दु-रेखों की सहायता से कई प्रकार के गणितीय प्रश्न भी हल किये जा सकते हैं इसलिए गणित की दृष्टि से ये चित्रों की अपेक्षा अधिक महत्वपूर्ण हैं।

(३) भूयिष्ठक, चतुर्थक आदि निकालना सम्भव—विन्दु-रेखों की सहायता से भूयिष्ठक, चतुर्थक, दशमक, शतमक, आदि निकाले जा सकते हैं। इनकी सहायता से अन्तरगणन (Interpolation) व वाह्यगणन (Extrapolation) भी किये जाते हैं परन्तु चित्रों की सहायता से यह कार्य सम्भव नहीं।

(४) सबके लिए लाभप्रद—विन्दु-रेख की रचना बनाने वाला स्वयं अपने लिये भी कर सकता है, क्योंकि किसी भी अध्ययन के लिये ये बड़े लाभप्रद होते हैं। परन्तु चित्र सामान्यतः दूसरों के लिए बनाये जाते हैं।

(५) समय श्रेणी का अच्छा प्रदर्शन—समय श्रेणी (Time Series) के प्रदर्शन के लिये विन्दु-रेख बहुत आवश्यक हैं ताकि परिवर्तन को ठीक प्रकार से देखा जा सके। चित्रों की सहायता से यह उतना सम्भव नहीं।

विन्दु-रेख की तुलना में चित्रों के गुण

विन्दु-रेख की तुलना में चित्रों में निम्न विशेष गुण होते हैं :—

(१) समझने में सरल—चित्र विन्दु-रेखों की अपेक्षा समझने में अधिक सरल होते हैं। देखते ही वे समझ में आ जाते हैं।

(२) प्रभाव स्थायी—चित्रों का प्रभाव मस्तिष्क पर विन्दु-रेखों की अपेक्षा अधिक स्थायी होता है।

(३) आकर्षण तत्व—चित्रों में आकर्षण तत्व अधिक होता है क्योंकि ये कई आकृतियों में तथा कई रंगों या चिन्हों की सहायता से बनाये जाते हैं।

इस प्रकार सारणी, विन्दु-रेख तथा चित्र सबका उद्देश्य एकसा होते हुये भी उनमें अंतर है। एक की अपेक्षा दूसरे में कुछ गुण हैं तथा कुछ दोष हैं। यहाँ कुछ प्रमुख गुण व दोषों का विवेचन किया गया है।

Standard Questions

1. What points must be taken into consideration for presenting the statistical data graphically? Discuss in detail.
2. What is a False Base Line? Explain its utility in the construction of graphs
3. Distinguish between Natural Scale and Ratio Scale. In which cases would the latter scale be used?
4. Write a short essay on the use of graphic method in statistics. *(M. A., Calcutta)*
5. Represent the figures given below on a graph paper and comment upon their relationship.

Year	Price in Rs per mound Rice	Arhar
1929	12 4	7 8
30	10 4	5 6
31	4 5	3 6
32	3 9	3 6
33	3 7	3 3
34	3 7	3 3
35	3 9	4 7
36	3 6	3 4
37	4 3	4 3
38	4 1	4 3
39	4 3	4 2
40	4 7	4 1

(Agra B Com 1944)

6 Plot the following figures relating to population of India so as to show the proportionate increase in population from one period to another —

Year	1872	1881	1891	1901	1911	1921	1931	1941
Population (000 000)	210	250	290	295	315	320	350	390

(Nagpur, B Com 1945)

7 Draw cumulative frequency graph showing the distribution of marks in the following table Locate and measure the median and quartiles

Marks	No of Candidates
1—5	7
6—10	10
11—15	16
16—20	32
21—25	24
26—30	18
26—35	10
36—40	5
41—45	1

(Agra, B Com , 1951 & 1959)

8 Represent graphically the exports and imports of India from the following table on the natural as well as on the ratio scale —

In crores of Rs.

Years	Export	Import
1929—30	345	258
1930—31	308	206
1931—32	263	176
1932—33	239	203
1933—34	275	182
1934—35	280	210
1935—36	282	216
1936—37	243	199

(M. A., Agra, 1951)

9. Construct an O give from the following figures and read the median and the quartiles :—

Marks	1-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45
Frequency	7	10	16	32	24	18	10	5	1

(B. Com., Agra, 1959)

10. When should 'False Base Line' be used ? Represent the following data by a suitable graph :—

Year	Index Numbers of Indian Industrial Profits (Base : 1939=100)
1941	187
1942	222
1943	246
1944	239
1945	234
1946	229
1947	192
1948	260
1949	182
1950	247

(B. Com., Agra, 1957)

11. The following table gives the actual infant mortality per 1,000 live births in the union of India from 1926 to 1950. Represent this data graphically in the form of a historigram and indicate the trend by computing five-yearly moving average :—

Year	Infant Mortality per 1000 Live births	Year	Infant Mortality per 1000 Live births
1926	189	1939	157
1927	164	1940	159
1928	172	1941	157
1929	176	1942	160
1930	174	1943	160
1931	180	1944	166
1932	167	1845	153
1233	165	1946	138
1934	185	1947	136
1935	164	1948	134
1936	161	1949	131
1937	160	1950	130
1938	165		

(B Com., Rajputana, 1956)

12 The following table gives the value of Imports and Exports of India for the year 1920-21 and 1921-22 in crores of rupees —

Months	1920—21		1921—22	
	Imports	Exports	Imports	Exports
April	22	28	26	18
May	24	28	21	20
June	26	28	19	17
July	28	21	18	17
August	31	20	21	20
September	29	22	20	20
October	32	21	23	18
November	32	19	26	20
December	32	20	23	22
January	31	19	28	23
February	25	18	20	22
March	24	19	21	28

Show graphically India's Balance of Trade

(B Com, Rajputana 1955)

13 Draw a cumulative frequency graph and estimate the number of persons between the ages 30-32 in the following table

Age	Number of Persons	Age	Number of Persons
20—25	50	40—45	150
25—30	70	45—50	120
30—35	100	50—55	70
35—40	180	55—60	59

(B Com Agra 1948)

14 Show the result of working of class I railways in India graphically and comment on them

Year	Capital Outlay (In million of £.)	Gross Earning (In million of £.)
1923—24	464	70
1924—25	473	74
1925—26	487	73
1926—27	505	72
1927—28	594	86
1928—29	599	86
1929—30	617	84
1930—31	627	77
1931—32	631	71
1932—33	638	70
1933—34	635	72

(B. Com., Agra, 1940)

15. Represent graphically the exports and imports of India from the following Table on the natural as well as on the ratio scale.

Year	Exports	Imports
1929—30	345	258
1930—31	308	206
1931—32	263	176
1932—33	239	203
1933—34	275	182
1934—35	280	210
1935—36	282	216
1936—37	243	199

(M. A., Agra, 1951)

6. What are the advantages of the ratio scale over the natural scale? Plot the following data graphically on the logrithmic scale—

Year	Total Notes issued in crores of Rupees	Notes in circulation in crores of Rupees
1933—34	177	167
1934—35	186	172
1935—36	196	167
1936—37	208	192
1937—38	214	185
1938—39	207	187
1939—40	252	237
1940—41	269	258
1941—42	421	410
1942—43	650	625

(B. Com., Nagpur, 1943)

17 The following table shows the total sales of gold by the Bank of England on foreign account. Represent the data graphically on the logrithmic scale —

Year	£ ' 000
1910	1,448
1911	8 228
1912	9,670
1913	7,943
1914	8 027
1915	43,075
1916	2,360

(*B. Com., Alld , 1932*)

18 The following table gives the index number of wholesale prices of India —

Years	Food articles	Industrial raw materials	Semi manufactures	Manufactured articles	General Index
1947—48	306	377	262	286	308
1948—49	383	445	327	345	376
1949—50	391	472	332	347	385
1950—51	416	523	349	354	409
1951—52	399	592	374	401	435
1952—53	358	437	344	371	331

Plot the above figures on a graph paper

(*M A , Agra, 1955*)

19 Plot a graph to represent the following data in a suitable manner —

Year	Quantity imported in thousand maunds	Value of imported quantities in thousand of rupees
1920	400	220
1921	450	235
1922	560	385
1923	620	420
1924	580	420
1925	460	300
1926	500	350
1927	540	400

(*B Com , Nagpur, 1958*)

20 Plot the following figures so as to show the proportionate increase in population from one period to another.

Year	Population (000,000)
1901	195
1911	215
1921	225
1931	260
1941	310
1951	370

(B. Com., Nagpur, 1959)

21. Represent the following frequency distribution graphically.

Class	Frequency
0—20	25
20—40	38
40—60	75
60—80	60
80—100	15

(B. Com., Nagpur (Pass) Supplementary, 1959)

अध्याय ११

सांख्यिकीय माध्य
(Statistical Averages)

पिछले अध्यायों में समंकों के संकलन, सम्पादन, वर्गीकरण व सारणीयन आदि का विशद् विवेचन कर चुके हैं। यह सब क्रियायें केवल इस उद्देश्य से की जाती हैं कि आँकड़े सरल व सुबोध तथा व्यवस्थित बन सकें ताकि वे बहुत सरलता से समझ में आ सकें। इन रीतियों में यह भी प्रयत्न किया गया कि समंकों की विशाल राशि को संक्षिप्त बनाया जाय क्योंकि किसी भी व्यक्ति के लिए आँकड़ों की, विशाल राशि को याद रखना कठिन है। यदि उन्हीं आँकड़ों को संक्षिप्त रूप प्रदान किया जा सके तो उन्हें याद रखना अपेक्षाकृत बहुत सरल है।

महत्व (Importance)

माध्य के द्वारा आँकड़ों को बहुत संक्षिप्त करने का प्रयत्न किया जाता है। इसीलिए माध्यों का सांख्यिकी विज्ञान में एक महत्वपूर्ण स्थान है। डा० बाउले के इस कथन से कि "सांख्यिकी को वास्तव में माध्यों का विज्ञान कहा जा सकता है।"[1] इसकी महत्ता और भी प्रकट होती है। माध्य एक श्रेणी या माला की प्रतिनिधि संख्या होता है। इसकी सहायता से विभिन्न श्रेणियों की तुलना सरल हो जाती है। इसमें पदों की व्यक्तिगत विशेषताओं का ध्यान में न रखते हुए एक ऐसी बात प्रकट करने की प्रवृत्ति होती है जो सभी पदों में विद्यमान होती है और उसके द्वारा माला के समस्त पदों का सार व्यक्त होता है। वास्तव में माध्य के अभाव में बड़ी-बड़ी संख्याओं से कोई विशेष लाभ नहीं प्राप्त होता। किसी व्यक्ति विशेष की आयु या आय का समाज के लिए या देश के लिए कोई विशेष महत्व नहीं परन्तु उस समाज या देश के लोगों की औसत आयु या आय का सभी के लिए बहुत बड़ा महत्व है।

परिभाषा (Definition)

"किसी समूह का प्रतिनिधित्व करने वाली अनेक सरल संख्या को सांख्यिकीय माध्य कहते हैं।"[2]

---

1. 'Statistics may rightly be called the science of average.' —*Dr. Bowley*
2. 'A single simple number which represents a group is called statistical average.'

माध्य के उद्देश्य और उपयोगिता (Objects and Uses of Averages)

(१) सामग्री का संक्षिप्त चित्र—माध्य एकत्रित सामग्री का एक संक्षिप्त चित्र प्रस्तुत करता है। एक साधारण व्यक्ति कुछ अंकों को शीघ्रता से व सरलतापूर्वक समझ सकता है। परन्तु उसके लिये अव्यवस्थित आंकड़ों की ढेर को समझना अत्यन्त कठिन है।

> **माध्य के उद्देश्य और उपयोगिता**
> (१) सामग्री का संक्षिप्त चित्र।
> (२) दो या अधिक वर्गों की तुलना।
> (३) सम्पूर्ण समूह का चित्र।
> (४) भावी योजनाओं व क्रियाओं का आधार।
> (५) तुलना का आधार।

(२) दो या अधिक वर्गों की तुलना—माध्यों की सहायता से दो या अधिक वर्गों या समूहों की तुलना सरल हो जाती है। दो समूहों के किसी भी विषय सम्बन्धी आंकड़ों से ही तुलना सम्भव नहीं। जब दोनों का माध्य निकाला जाय तभी तुलना सम्भव है।

(३) सम्पूर्ण समूह का चित्र—माध्य सम्पूर्ण समूह का चित्र प्राप्त करने में सहायक होते हैं। केवल एक संख्या माध्य से ही उस समूह की रचना के बारे में पर्याप्त जानकारी हो सकती है तथा अनेक तथ्यों का पर्याप्त मात्रा में शुद्ध अनुमान लगाया जा सकता है।

(४) भावी योजनाओं व क्रियाओं का आधार—माध्य के रूप में एक ऐसा मूल्य प्राप्त होता है जो भावी योजनाओं और क्रियाओं के आधार स्वरूप कार्य करता है। उदाहरणार्थ माध्य से प्रकट होता है कि एक भारतीय की औसत आयु ३१ वर्ष है और संसार के अन्य देशों की इससे बहुत अधिक है। इससे हम इस फल पर पहुँचते हैं कि यहां के जीवन की दशाओं में सुधार की आवश्यकता है।

(५) तुलना का आधार—जब दो विभिन्न मालाओं के सम्बन्ध को अंकगणित के रूप में प्रकट करना होता है तो माध्यों की सहायता अनिवार्य हो जाती है। इन्हीं के आधार पर तुलना की सभी अन्य क्रियायें आश्रित हैं।

एक संतोषजनक माध्य के आवश्यक गुण (Essentials of a Satisfactory Average)

किसी भी सतोषजनक माध्य के निम्नलिखित गुण होने आवश्यक हैं :—

(१) स्पष्ट—माध्य की परिभाषा स्पष्ट शब्दों में व्यक्त होनी चाहिये ताकि अनुसंधानकर्ता या अन्य किसी व्यक्ति को अनुमान लगाने की गुंजाइश न रहे। अन्यथा उसकी व्यक्तिगत प्रवृतियों का प्रभाव पड़ेगा और फल अशुद्ध होगा।

(२) प्रतिनिधि—माध्य वास्तव में समग्र का प्रतिनिधि होना चाहिये। समग्र की अधिक से अधिक विशेषतायें उसमें पाई जानी चाहियें। वह ऐसा हो कि समग्र प्रत्येक पद से उसकी अधिक से अधिक निकटता प्रकट हो।

> उत्तम माध्य के प्रमुख आठ लक्षण हैं
>
> (१) स्पष्ट।
> (२) प्रतिनिधि।
> (३) सरल।
> (४) न्यादर्श के परिवर्तन का कम से कम प्रभाव।
> (५) निश्चित संख्या।
> (६) निरपेक्ष संख्या।
> (७) स्थिरता।
> (८) बीजगणितीय तथा अंकगणितीय विवेचन।

(३) सरल—एक अच्छे माध्य में यह गुण होना चाहिये कि वह सरलता व शीघ्रता से निकाला जा सके ताकि किसी भी व्यक्ति को उसे निकालने तथा समझने में किसी विशेष कठिनाई का सामना न करना पड़े।

(४) न्यादर्श के परिवर्तन का कम से कम प्रभाव—एक अच्छे माध्य की एक विशेषता यह है कि यदि न्यादर्श में परिवर्तन कर दिया जाय तो माध्य पर उसका कम से कम प्रभाव पड़े। यदि न्यादर्श के परिवर्तन से माध्य में भी परिवर्तन हो जाय तो माध्य संतोषजनक नहीं माना जायेगा।

(५) निश्चित संख्या—माध्य एक निश्चित संख्या होना चाहिये। यदि माध्य एक संख्या न होकर एक वर्ग आवे तो इसे अच्छा माध्य नहीं कहेंगे। इसी प्रकार यदि माध्यम दो आता है जैसे ५० या ५३ तो यह भी ठीक नहीं।

(६) निरपेक्ष संख्या—एक अच्छे माध्य में यह विशेषता होनी चाहिये कि वह एक निरपेक्ष (Absolute) संख्या हो अर्थात् माध्य प्रतिशत में या अन्य किसी सापेक्ष रीति से न व्यक्त हो।

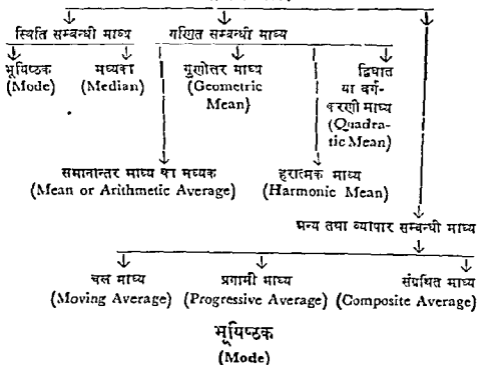
(७) स्थिरता—माध्य ऐसा होना चाहिये कि पदों में थोड़ा बहुत घटाव या बढ़ाव करने पर उस पर कम से कम प्रभाव पड़े। जितना ही अधिक प्रभाव पड़ेगा उतना ही कम प्रतिनिधि होगा।

(८) बीजगणितीय तथा अंकगणितीय विवेचन—एक संतोषजनक माध्य में यह गुण भी आवश्यक है कि उसका प्रयोग अंकगणितीय तथा बीजगणितीय विधियों द्वारा किया जा सके।

माध्यों के प्रकार (Kinds of Averages)

सांख्यिकीय माध्य अनेक तरह के होते हैं। उन्हें सुविधा की दृष्टि से निम्न वर्गों में बाँटा जा सकता है :—

अन्य तथा व्यापार सम्बन्धी माध्य

चल माध्य (Moving Average) प्रगामी माध्य (Progressive Average) संग्रथित माध्य (Composite Average)

भूयिष्ठक
(Mode)

भूयिष्ठक उस पद का मूल्य या आकार है जिसकी आवृत्ति श्रेणी में सबसे अधिक हो। इस बात को अधिक स्पष्ट शब्दों में हम यह कह सकते हैं कि माला में सबसे अधिक बार आने वाले पद या मूल्य को भूयिष्ठक कहते हैं।

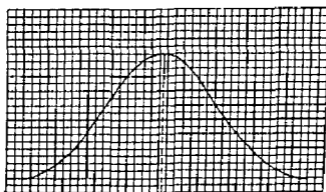
"किसी सांख्यिकीय समूह में वर्गीकृत मात्रा का वह मूल्य (मजदूरी, ऊँचाई या अन्य किसी मापनीय मात्रा का) जहाँ पर पंजीकृत संख्यायें सबसे अधिक हों उसे 'भूयिष्ठक' या 'सबसे अधिक घनत्व का स्थान' या 'सबसे महत्वपूर्ण मूल्य' कहलाता है।"[1] —डा० बाउले

इसी प्रकार अन्य विद्वानों ने भी इसकी परिभाषायें दी हैं। किसी ने सर्वाधिक आकृति वाली आवृत्ति" (Size of the highest frequency) माना है तो किसी ने "सर्वाधिक अंकों से केन्द्रीभूत आकृति (Size of highest concentration) माना है। पर सभी परिभाषाओं का अभिप्राय एक ही है अर्थात् वह मूल्य जिसकी आवृत्ति सबसे अधिक हो।

1. "The value of the graded quantity in a statistical group (of wages, heights, or some other measurable quantity) at which the numbers registered are most numerous is called the mode, or the position of greatest density or the predominant value." —*Dr. Bowley.*

'किसी भी वितरण में चल का वह मूल्य जिसकी आवृति सबसे अधिक हो। भूयिष्ठक कहलाता है।'[1] —केनी

हम प्राय प्रतिदिन सुनते हैं कि एक भारतीय की औसत लम्बाई ५ फीट ५ इंच है', अंग्रेज गोरा होता है' भारत का औसत आदमी ईमानदार है' आदि। इस कथन में चाहे सत्यता हो या नहीं परन्तु इनमें जिस माध्य की ओर संकेत है वह भूयिष्ठक है। यदि हम यह कहें कि किसी गाँव में कुल ३०० व्यक्तियों में से उनकी आयु का भूयिष्ठक १८ वर्ष है तो इसका यह अर्थ हुआ कि उस गाँव में जितने लोग १८ वर्ष की आयु के हैं उनसे अन्य सभी आयुओं के लोगों की संख्या कम है अर्थात् सबसे अधिक संख्या १८ वर्ष के लोगों की है।

यदि भूयिष्ठक को बिन्दुरेखीय पत्र पर प्रदर्शित किया जाय तो जो वक्र बनेगा उसके शीर्ष बिन्दु वाला आकार भूयिष्ठक को प्रदर्शित करेगा। जैसे—

चित्र—५१

भूयिष्ठक निकालने की रीति (Method of Calculating the Mode)

भूयिष्ठक निकालने की रीति बहुत सरल है क्योंकि सबसे अधिक पद के सामने वाली आवृति ही भूयिष्ठक होती है। परन्तु विभिन्न प्रकार की श्रेणियों में इसमें थोड़ा अन्तर पड़ता है। आँकड़ों के विचार से तीन श्रेणियों का विस्तृत विवेचन यथास्थान किया जा चुका है। वे निम्न हैं —

(१) व्यक्तिगत श्रेणी (Individual Series)

(२) विच्छिन्न या खंडित श्रेणी (Discrete Series)

(३) अविच्छिन्न, अखंडित या सतत श्रेणी (Continuous Series)।

हम आगे तीनों श्रेणियों में अलग अलग भूयिष्ठक निकालेंगे।

---

1 'The value of the variable which occurs most frequently in a distribution is called the mode' —Kenny

व्यक्तिगत श्रेणी (Individual Series)—इस श्रेणी में भूयिष्ठक निकालना सबसे सरल है। यहाँ पर केवल निरीक्षण (Inspection) करना होता है और यह निश्चित करना होता है कि कौनसा पद सबसे अधिक बार आ रहा है जो पद सबसे अधिक बार मिले वही भूयिष्ठक होगा।

Illustration 1. The ages of 20 students of a class are given below Find out the Mode.—

S No.	Age in Years	S. No.	Age in Years
1	15	11	21
2	17	12	22
3	18	13	23
4	20	14	22
5	22	15	17
6	24	16	22
7	21	17	18
8	17	18	22
9	16	19	19
10	15	20	20

Solution 1. उपर्युक्त सारिणी का भली-भाँति निरीक्षण करने के पश्चात् हम इस फल पर पहुँचते हैं कि २२ वर्ष ऐसी अवस्था है जिसकी आवृत्ति अन्य सभी आयुओं से अधिक है अर्थात् २२ वर्ष की आयु वाले ५ विद्यार्थी उस कक्षा में हैं और अवस्थाओं वाले व्यक्तियों की संख्या इससे कम है। इसलिये यही संख्या भूयिष्ठक होगी।

विच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series)—विच्छिन्न श्रेणी में भी भूयिष्ठक केवल निरीक्षण द्वारा ही ज्ञात किया जा सकता है। परन्तु यह तभी तक सम्भव है जब पद मात्रा में नियमितता हो और उनके पद सजातीय हों।

Illustration 2.

Height in Inches	Number of Persons
64	2
65	4
66	8
67	10
68	5
69	6
70	3

Find out the mode.

Solution. 2. श्रेणी का निरीक्षण करने से पता लगता है कि ६७ इन्च ऐसा मूल्य है जिसकी आवृत्ति सबसे अधिक है अर्थात् इस लम्बाई वाले लोगों की संख्या यहाँ सबसे अधिक है इसलिये यही भूयिष्ठक हुआ।

परन्तु श्रेणी में जहाँ अनियमितता है वहाँ पर भूयिष्ठक का पता लगाना इतना सरल नहीं। कहीं कहीं ऐसा भी पाया जाता है जहाँ दो या इससे अधिक मूल्यों की आवृत्ति सबसे अधिक हो जाती। दशा में यह निश्चित करना कठिन होता है कि किस पद को भूयिष्ठक माना जाय। इसलिये समूहीकरण रीति (Grouping method) द्वारा उसे निर्धारित करते है।

Illustrtion 3.

Find out Mode in the following series —

Size of items	Frequency
8	5
9	6
10	8
11	7
12	9
13	8
14	9
15	6

Solution 3 भूयिष्ठक प्राप्त करने के लिए आवृत्तियों के समूहीकरण की आवश्यकता होगी क्योंकि यहाँ सबसे अधिक आवृत्ति ९ है जो दो बार आती है। इसलिये यह निश्चित करना कठिन है कि इनमें से किस आवृत्ति का मूल्य भूयिष्ठक होगा। समूहीकरण के द्वारा इसे निश्चित किया जा सकेगा।

Location of Mode by Grouping

Size of item (m)	Frequency (f)					
	1	2	3	4	5	6
8	5	11				
9	6		14	19		
10	8	15			21	
11	7		16			21
12	9	17		24		
13	8		17		26	
14	9	15				23
15	6					

ऊपर की सारणी मे आवृत्ति के पहले खाने मे दी हुई आवृत्तियाँ लिखी हैं। दूसरे खाने म दो-दो आवृत्तियो को जोडकर लिखा गया है। तीसरे खाने म भी दो-दो आवृत्तियो को जोड कर लिखा गया है परन्तु प्रारम्भ म पहली आवृत्ति को छोडकर समूह बनाये गये हैं। चौथे, पाँचवें व छठे खाने में तीन-तीन आवृत्तियो को जोडकर समूह बनायें गये हैं। चौथे में तो सभी आवृत्तियों को सम्मिलित किया गया है परन्तु पाँचवें खाने मे पहली आवृत्ति को तथा छठें खाने में पहली व दूसरी दोनो आवृत्तियों को छोडकर समूह बनाये गये हैं। आवश्यकता होने पर इसी प्रकार चार-चार या पाँच-पाँच के समूह भी बनाये जा सकते हैं।

अब यह देखना है कि इन समूहों म प्रत्येक खाने मे कौनसी आवृत्ति सबसे अधिक है। ऐसी आवृत्तियो को चिह्नित कर दिया है।

अब यह निश्चित करने के लिये कि सभी समूहो मे कौन-सी आवृत्ति सबसे अधिक बार सम्मिलित हुई है। इसके लिये समूहो की सबसे अधिक आवृत्तियों वाले पदों को एक विश्लेषण सारणी पर उतारेंगे।

Column No	Size of items containing Max. Frequency				
1			12		14
2			12	13	
3				13	14
4		11	12	13	
5			12	13	14
6	10	11	12		
No of items	1	2	5	4	3

देखने से स्पष्ट है कि १२ वह मूल्य है जिसकी आवृत्ति सबसे अधिक है इसलिये भूयिष्ठक १२ हुआ।

समूहीकरण के अतिरिक्त ऐसी दशाओं मे भूयिष्ठक ज्ञात करने की एक संक्षिप्त रीति यह है कि सबसे अधिक आवृत्तियों के आगे व पीछे की आवृत्तियों को भी आवृत्ति के साथ जोड लेते हैं और इस प्रकार जिन तीनों का योग अधिक होता है उसी वर्ग का सबसे अधिक आवृत्ति वाला पद भूयिष्ठक होगा।

जैसे ऊपर के उदाहरण मे सबसे अधिक आवृत्तियाँ ६ हैं। ये दो हैं। पहली वाली ६ आवृत्ति के आगे व पीछे की आवृत्तियाँ क्रमशः ७ और ८ हैं और इस प्रकार तीनो का योग २४ हुआ। दूसरे वाले ६ के आगे व पीछे के पद ८ व ६ हैं और इन तीनो का जोड २३ हुआ। इससे यह पता चलता है कि पहले वाले ६ के सामने का पद भूयिष्ठक होगा। इस दशा मे वह पद १२ है।

कभी-कभी आवृत्तियों का वितरण इस प्रकार होता है कि सबसे अधिक आवृत्ति वाला पद भूयिष्ठक नहीं होता और समूहीकरण से कोई दूसरा पद ही भूयिष्ठक निश्चित होता है। जैसे :—

Value of Items	Frequency
12	2
13	10
14	3
15	8
16	9
17	8
18	7

यदि समूहीकरण किया जाय तो यहाँ १३ भूयिष्ठक न होकर १६ भूयिष्ठक होगा। क्योंकि इसी के पास आवृत्तियों का अधिक केन्द्रीकरण है।

अविच्छिन्न श्रेणी (Continuous Series)

अविच्छिन्न श्रेणी में भूयिष्ठक निश्चित करते समय भी हम पहले की तरह सर्वप्रथम निरीक्षण से यह निश्चित करना पड़ेगा कि कौन से वर्ग की सबसे अधिक आवृत्ति है। यदि आवृत्तियाँ नियमित रूप से घटती बढ़ती हों तो भूयिष्ठक वर्ग का निश्चित करना बहुत सरल है। जिस वर्ग की सबसे अधिक आवृत्ति हो उसे भूयिष्ठक वर्ग (Model class) कहते हैं।

परन्तु ऐसी श्रेणी में जहाँ आवृत्तियाँ नियमित रूप से नहीं घटती-बढ़ती हों वहाँ भूयिष्ठक वर्ग को निश्चित करना सरल नहीं है और ऐसी दशा में पहले की ही भाँति समूहीकरण द्वारा भूयिष्ठक वर्ग को निश्चित करेंगे।

वर्ग निश्चित हो जाने पर ही कार्य नहीं समाप्त हो जाता क्योंकि कोई वर्ग माध्य नहीं हो सकता। माध्य एक निश्चित और अकेली संख्या होती है। भूयिष्ठक वर्ग से केवल यह प्रकट होता है कि माध्य कहीं इसी वर्ग की निम्नतम और उच्चतम सीमा के बीच में है। अकेली निश्चित संख्या के रूप में माध्य निर्धारित करने के लिए निम्न सूत्र का प्रयोग करेंगे :—

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (L_2 - L_1)$$

इस सूत्र में प्रयोग किये गये चिन्हों का अर्थ निम्न है :—

Z Stands for mode (भूयिष्ठक)

L_1 Stands for Lower Limit of the model class (भूयिष्ठक वर्ग की निम्न सीमा)

L_2 Stands for Upper Limit of the model class (भूयिष्ठक वर्ग की उच्च सीमा)

f_1 Stands for the frequency of the model class.
(भूयिष्ठक वर्ग की आवृत्ति)

f_0 Stands for frequency of the next lower class.
(भूयिष्ठक वर्ग के पूर्व वर्ग की आवृत्ति)

f_2 Stands for the frequency of the next higher class.
(भूयिष्ठक वर्ग के बाद वाले वर्ग की आवृत्ति)

Illustration 4. Table *showing frequency* distribution of Wages in a Factory.

Wages in Rupees	No. of Employees
0—10	6
10—20	10
20—30	10
30—40	16
40—50	12
50—60,	8
60—70	7

Solution 4. निरीक्षण से यह स्पष्ट है कि भूयिष्ठक वर्ग ३०-४० है क्योंकि इस वर्ग की आवृत्ति सबसे अधिक है। यहां स्पष्ट होने के कारण समूहीकरण की आवश्यकता नहीं।

अब सूत्र का प्रयोग निम्न ढंग से करेंगे :—

$$Z = 30 + \frac{16-10}{32-10-12} \times (40-30)$$

$$= 30 + \frac{6}{10} \times 10$$

$$= \text{Rs. } 36.$$

Illustration 5. समूहीकरण के द्वारा भूयिष्ठक वर्ग का निश्चित करना।

उदाहरण—Find out the mode in the following series :—

Size	f
0— 5	1
5—10	2
10—15	10

15—20	4
20—25	10
25—30	9
30—35	2

Solution 5. **Grouping Table**

Size	Frequency				
	1	2	3	4	5
0— 5	1				
5—10	2	3		13	
10—15	10	14	12		16
15—20	4				
20—25	10	19	14	23	21
25—30	9				
30—35	2		11		

Analysis Table

Columns	Size of Items containing Maximum Frequency				
1	10—15		20—25		
2		15—20	20—25		
3		15—20	20—25		
4		15—20	20—25	25—30	
5			20—25	25—30	30—35
Total	1	3	5	2	1

इस विश्लेषण सारणी से यह स्पष्ट है कि २०—२५ वर्ग भूयिष्ठक वर्ग है क्योंकि यह सबसे अधिक बार आया है। अब पहले वाले सूत्र का प्रयोग करेंगे :—

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (L_2 - L_1)$$

$$Z = 20 + \frac{10 - 4}{20 - 4 - 9} \times (25 - 20)$$

$$= 20 + \frac{6}{7} \times 5$$

$= 20 + 4{\cdot}28$

$= 24{\cdot}28$

समावेशी श्रेणी (Inclusive Series) में भूयिष्ठक ज्ञात करना :—

समावेशी श्रेणी को पहले अपवर्जी (Exclusive series) में परिवर्तन करने के उपरान्त ही भूयिष्ठक ज्ञात किया जा सकता है क्योंकि बिना ऐसा किये हुये वर्ग की निम्न सीमा का निश्चित करना कठिन होगा।

Illustration 6—Find out the mode from the following Series.

Measurement	Frequency
0— 9	1
10—19	2
20—29	6
30—39	7
40—49	12
50—59	8
60—69	5
70—79	3

Solution 6—सबसे पहले इस समावेशी श्रेणी (Inclusive Series) को अपवर्जी श्रेणी (Exclusive Series) में परिवर्तित करेंगे :—

Measurement	Frequency
0— 9·5	1
9·5—19·5	2
19 5—29 5	6
29 5—39·5	7
39 5—49 5	12
49·5—59 5	8
59·5—69 5	5
69.5—79·5	3

निरीक्षण से स्पष्ट है कि इस श्रेणी में भूयिष्ठक वर्ग ३९.५—४९.५ है क्योंकि इसकी आवृत्ति सबसे अधिक है।

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (L_2 - L_1)$$

$$= 39{\cdot}5 + \frac{12 - 6}{24 - 6 - 8} \times (49{\cdot}5 - 39\ 5)$$

$$= 39.5 + \frac{6}{10} \times 10$$
$$= 39.5 + 6$$
$$= 45.5$$

भूयिष्ठक के मुख्य लक्षण (Chief Characteristics of Mode)

भूयिष्ठक के निम्न प्रमुख लक्षण हैं :—

(१) भूयिष्ठक ऐसा माध्य है जिस पर श्रेणी के निम्नतम व उच्चतम अंकों का प्रभाव बहुत कम पड़ता है।

(२) जहाँ भूयिष्ठक स्पष्ट न हो वहाँ उसे निर्धारित करना कठिन है और इस निर्धारण की रीति या सीमा में तनिक भी परिवर्तन होने पर भूयिष्ठक पहले वाला बदल कर दूसरा हो जायगा।

(३) भूयिष्ठक द्वारा श्रेणी के वितरण का अनुमान कुछ अंशों में किया जाता है क्योंकि यह आवृत्तियों के सर्वाधिक घनत्व का बिन्दु होता है।

(४) उपपादित भूयिष्ठक का निर्धारण सरल है परन्तु वास्तविक भूयिष्ठक का निर्धारण बहुत कठिन है।

(५) भूयिष्ठक का बीज गणितीय विवेचन सम्भव नहीं है।

भूयिष्ठक के गुण (Merits of Mode)

(१) इसका समझना और प्रयोग करना जन साधारण के लिए सरल है। क्योंकि निरीक्षण मात्र से ही इसका पता लगाया जा सकता है।

(२) इस पर अति सीमान्त पदों का बहुत कम प्रभाव पड़ता है। यह माध्य सभी मूल्यों पर आधारित नहीं होता।

(३) बिन्दुरेखीय रीति से भूयिष्ठक सरलतापूर्वक प्रदर्शित किया जा सकता है।

(४) लोकप्रियता का अध्ययन करने के लिये यह सबसे उपयुक्त माध्य है।

(५) इसमें समग्र के लक्षणों व रचना पर भी कुछ प्रकाश पड़ता है क्योंकि यह आवृत्तियों के अधिकतम घनत्व वाला पद होता है।

(६) समग्र (Univers) में से दैव निदर्शन द्वारा चाहे जितनी बार भी न्यादर्श (Sample) लिया जाय, भूयिष्ठक लगभग एक ही आयेगा। अन्य माध्यों में न्यादर्श के परिवर्तन के साथ-साथ माध्यों में भी परिवर्तन होता है।

भूयिष्ठक के दोष (Demerits of Mode)

(१) इसमें अति सीमान्त पदों को कोई महत्व नहीं दिया जाता और इसलिये जहाँ अति सीमान्त पदों को भार देने की आवश्यकता होती है—यह उपयुक्त नहीं।

(२) साधारण अंकगणितीय क्रिया द्वारा इसका नहीं निकाला जा सकता है और कई दशाओं में किसी भी रीति द्वारा इसे शुद्धता से साथ नहीं निकाला जा सकता—विशेष कर तब जब श्रेणी का वितरण अनियमित हो।

(३) यह बीज गणित में प्रयोग किये जाने के लिये उपयुक्त नहीं है।

(४) यह प्रायः अनिश्चित और अस्पष्ट होता है। कभी-कभी दो या अधिक पद भूयिष्ठक हो जाते हैं और समूहीकरण करना पड़ता है।

(५) यदि श्रेणी के सभी पदों की आवृत्ति समान हो तो भूयिष्ठक निश्चित ही नहीं किया जा सकता।

(६) उनके पदों को क्रमानुसार रखना आवश्यक होता है क्योंकि सबसे अधिक आवृत्ति वाले पदों के आस-पास की आवृत्तियों की भी आवश्यकता पड़ती है।

(७) यदि भूयिष्ठक और पदों की संख्या में ज्ञात हो तो भी कुल योग नहीं प्राप्त किया जा सकता।

(८) भूयिष्ठक बहुत कुछ वर्गीकरण पर निर्भर करता है। यदि वर्ग विस्तार में परिवर्तन कर दिया जाय तो भूयिष्ठक भी बदल जायगा।

भूयिष्ठक की उपयोगिता (Uses of Mode).

भूयिष्ठक शीघ्रता व सरलता से समझ में आ जाता है इसलिये दैनिक जीवन में इसका प्रयोग बहुत होता है। हम जीवन में अक्सर सुनते हैं कि "इस दुकान के जूते का औसत आकार १० इंच है", "औसत पृष्ठ में ३०० शब्द हैं"; "औसत अंग्रेज की लम्बाई ६ फीट होती है"; "औसत पंजाबी स्वस्थ होता है" आदि।

इन सब दशाओं में औसत का तात्पर्य भूयिष्ठक से ही है। व्यवसाय में इसका उपयोग दिन-प्रतिदिन बढ़ता जा रहा है। व्यापार सम्बन्धी पूर्वानुमानों के लिये यह एक विश्वसनीय पथ-प्रदर्शक का काम करता है। इसकी सहायता से एक मशीन द्वारा भूयिष्ठक उत्पादन (Model output), किसी वस्तु के निर्माण के लिये भूयिष्ठक समय (Model Time) आदि निर्धारित करते हैं। जूता, सिले कपड़े, टोपी, हैट आदि के निर्माण करने वाले व्यवसायी इसी के आधार पर अपना माल बनाते हैं।

मध्यका
(Median)

मध्यका उस पद का मूल्य है जो समंकमाला को दो बराबर भागों में इस प्रकार बाँट देता है कि उसके एक ओर के सब दल उससे कम मूल्य के और दूसरी ओर के सब दल उससे अधिक मूल्य के होते हैं।[1]

मध्यका निकालने के लिये सर्वप्रथम अनुविन्यास (Arrangement) आवश्यक है। पद किसी मापनीय गुण के आधार पर आरोही (Ascending) या अवरोही (Decending) क्रमानुसार अनुविन्यसित किये जाते हैं अर्थात् सबसे पहले सबसे छोटे पद को और उसके बाद उससे बड़ा और इसी क्रम से अन्त में सबसे बड़े पद को

1. Median is the value of that item in a series which divides the series into two equal parts, one part consisting of all value less and the other all value greater than it.

रखते हैं या अवरोही क्रम में और इसके विपरीत अर्थात् पहले सबसे बड़ा और अंत में सबसे छोटे पद को रखते हैं।

इस प्रकार अनुविन्यसित श्रेणी में केन्द्रीय पद का माप मध्यका कहलाता है।

मध्यका का संगणन (Computation of Median)

सर्व प्रथम पदों को आरोही या अवरोही क्रम में अनुविन्यसित करते हैं। इसके उपरान्त निम्न सूत्र का प्रयोग करते हैं —

$$M = \text{Size of } \left(\frac{N+1}{2}\right) \text{th item}$$

Where, M Stands for median (मध्यका)

N ,, ,, Number of items (पदों की संख्या)

अब अलग-अलग श्रेणियों में इस सूत्र का प्रयोग करके मध्यका निकालेंगे।

व्यक्तिगत श्रेणी (Individual Series)

Illustration 7. The following table gives the marks obtained by a batch of 31 B Com Students in a class test in Statistics (Marks 100)

Serial No	Marks obtained	Serial No.	Marks obtained
1	33	17	33
2	32	18	42
3	5[illegible]	19	38
4	47	20	45
5	21	21	26
6	50	22	33
7	27	23	44
8	12	24	48
9	68	25	52
10	49	26	30
11	40	27	58
12	17	28	37
13	44	29	38
14	48	30	35
15	62	31	70
16	24		

Find the value of the Median

Solution 7 Series arranged in ascending order.

S No	Marks obtained	S No	Marks obtained.
1	12	17	42
2	17	18	44
3	21	19	44
4	24	20	45
5	26	21	47
6	27	22	48

7	30	23	48
8	32	24	49
9	33	25	50
10	33	26	52
11	33	27	55
12	35	28	58
13	37	29	62
14	38	30	68
15	38	31	70
16	40		

$$\text{Median} = \text{Size of } \left(\frac{N+1}{2}\right) \text{ th item}$$
$$= \textit{Size of } \left(\frac{31+1}{2}\right) \textit{ th item}$$
$$= \text{Size of 16 th item}$$
$$= 40 \text{ (Marks)}$$

यदि प्राप्तांकों को हम अवरोही क्रम से रखते हैं तब इस प्रकार मध्यका निकालेंगे :—

Series Arranged in descending order.

S. No.	Marks obtained	S. No.	Marks obtained
1	70	17	38
2	68	18	38
3	62	19	37
4	58	20	35
5	55	21	33
6	52	22	33
7	50	23	33
8	49	24	32
9	48	25	30
10	48	26	27
11	47	27	26
12	45	28	24
13	44	29	21
14	44	30	17
15	42	31	12
16	40		

$$\text{Median} = \text{Size of } \left(\frac{N+1}{2}\right) \text{th item}$$
$$= \text{,, ,, } \left(\frac{31+1}{2}\right) \text{ th item}$$
$$= \text{,, ,, 16th item}$$
$$= 40 \text{ (Marks)}$$

ऊपर के उदाहरण में हमने यह देखा कि पदों की संख्या अयुग्म (Odd) थी इसलिये मध्य पद एक सम्पूर्ण संख्या के रूप में मिलता था और उसका मूल्य ज्ञात करना सरल था।

कभी-कभी पदों की संख्या युग्म (Even) होती है। तब मध्य पद सम्पूर्ण संख्या नहीं होता। ऐसी दशा में उस पद का मूल्य निम्न प्रकार से निकालेंगे :—

S. No.	Marks obtained in English	S. No.	Marks obtained in English
1	25	11	46
2	28	12	47
3	29	13	48
4	30	14	51
5	32	15	52
6	33	16	53
7	33	17	54
8	35	18	60
9	42	19	65
10	45	20	72

The items are arranged in ascending order.

$$\text{Median} = \text{Size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)\text{th item}$$

$$= \;,,\;\;,,\; \left(\frac{20+1}{2}\right)\text{th item}$$

$$= \;,,\;\;,,\; 10.5\text{th item}$$

$$= \frac{\text{Size of 10th item} + \text{Size of 11th item}}{2}$$

$$= \frac{45+46}{2}$$

$$= 45.5 \text{ (Marks)}$$

Illustration 8.

The mean daily sunshine for Great Britain and Ireland for the years 1915-55 given below :—

Month	Jan	Feb	March	Apr	May	June	July	Aug	Sept	Oct	Nov	Dec
Hrs.	1·49	2·40	3·62	5·21	5·81	6·25	5·45	5·32	4·11	2·99	1·85	1·40

Find the median number of hours sunshine per day.

(B. Com., Banaras, 1955)

Solution 8.

Hours of Sunshine Arranged in Ascending order.

S. No.	Hours	S. No.	Hours
1	1·40	7	4·41
2	1·49	8	5·21
3	1·85	9	5·32
4	2·49	10	5·45
5	2·99	11	5·81
6	3·62	12	6·25

$$M = \text{Size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)\text{th item}$$

$$= \text{Size of } \left(\frac{12+1}{2}\right)\text{th item}$$

$$= \text{,, ,, } 6{\cdot}5\text{th item}$$

$$= \frac{\text{Size of 6th item} + \text{Size of 7th item}}{2}$$

$$= \frac{3{\cdot}62 + 4{\cdot}41}{2}$$

= 4·015 hours sunshine per day.

विच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series)

विच्छिन्न श्रेणी मे मध्यका ज्ञात करने की भी यही रीति है। सर्वप्रथम यह देखना आवश्यक होता है कि पद आरोही (ascending) या अवरोही (desending) क्रम मे रक्खे जांय। फिर उसी सूत्र का प्रयोग करते हैं। पर यहाँ एक विशेष क्रिया यह करनी पडती है कि पदों की सचयी आवृति (cumulative) निकालनी पड़ती है।

Illustration 9.

Compute the Median of the following Series :—

Size of item	Frequency	Size of item	Frequency
2	2	9	8
3	3	10	6
4	8	11	5

5	10	12	6
6	12	13	4
7	16	14	3
8	10	15	1

Solution 9

यहाँ पद आरोही क्रम (ascending order) में पहले से ही अनुविन्यसित (arranged) हैं।

Size of item	Frequency	Cumulative Frequency
2	2	2
3	3	5
4	8	13
5	10	23
6	12	35
7	16	51
8	10	61
9	8	69
10	6	75
11	5	80
12	6	86
13	4	90
14	3	93
15	1	94

$$\text{Median or M} = \text{Size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)\text{th item}$$

$$= \text{,, ,, } \left(\frac{94+1}{2}\right)\text{th item}$$

$$= \text{,, ,, } 47.5\text{th item}$$

अब हम इस फल को पहुँचे कि ४७.५ वें पद का मूल्य मध्यका होगा। इस पद का मूल्य प्राप्त करने के लिए संचयी आवृत्ति को देखेंगे। वह पहला पद जहाँ यह संख्या मिलती हो, ठीक उसके सामने का मूल्य या आकार मध्यका होगा। इस प्रश्न में देखने से स्पष्ट है कि ४७.५ पहली बार संचयी आवृत्ति में ५१ में सम्मिलित है। इसलिए ५१ संचयी आवृत्ति के सामने के पद का मूल्य ७ हुआ। यही संख्या मध्यका हुई।

अविच्छिन्न श्रेणी (Continuous Series)

इन श्रेणी में मध्यका ज्ञात करने के लिये अन्तर्गणन (Interpolation) का एक सूत्र प्रयोग करना पड़ता है क्योंकि मध्यका संख्या को शामिल करने वाली संचयी आवृत्ति के सामने एक संख्या नहीं बल्कि एक वर्ग होगा। एक मध्यका मान्य एक वर्ग के रूप में न होकर अकेली संख्या के रूप में होता है। इस मध्यका वर्ग

(Median class) कहते हैं। इस वर्ग की निम्न व उच्च सीमाओं के अन्तर्गत ही कहीं मध्यका होगी। इसे निर्धारित करने के लिए निम्न सूत्र है —

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} \times (m - c)$$

चिन्हों का स्पष्टीकरण —

M stands for Median (मध्यका)

L_1 Stands for Lower Limit of the Median Class (मध्यका वर्ग की निम्न सीमा)

L_2 Stands for upper limit of the Median Class (मध्यका वर्ग की उच्च सीमा)

f Stands for frequency of the Median Class (मध्यका वर्ग की आवृत्ति)

m stands for median number $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ (मध्यका संख्या)

c stands for cumulative frequency of the group preceding the median group. (मध्यका वर्ग के पूर्व वाले वर्ग की संचयी आवृत्ति)

Illustration 10.

Wages in Rs	No. of Workmen
20—21	8
21—22	10
22—23	11
23—24	16
24—25	20
25—26	25
26—27	16
27—28	9
28—29	6

Calculate the Value of the median.

Solution 10.

Wages in Rs.	No. of Workmen	Cumulative Frequency
20—21	8	8
21—22	10	18
22—23	11	29
23—24	16	45

24—25	20	65
25—26	25	90
26—27	16	106
27—28	9	115
28—29	6	121

m = Size of $\left(\frac{n+1}{2}\right)$th item

$= \;,, \;,, \left(\frac{121+1}{2}\right)$th item

$= \;,, \;,,$ 61 st. item which falls into median class 24-25.

अब इस वर्ग (२४-२५) में मध्यका को निर्धारित करने के लिये निम्न सूत्र का प्रयोग करेंगे :—

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} \times (m - c)$$

$$= 24 + \frac{25 - 24}{20} \times (61 - 45)$$

$$= 24 + \frac{1}{20} \times 16$$

$= \text{Rs. } 24.8$

मध्यका का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन (Graphic Presentation of Median)

जैसे भूयिष्ठक को बिन्दुरेखा द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है, इसी प्रकार मध्यका का भी बिन्दुरेखीय प्रदर्शन सम्भव है। यह दो रीतियों से हो सकता है :—

(१) संचयी आवृत्ति वक्र (Cumulative Frequency Curve)

(२) 'गाल्टन' (Galton) रीति द्वारा।

बिन्दुरेखीय प्रदर्शन वाले अध्याय में इनका विस्तृत विवेचन व प्रदर्शन किया जा चुका है।

मध्यका की विशेषतायें (*Characteristics of Median*)

मध्यका की निम्नलिखित विशेषतायें हैं :—

(१) मध्यका के मूल्य पर अति सीमान्त पदों का प्रभाव बहुत कम पड़ता है।

(२) मध्यका के मूल्य का उस समय भी निर्धारण किया जा सकता है जब समंक अपूर्ण हों। जैसे यदि केवल पदों की संख्या तथा मध्यका वर्ग के बारे में सूचनायें हों तो यह पर्याप्त है।

(३) मध्यका तब भी निश्चित की जा सकती है तब पदों के मूल्यों को संख्या में न व्यक्त किया गया हो।
(४) मध्यका का उस प्रकार का गणितीय विवेचन सम्भव नहीं जिस प्रकार कि अन्य माध्यों का सम्भव है।

मध्यका के गुण (Merits of Median)

मध्यका के निम्न गुण व लाभ हैं :—

(१) मध्यका का ज्ञात करना सरल है।
(२) कई प्रकार की श्रेणियों में केवल निरीक्षण से ही मध्यका का अनुमान लगाया जा सकता है।
(३) मध्यका प्राप्त करते समय यदि कुछ अंशों तक समंक अधूरे रहें तब भी इसे ज्ञात किया जा सकता है। सगणना के लिये सम्पूर्ण समंक की आवश्यकता नहीं होती।
(४) मध्यका को बिन्दुरेखीय रीति से भी प्राप्त किया जा सकता है।
(५) मध्यका का अर्थ समझना साधारण व्यक्ति के लिये भी बहुत सरल है।
(६) मध्यका पर असाधारण और सीमान्त पदों का प्रभाव नहीं पड़ता है।
(७) मध्यका निश्चित होती है, भूयिष्ठक की भांति अस्पष्ट और अनिश्चित नहीं। इसे निश्चितता के साथ सदैव ज्ञात किया जा सकता है।
(८) गुणात्मक विशेषताओं का अध्ययन करने के लिये मध्यका को अन्य सभी माध्यों की अपेक्षा अच्छा समझा जाता है।

मध्यका के दोष (*Demerits of Median*)

मध्यका के निम्न दोष या कमियां हैं :—

(१) मध्यका प्राप्त करने के लिये पदों को आरोही या अवरोही क्रम में अनुविन्यसित करना पड़ता है। इसमें समय लगता है और असुविधा होती है।
(२) मध्यका का आवृत्तियों की कुल संख्या से गुणा करने पर मूल्यों का कुल योग नहीं प्राप्त किया जा सकता।
(३) मूल्यों का वितरण अनियमित होने पर भी मध्यका समूह का ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व नहीं कर सकती।
(४) इस माध्य को निकालने में श्रेणी के सभी पदों को समान महत्व दिया जाता है जो अशुद्ध है।
(५) इसका प्रयोग बीजगणित में नहीं किया जा सकता।
(६) पदों की जितनी संख्या कम होती है उतनी ही अधिक यह सम्भावना होती है कि मध्यका समूह का पूर्ण प्रतिनिधित्व नहीं कर सकेगी।

$= Rs.\ 244 + \frac{3}{4} \times 56$

$= Rs.\ 286$

D_8 $=$ the size of $8\left(\frac{n+1}{10}\right)$ th item

$=$,, ,, ,, $8\left(\frac{20+1}{10}\right)$ th item

$=$,, ,, ,, 16.8 th item.

$=$ the size of 16th item $+ \frac{4}{5}$ (the size of 17th item— the size of 16th item.

$= Rs.\ 300 + \frac{4}{5}(350-300)$

$= Rs.\ 340$

O_7 $=$ the size of $7\left(\frac{n+1}{8}\right)$ th item

$=$,, ,, $7\left(\frac{20+1}{8}\right)$ th item.

$=$,, ,, ,, $\frac{147}{8}$ th item.

$=$,, ,, ,, 18.4 th item.

$=$ the size of 18th item $+ \frac{4}{10}$ (the size of 19th item— the size of 18th item)

$= Rs.\ 370 + \frac{4}{10} \times 15$

$= Rs.\ 370 + 6$

$= 376$ App.

Qn^3 $=$ the size of $3\left(\frac{n+1}{5}\right)$ th item.

$=$,, ,, ,, $3\left(\frac{20+1}{5}\right)$ th item.

$=$,, ,, ,, 12.6 th item.

$=$ the size of 12th item $+ \frac{6}{10}$ (the size of 13th item — size of 12th item)

$= Rs.\ 230 + \frac{6}{10}(240-230)$

$= Rs.\ 230+6$

$= Rs.\ 236.$

P_{70} = the size of 70 $\left(\frac{n+1}{100}\right)$th item.

= „ „ „ 14·7 th item.

= the size of 14th item $+\frac{7}{10}$ (the size of 15th item— the size of 14th item)

$= Rs.\ 242+\frac{7}{10}(244-242)$

= Rs. 243·4.

विच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series)

उदाहरण

The following table shows the marks obtained by 199 students in statistics out of 100. Find out lower and upper Quartiles, 3rd Decile, 2nd Quintile, 1st Octile and 35th Percentile.

Marks	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Frequency	2	8	20	35	42	20	28	26	16	12

Solution.

Cumulative Frequency Table

Marks	Frequency	Cum. Frequency
10	2	2
20	8	10
30	20	30
40	35	65
50	42	107
60	20	127
70	28	155
80	26	181
90	16	197
100	12	199

Q_1 = the size of $\left(\frac{n+1}{4}\right)$ th item.

= ,, ,, ,, $\left(\frac{199+1}{4}\right)$ th item

= ,, ,, ,, 50 th item
= 40 marks

Q_3 = the size of 3 $\left(\frac{n+1}{4}\right)$ th item

= ,, ,, ,, 3 $\left(\frac{199+1}{4}\right)$ th item

= ,, ,, ,, 150 th item
= 70 marks

D_3 = the size of 3 $\left(\frac{n+1}{10}\right)$ th item

= ,, ,, ,, 3 $\left(\frac{199+1}{10}\right)$ th item.

= ,, ,, ,, 60 th item
= 40 marks

Qn_2 = the size of 2 $\left(\frac{n+1}{5}\right)$ th item.

= ,, ,, ,, 2 $\left(\frac{199+1}{5}\right)$ th item

= ,, ,, ,, 80 th item
= 50 marks

O_1 = the size of $\left(\frac{n+1}{8}\right)$ th item

= ,, ,, ,, $\left(\frac{199+1}{8}\right)$ th item

= ,, ,, ,, 25 th item
= 30 marks

P_{35} = the size of 35 $\left(\frac{n+1}{100}\right)$ th item.

= ,, ,, ,, 35 $\left(\frac{199+1}{100}\right)$ th item

= ,, ,, ,, 70 th item
= 50 marks

अविच्छिन्न श्रेणी (Continuous Series)

मध्यका की भाँति चतुर्थक, दशमक, पंचमक, अष्टमक तथा शतमक आदि सभी जब अविच्छिन्न श्रेणी में ऊपर दिये हुये सूत्र से निकाले जायेंगे तो वे एक वर्ग के रूप में होंगे। वर्ग माध्य नहीं हो सकता। इसलिये उनको वर्ग में निश्चित करने के लिये *अन्तर्गणन की आवश्यकता* होगी। *अन्तर्गणन* के लिये मध्यका निकालते समय प्रयोग किये जाने वाले सूत्र से मिलते-जुलते सूत्र इन सभी के लिये प्रयोग किये जाते हैं। सूत्रों में बहुत थोड़ा परिवर्तन करने की आवश्यकता होती है। सूत्र में दिये गये (m) के स्थान पर निम्न चतुर्थक निकालते समय (Q_1), उच्च चतुर्थक निकालते समय (Q_3), दशमक निकालते समय (D_1 से D_9 तक कोई भी जो पूछा गया हो,; पंचमक निकालते समय (Qn_1) से (Qn_4) तक में से जो पूछा गया हो ; अष्टमक निकालते समय (O_1) से (O_7) तक में जो पूछा गया हो ; और इसी प्रकार शतमक निकालते समय (P_1) के (P_{99}) तक में जो पूछा गया हो, प्रयोग होता है। (C) अभीष्ट चतुर्थक, दशमक, अष्टमक, पंचमक या शतमक वाले वर्ग के पहले वाले वर्ग की संचयी आवृत्ति होगी।

Illustration 12.

From the following distribution, calculate the median, Lower Quartile, 8th Decile and 56th Percentile. Also calculate the Second Quartile, 5th Decile ; 25th, 50th and 80th Percentile.

Class Interval	Frequency
1—3	6
3—5	53
5—7	85
7—9	56
9—11	21
11—13	16
13—15	4
15—17	4

(*B. Com. Banaras, 1953*)

Solution 12.

Cumulative Frequency Table.

Class Interval	Frequency	Cumulative Frequency
1—3	6	6
3—5	53	59
5—7	85	144
7—9	56	200
9-11	21	221
11-13	16	237
13-15	4	241
15-17	4	245

m = size of $\left(\frac{n+1}{2}\right)$th item.

= ,, ,, $\left(\frac{245+1}{2}\right)$th item.

= ,, ,, 123rd item which falls in median class (5—7)

$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} \times (m - c)$

$= 5 + \frac{7-5}{85} \times (123 - 59)$

$= 5 + \frac{2}{85} \times 64$

$= 5 + 1 \cdot 5$

$= 6 \cdot 5$ (size).

q_1 = size of $\left(\frac{n+1}{4}\right)$th item.

= ,, ,, $\left(\frac{245+1}{4}\right)$th item.

= ,, ,, 61·5th item which falls in Lower quartile class (5—7)

$Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_1 - c)$

$= 5 + \frac{7-5}{85} \times (61 \cdot 5 - 59)$

$= 5 + \frac{2}{85} \times 2 \cdot 5$

$= 5 \cdot 06$ (size).

d_8 = size of $8\left(\frac{n+1}{10}\right)$th item.

= ,, ,, $8\left(\frac{245+1}{10}\right)$th item.

= ,, ,, 196·8th item which falls in decile class (7—9)

$$D_5 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} \times (d_5 - c)$$

$$= 7 + \frac{9-7}{56} \times (196{\cdot}8 - 144)$$

$$= 7 + \frac{2}{56} \times 52{\cdot}8$$

$$= 7 + 1{\cdot}9$$

$$= 8{\cdot}9 \text{ (size).}$$

$$P_{56} = \text{size of } 56\left(\frac{n+1}{100}\right)\text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 56\left(\frac{245+1}{100}\right)\text{th item.}$$

$= $,, ,, 137·76th item which falls in class (5—7)

$$P_{56} = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(P_{56} - c)$$

$$= 5 + \frac{7-5}{85} \times (137{\cdot}76 - 59)$$

$$= 5 + \frac{2}{85} \times 78{\cdot}76$$

$$= 6{\cdot}85 \text{ (size).}$$

ऊपर के ही ढंग से द्वितीय चतुर्थक (Second Quartile), पंचम दशमक (5th Decile), पच्चीसवाँ, पचासवाँ और अस्सीवाँ शतमक (25th, 50th and 80th. Percentiles) भी निकाले जा सकते हैं। परन्तु यदि ध्यान से देखा जाय तो ये सभी निकाले जा चुके हैं क्योंकि द्वितीय चतुर्थक (Second Quartile) पंचम दशमक (5th Decile) और पचासवाँ शतमक (50th Percentile) मध्यका के ही बराबर होते हैं। इसी प्रकार पच्चीसवाँ शतमक (25 th Percentiles) प्रथम चतुर्थक (First Quartile) के बराबर होता है और अस्सीवाँ शतमक (80th Percentile) आठवाँ दशमक (8th Decile) एक ही होते हैं।

इन सबको बिन्दुरेखीय रीति से भी दिखाया जा सकता है तथा निकाला जा सकता है। इसमें संचयी आवृत्ति वक्र बनाना पड़ेगा जैसा कि बिन्दुरेखीय प्रदर्शन के अध्याय में बनाकर मध्यका निकाला गया है। संचयी आवृत्ति वक्र के द्वारा चतुर्थक, पंचमक, अष्टमक, दशमक, और शतमक आदि निकाले जा सकते हैं।

समानान्तर माध्य या मध्यक
(Arthmetic Average or Mean)

समानान्तर माध्य गणितीय माध्यों में सबसे उत्तम माना जाता है और यह माध्य बहुत लोकप्रिय है। सामान्यतः 'औसत' शब्द का प्रयोग इसी माध्य के लिये होता है।

परिभाषा :—'मध्यक वह मूल्य है जो किसी श्रेणी के समस्त पदों के मूल्य के योग में उनकी संख्या का भाग देने से प्राप्त होता है।'[1]

मध्यक के प्रकार (Kinds of Arithmetic Average)

मध्यक दो प्रकार के होते हैं :—

(१) सरल मध्यक (Simple Arithmetic Average)

(२) भारित मध्यक (Weighted Arithmetic Average)

(१) सरल मध्यक (Simple Arithmetic Average)—जब पदों की *माला के समस्त पदों को समान महत्व दिया जाता है तो पदों के योग में पदों की* संख्या का भाग देते हैं। इस माध्य को सरल माध्य कहते हैं।

(२) भारित मध्यक (Weighted Arithmetic Average)—कभी-कभी माला के सभी पदों का समान महत्व नहीं होता है और उनमें काफी भिन्नता होती है। यदि इस तथ्य को ध्यान में न रक्खा जाय और सरल मध्यक निकाल लिया जाय तो निष्कर्ष शुद्ध नहीं होगा। ऐसी दशाओं में आवश्यकतानुसार पदों को महत्ता प्रदान करना अनिवार्य हो जाता है। इसलिये पदमाला के प्रत्येक पद को उसकी *व्यक्तिगत महत्ता के अनुसार भार प्रदान करते हैं।* उसके पश्चात् प्रत्येक पद के मूल्य को उसके भार से गुणा कर देते हैं और इस प्रकार प्राप्त हुये गुणनफलों के योग में भारों के योग का भाग देते हैं।[2]

भार निरपेक्ष और सापेक्ष दो प्रकार के हो सकते हैं। यथासाध्य निरपेक्ष भारों का प्रयोग करना चाहिये। यदि निरपेक्ष भार न मिलें तो सापेक्ष भारों का प्रयोग किया जा सकता है।

सरल मध्यक निकालने की रीति
(Method of Calculating *Simple Arithmetic Average*)

सामान्यतः मध्यक निकालना अत्यन्त सरल है। समस्त पदों के योग में पदों

---

1. 'The arithmetic average is the quantity obtained by dividing the sum of the values of the items in a variable by their number.'
2. The weighted Arithmetic *Average may be defined as the sum of* the items multiplicated by their respective weights and divided by the sum of the weights.

की संख्या का भाग देने से जो भागफल आयेगा, वही मध्यक होगा। मध्यक निकालने की दो रीतियाँ हैं :—

(१) ऋजु रीति (Direct Method)

(२) लघु रीत (Short Cut Method)

(१) ऋजु रीति (Direct Method)—यह रीति सरल है। समस्त पदों के योग में संख्या का भाग देते हैं। परन्तु जहाँ पदों की संख्या बहुत अधिक हो और पद बहुत बड़े हो वहाँ के लिये यह रीति उपयुक्त नहीं।

(२) लघु रीति (Short Cut Method)—इस रीति में माला के किसी भी पद को या अन्य किसी भी संख्या को मध्यक मान लेते हैं। उसे कल्पित माध्य (Assumed mean) कहते हैं। फिर इस माध्य से प्रत्येक पद का विचलन (Deviation) निकालते हैं। विचलन धन ऋण किसी भी प्रकार का हो सकता है। सभी विचलन के योग में संख्या का भाग दे देते हैं और भजनफल को कल्पित माध्य में जोड़ या घटा देते हैं। जब भजनफल धन होता है तब जोड़ते हैं और जब ऋण होता है तब घटाते हैं। इस प्रकार जो संख्या प्राप्त होती है वही मध्यक होती है।

व्यक्तिगत श्रेणी में सरल मध्यक निकालना
(Calculation of Arithmetic Average in Individual Series)

ऋजु रीति (Direct Method)—सरल समानान्तर माध्य निकालने की रीति निम्न है :—

$$a = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots x_n}{n}$$

Hence a Stands for simple Arithmetic Average (सरल माध्य)

x_1 x_2 etc. Stand for values of different items of the series. (माला के विभिन्न पदों का मूल्य)

n. Stands for number of items (पदों की संख्या)

इसी सूत्र को संक्षिप्त रूप में निम्न प्रकार से प्रस्तुत किया जाता है :—

$$a = \frac{\Sigma m}{n}$$

Here a Stands for simple Arithmetic Average(सरल मध्यक)

Σ[1] Stands for summation (योग)

m ,, ,, measurements of item (पदों का मूल्य)

n , ,, number of items. (पदों की संख्या)

---

१. यह चिह्न Σ ग्रीक भाषा का एक अक्षर 'Capital items' है। इसका अर्थ होता है—योग।

Illustration 13

Monthly expenditure of 5 Persons is given below in rupees:—
132, 140, 144, 136 & 138.

Find out the Simple Arithmetic Average.

Solution 13.

Computation of Simple Arithmetic Average.

Serial No.	Monthly expenditure in Rs
1	132
2	140
3	144
4	136
5	138
Total	Rs. 690

$$a = \frac{\Sigma m}{n}$$

$$= \frac{690}{5}$$

$= $ Rs. 138.

लघु रीति (Short cut Method)

ऊपर के उदाहरण को लघु रीति से इस प्रकार करेंगे :—

S. No	Monthly expenditure in rupees.	Deviations from assumed mean (144)
1	132	−12
2	140	− 4
3	144	0
4	136	− 8
5	138	− 6
		−30

$$a = x + \frac{\Sigma d_x}{n}$$

Here x Stands for assumed arithmetic average.
d_x Stands for Deviation of the values of variables from the assumed mean.

यहां इस सूत्र का प्रयोग करने पर निम्न होगा :—

$$a = \text{Rs. } 144 + \left(\frac{-30}{5}\right)$$
$$= \text{Rs. } 144 - 6$$
$$= \text{Rs. } 138.$$

विच्छिन्न श्रेणी में सरल मध्यक निकालना (Calculation of Simple Arithmetice Average in Discrete Series)

विच्छिन्न श्रेणी मे समानान्तर माध्य निकालते समय ऊपर के सूत्र को परिवर्तित दशा मे प्रयोग करते हैं। वैसे तो सिद्धान्त रूप मे सूत्रों मे कोई अंतर नही होना पर व्यावहारिक दृष्टिकोण से थोडा अन्तर अवश्य होता है।

इसमे प्रत्येक पद को उसकी आवृत्ति से गुणा करके सभी गुणनफलो को जोड लेते हैं। यही जोड कुल पदो की मात्रा का योग होता है। फिर योग में सभी पदो की संख्या का भाग दे देते हैं।

इसके लिये ऋजु रीति मे निम्न सूत्र का प्रयोग करते हैं :—

$$a = \frac{\Sigma mf}{n}$$

Where m Stands for Size of items
f ,, ,, Frequency of that item
n ,, ,, Number of items
Σ ,, ,, Total

Illustration 14.

Find the mean in the following :—

Size of items	Frequency
6	5
7	8
8	10
9	12
10	7
11	6
12	4

Solution 14.

Size of items (m)	Frequency (f)	Product of Size and Frequency (m f)
6	5	30
7	8	56
8	10	80
9	12	108
10	7	70
11	6	66
12	4	48
	n = 52	Σmf = 458

$$a = \frac{\Sigma mf}{n}$$

$$= \frac{458}{52}$$

= 8.81 approx.

लघु रीति (*Short cut Method*)

यहाँ निम्न सूत्र का प्रयोग करते हैं :—

$$a = x + \frac{\Sigma fd_x}{n}$$

Where a Stands for Arithmetic Average
x ,, ,, Assumed Arithmetic Average.
f ,, ,, *Frequency of the items*
d_x ,, ,, Deviations from the assumed Arithmetic Average
n ,, ,, Number of items

ऊपर के प्रश्न को इस रीति से निम्न प्रकार से करेंगे :—

Size of items	Frequency	Deviation from assumed mean (9) dx	Product of deviation and frequency (col. 2 and 3) f dx
6	5	—3	—15
7	8	—2	—16
8	10	—1	—10
9	12	0	0
10	7	+1	+7
11	6	+2	+12
12	4	+3	+12
	n=52		Σfdx=—10

$$a = x + \frac{fdx}{n}$$

$$= 9 + \frac{-10}{52}$$

$= 9 - \cdot 19$

$= 8\ 81$ approx.

प्रविच्छिन्न श्रेणी में सरल मध्यक निकालना (Computation of Simple Arithmetic Average in Continuous Series)

इस प्रकार की श्रेणी मे सर्वप्रथम प्रत्येक वर्ग (Class) का मध्य मूल्य (Mid Value) निकालकर श्रेणी को प्रविच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series) मे बदल लेते हैं और इसके उपरान्त मध्यक निकालने का ठीक वही ढंग प्रयोग मे लाया जाता है जो विच्छिन्न श्रेणी मे होता है।

Illustration 15.

From the table given below find the mean.

Marks	0—10	10—20	20—30	30—40	40—50
No. of students	10	12	20	18	10

Solution 15.

Direct Method

Measurement (m) 1	Mid-value 2	Frequency 3	Product of m and f (mf) (col. 2 and 3) 4
0—10	5	10	50
10—20	15	12	180
20—30	25	20	500
30—40	35	18	630
40—50	45	10	450
		n =70	Σm=1810

$$a = \frac{\Sigma mf}{n}$$

$$= \frac{1810}{70}$$

$= 25.86$ marks approx.

लघु रीति (Short cut Method)

Measurement (m)	Mid value	Frequency (f)	Deviation from assumed mean 25 (dx)	Product of frequency and deviation (fdx)
0—10	5	10	—20	—200
10—20	15	12	—10	—120
20—30	25	20	0	0
30—40	35	18	+10	+180
40—50	45	10	+20	+200
		Σn=70		Σfdx=+60

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 25 + \frac{60}{70} \text{ marks}$$

$= 25.86$ marks approx.

समावेशी श्रेणी में सरल मध्यक निकालना (Computation of Simple Arithmetic Average in Inclusive Series)

समावेशी श्रेणी में भी मध्यक ठीक उसी प्रकार से निकाला जाता है जिस प्रकार अपवर्जी श्रेणी में।

Illustration 16

Calculate Arithmetic average from the data given below :—

Marks	Number of Students
1—10	2
11—20	4
21—30	6
31—40	3
41—50	3
51—60	2

Solution 16.

Short cut Method

Measurement (m)	Mid value	Frequency (f)	Deviation from assumed mean (25·5) (dx)	Product of frequency and Deviations (fdx)
1—10	5·5	2	—20	—40
11—20	15·5	4	—10	—40
21—30	25·5	6	0	0
31—40	35·5	3	+10	+30
41—50	45·5	3	+20	+60
51—60	55·5	2	+30	+60
		Σn=20		Σfdx=+70

$$a = x + \frac{\Sigma fd_x}{}$$

$$= 25{\cdot}5 + \frac{70}{20} \text{ marks}$$

$$= 25{\cdot}5 + 3{\cdot}5 \text{ marks}$$

$$= 29 \quad \text{marks}$$

सरल समानान्तर माध्य की विशेषतायें

समानान्तर माध्य की निम्न विशेषतायें हैं :—

(१) समानान्तर माध्य माला के प्रत्येक पद के मूल्य से प्रभावित होता है। मूल्य के अनुसार अति सीमान्त पदों का इस पर बहुत अधिक प्रभाव पड़ता है।

(२) इस माध्य को निकालना सरल है और प्रत्येक दशा में इसे निर्धारित किया जा सकता है।

(३) इस माध्य को निश्चित रूप से बिना किसी प्रकार के सन्देह व दुविधा के प्राप्त किया जा सकता है।

(४) इस माध्य का बीजगणितीय विवेचन हो सकता है।

सरल समानान्तर माध्य के गुण

(१) इसको प्राप्त करने की क्रिया निश्चित व सरल है। इसलिये एक सामान्य व्यक्ति भी इसे समझ सकता है।

(२) इसकी गणना बहुत सरल व निश्चित है।

(३) इसे प्राप्त करते समय समूह के सभी पदों का प्रयोग होता है। बीजगणित का प्रयोग संभव है।

(५) इसमें सामग्री को मध्यका की भाँति क्रम बद्ध करने और भूयिष्ठक की भाँति समूहों में रखने की आवश्यकता नहीं पड़ती ।
(६) यह माध्य निश्चित और सदा एक ही होता है ।
(७) पदों की संख्या, कुल योग और मध्यक में से यदि कोई दो ज्ञात हों तो तीसरा सरलतापूर्वक प्राप्त किया जा सकता है ।
(८) यदि किसी श्रेणी के पदों का कुल मूल्य और पदों की कुल संख्या दी हुई हो, तो अन्य मूल्यों के अभाव में भी सरल मध्यक को प्राप्त किया जा सकता है ।
(९) यदि श्रेणी में पर्याप्त पदों के मूल्य दिये हुये हों तो मध्यक तुलानात्मक अध्ययन के लिये विशेष विश्वसनीय समझा जाता है ।

सरल समानान्तर माध्य के दोष

(१) किसी समंक माला की आकृति को देखकर मध्यक का अनुमान नहीं लगाया जा सकता ।
(२) सरल समानान्तर माध्य की गणना करते समय प्रत्येक पद को समान महत्व दिया जाता है अतः परिणाम विश्वसनीय नहीं होता ।
(३) बिन्दुरेख द्वारा इसका प्रदर्शन व ज्ञात करना सम्भव नहीं ।
(४) यदि समंक माला का कोई भी मूल्य न ज्ञात हो तो इसे नहीं निकाला जा सकता जबकि मध्यका व भूयिष्ठक ज्ञात किये जा सकते हैं ।
(५) कभी-कभी सरल मध्यक द्वारा श्रेणी का सच्चा प्रतिनिधित्व नहीं होता । यदि चार गरीब व्यक्तियों में एक बहुत धनी को सम्मिलित कर लिया जाय तो मध्यक उनकी आय अच्छी प्रदर्शित करेगा ।
(६) गुणात्मक सामग्री (जिसका अंकात्मक माप नहीं लिया जा सकता) के लिये यह नहीं प्रयोग होता ।
(७) यह निश्चित नहीं कि जो माध्य प्राप्त हो, वह सामग्री में मिले । इसलिये यह माध्य सच्चा प्रतिनिधि नहीं होता ।
(८) कभी-कभी मध्यक को देखकर अशुद्ध परिणाम निकाले जा सकते हैं । उदाहरणार्थ मान लीजिये 'क' और 'ख' दो व्यवसायों का ३ वर्षों का शुद्ध लाभ इस प्रकार है :—

वर्ष	क व्यवसाय का लाभ (रुपयों में)	ख व्यवसाय का लाभ (रुपयों में)
१९५७	२,०००	६,०००
१९५८	४,०००	४,०००
१९५९	६,०००	२,०००

दोनों व्यवसायों का मध्यक ४,००० रुपया होगा । पर यह निकलेगा कि

दोनो व्यवसायो की दशा एक सी है। परन्तु 'क' व्यवसाय उन्नति कर रहा है और ख व्यवसाय शीघ्रता से अवनति कर रहा है।

(६) अनुपात व दर आदि का अध्ययन करने के लिये मध्यक का प्रयोग अनुपयुक्त समझा जाता है।

सरल मध्यक का प्रयोग (Uses of Simple Airthmetic Average)—सामाजिक व आर्थिक समस्याओं के अध्ययन के लिये यह माध्य बहुत उपयोगी है। गणना करने मे तथा समझने मे तथा सरल होने के कारण इसका प्रयोग बहुत होता है। औसत उत्पादन, औसत आयात व निर्यात, औसत उत्पादन व्यय, औसत मूल्य, औसत आय आदि मे यही माध्य प्रयोग मे आता है। इसका प्रयोग गुणात्मक अध्ययन के लिये उपयुक्त नही। देशनाओं मे भी इसका प्रयोग ठीक नही होता।

भारित माध्यक
(*Weighted Arithmetic Average*)

सरल माध्यक का यह दोष है कि प्रत्येक पद का प्रभाव समान पड़ता है। महत्व के अनुसार प्रभाव डालने के लिये भारित मध्यक का प्रयोग किया जाता है। उसे ज्ञात करने के लिये श्रेणी के प्रत्येक पद का प्रभाव भिन्न-भिन्न माना जाता है।

उदाहरण—मान लीजिये किसी कारखाने मे कुछ मजदूर आठ आने प्रतिदिन, कुछ दस आने प्रतिदिन और कुछ तीन रुपये प्रति दिन पाते हैं। इसका सरल मध्यक एक रुपये छः आना प्रति मजदूर हुआ। परन्तु यहाँ पर दोष यह है कि हमने मजदूरों की संख्या को ध्यान मे नही रखा।

मान लीजिये आठ आना प्रतिदिन पाने वाले मजदूरों की संख्या १०, दस आना पाने वाले मजदूरो की संख्या ८ और तीन रुपया पाने वाले मजदूरो की संख्या ५ है।

$$\text{भारित मध्यक} = \frac{\left(\frac{८}{१६}\times १०\right)+\left(\frac{१०}{१६}\times ८\right)+\left(३\times ५\right)}{२३}\ \text{रुपया}$$

$$= \frac{२५}{२३}\ \text{रुपया}$$

= १ रुपया १ आना ५ पाई।

इस प्रकार हम देखते हैं भिन्न-भिन्न मजदूरी पाने वाले मजदूरों की संख्या जानना आवश्यक है तथा ठीक परिणाम प्राप्त करने के लिये इस तथ्य को गणना मे उचित स्थान देना अनिवार्य है। यदि प्रत्येक प्रकार की मजदूरी पाने वालों की संख्या बराबर-बराबर होती तो सरल मध्यक उनका उपयुक्त प्रतिनिधि होता परन्तु यहाँ पर

यह उपयुक्त प्रतिनिधि नहीं और अंकों को उनके मूल्य के अनुसार भार देना आवश्यक है।

भारित मध्यक निकालने की रीति

(१) पद माला के प्रत्येक पद को उसके महत्व के अनुसार भार प्रदान कर दिया जाता है।

(२) क्रमशः पदों के मूल्य और उसके भार में गुणा करके गुणनफल निकाल लेते हैं।

(३) गुणनफल के योग में पदों के भार के योग का भाग देते हैं और भजनफल भारित मध्यक होता है।

इसका सूत्र इस प्रकार है :—

$$a_w = \frac{\Sigma mw}{\Sigma w}$$

Where a_w stands for Weighted Arithmetic Average
w " " Weights
m " " Measurement

ऋजु रीति द्वारा भारित मध्यक का निकालना (Computation of Weighted Arithmetic Average by Direct Method)

Illustration 17.

Find out the Weighted Arithmetic average wage rate of 30 building trade workers from the following table :—

Kind of work	Daily wages rates	No. employed
	Rs.	
Painters	4	2
Plasterers	3	2
Carpenters	2 5	4
Helpers	2	8
Labourer	1 5	14

Solution 17.

Kind of work	Measurement (m)	Number of workers (w)	Product (wm)
Painters	4	2	8
Plasterers	3	2	6
Carpenters	2 5	4	10
Helpers	2	8	16
Labourer	1·5	14	21
		$\Sigma w = 30$	$\Sigma mw = 61$

Weighted Arithmetic Average $= \frac{\Sigma mw}{\Sigma w}$

$$= \frac{61}{30}$$

$$= \text{Rs. } 2.03$$

लघु रीति द्वारा भारित मध्यक का निकालना (Computation Weighted Arithmetic Average by Short cut Method)

जैसे सरल मध्यक ऋजु या लघु दो रीतियों से निकाला जा सकता है, ठीक उसी प्रकार भारित मध्यक भी इन दो रीतियों से निकाला जा सकता है। लघु रीति द्वारा भारित मध्यक निकालते समय निम्न सूत्र प्रयुक्त होता है—

$$a_w = x + \frac{\Sigma w d_x}{\Sigma w}$$

Where a_w stands for Weighted Arithmetic Average.
x ,, ,, Assumed Weighted Arithmetic Average.
w ,, ,, Weight
d_x ,, ,, Deviation from Assumed Weighted Arithmetic Average.

ऊपर वाले उदाहरण में लघु रीति द्वारा भारित मध्यक इस प्रकार निकालेंगे—

Kind of work	Wages i. e. measurement (m)	No. of workers i. e. weights (w)	Deviation from assumed mean	Product of weights & deviations from Assumed mean
Painters	4	2	+1·5	+3
Plasterers	3	2	+ ·5	+1
Carpenters	2·5	4	0	0
Helpers	2	8	— ·5	— 4
Labourers	1·5	14	—1·0	—14
		Σw=30		Σwd_x= — 14.

$$a_w = x + \frac{\Sigma w d_x}{\Sigma w}$$

$$= \text{Rs. } 2{\cdot}5 - \frac{14}{30}$$

$$= \text{Rs. } 2{\cdot}5 - {\cdot}47$$

$$= \text{Rs. } 2{\cdot}03$$

सरल व भारित मध्यक की तुलना

Illustration 18

Calculate (i) the unweighted mean of the prices in column III and (ii) the mean obtained by weighting each price by the quantity consumed and explain why they differ as they do —

I Articles of food	II Quantity Consumed	III Price in Rs Per md.
Flour	11 5 mds	5 8
Ghee	5 6 ,,	58 4
Sugar	·28 ,,	8 2
Potato	16 ,,	2 5
Oil	35 ,,	20 0

Solution 18

I Articles of food	II Quantity Consumed in md	III Price in Rupees per md	Product
	w	m	mw
Flour	11 6	5 8	66 7
Ghee	5 6	58 4	327 04
Sugar	·28	8 2	2 296
Potato	·16	2 5	4
Oil	·35	20 0	7 0
n=5	Σw=17 89	Σm=94 9	Σmw=403 436

Unweighted or Simple mean $= \frac{\Sigma m}{n}$

$= \frac{94 \cdot 9}{5}$

$= 18 \cdot 98$ Rupees

Weighted mean $= \frac{\Sigma mw}{\Sigma w}$

$= \frac{403\ 436}{17\ 89}$

$= 22\ 55$ Rupees

The weighted mean differs from unweighted mean because the former is affected by the weights

वास्तविक तथा अनुमानित भार (Actual and Estimated Weights)

भार दो प्रकार के हो सकते हैं :—

वास्तविक (Actual)—भार पदों के सापेक्षिक महत्व के अतिरिक्त और कुछ नहीं है। पदों के सापेक्षिक महत्व को प्रकट करने के लिए ही इनका सहारा

लिया जाता है। यह महत्व उन तथ्यों के आधार पर निश्चित किया जाता है—जो प्राप्त होते हैं। कुछ दशाओं में भार स्पष्ट रूप से दिये होते हैं और अन्य दशाओं आँकड़ों में गर्भित होते हैं। गर्भित भारों के उदाहरण निम्न हैं :—

(क) विभिन्न वर्गों या समूहों में आने वाले पदों की संख्या।

(ख) यदि समंक परीक्षाफला से सम्बन्धित हों तो विभिन्न परीक्षाओं में सम्मिलित होने वाले परीक्षार्थियों की संख्या।

(ग) यदि समंक वस्तुओं के विभिन्न प्रकारों के मूल्यों से सम्बन्धित हों तो

(१) उत्पादित परिमाण, या।

(२) विक्रय के लिये प्रस्तुत परिमाण, या।

(३) विक्रीत परिमाण, या।

(४) उपभोग किया गया परिमाण, या।

(५) किसी भी अन्य उपलब्ध तथ्य,

के आधार पर भार निश्चित किये जाते हैं। इस प्रकार निश्चित किये गये भार वास्तविक कहलाते है। पर प्राय. ऐसा भी होता है जब वास्तविक भार न तो स्पष्ट रूप से और न गर्भित रूप से दिये हों। ऐसी दशा में पदों की महत्व के अनुसार भारों का अनुमान लगाया जाता है।

अनुमानित (Estimated)—यहाँ पदों के वास्तविक मूल्यों का पता नहीं होता और उनके महत्व को प्रकट करने के लिये अनुमानित मूल्यों का सहारा लेते हैं। इन्हीं मूल्यों के आधार पर पदों का भार निश्चित किया जाता है। विभिन्न व्यक्ति विभिन्न ढंग से अनुमानित भार लेते हैं। परन्तु यदि किसी वैज्ञानिक व तर्कयुक्त ढंग से अनुमान किये गये हैं तो पूर्ण रूप से यही सम्भावना होगी कि चाहे संख्यात्मक उत्तर भिन्न-भिन्न भले ही हों, परन्तु परिणाम सबके एक से होंगे। नीचे के प्रश्न में हम अनुमानित भारों का प्रयोग करके हल करेंगे :—

Illustration 19.

The following table gives the results of certain examinations of three Universities in the year 1937. Which is the best university?

Examination	Percentage results in the university.		
	A	B	C
M. A.	80	70	70
M. Sc.	65	70	60
B A.	70	80	70
B Sc.	60	70	80
B. Com.	75	60	70

यदि इस प्रश्न म सरल मध्यक निकाल जायें तो निम्न होंग —

$$\text{'अ' विश्वविद्यालय का सरल मध्यक} = \frac{80+65+70+60+75}{5} = 70\%$$

$$\text{'ब'} \quad , \quad , \quad = \frac{70+70+80+70+60}{5} = 70\%$$

$$\text{'स'} \quad ,, \quad , \quad = \frac{70+60+70+80+70}{5} = 70\%$$

इन परिणामों को देखने से अनुमान यह होता है कि तीनों विश्वविद्यालयों का शिक्षा स्तर समान है। परन्तु यह बात आवश्यक नहीं। सरल मध्यक निकालते समय एम० ए०, एम० एस सी०, आदि परीक्षाओं के विद्यार्थियों की संख्याओं पर ध्यान नहीं दिया गया है जो वास्तविक परिणाम निकालने के लिये बहुत आवश्यक है इसलिये यहाँ भारित मध्यक निकालना आवश्यक होगा।

Calculation of the Weighted Arithmetic Average of the percentage Results in A B and C Universities

Exams	University A			University B			University C		
	m_1	w_1	$m_1 w_1$	m_2	w_2	$m_2 w_2$	m_3	w_3	$m_3 w_3$
M A	80	25	2000	70	40	2800	70	50	3500
M Sc	65	20	1300	70	20	1400	60	30	1800
B A	70	80	5600	80	100	8000	70	150	10500
B Sc	60	45	2700	70	50	3500	80	100	8000
B Com	75	50	3750	60	60	3600	70	80	5600
	$\Sigma w_1 =$ 220		$\Sigma m_1 w_1 =$ 15350	$\Sigma w_2 =$ 270		$\Sigma m_2 w_2 =$ 19300	$\Sigma w_3 =$ 410		$\Sigma m_3 w_3 =$ 29100

University A

$$a_{w_1} = \frac{\Sigma m_1 w_1}{\Sigma w_1} = \frac{15350}{220} = 69.77\%$$

University B

$$a_{w_2}=\frac{\Sigma m_2 w_2}{\Sigma w_2}=\frac{19,300}{270}=71.48\%$$

University C

$$a_{w_3}=\frac{\Sigma m_3 w_3}{\Sigma w_3}=\frac{29,400}{410}=70.17\%$$

इस प्रश्न में विद्यार्थियों की संख्या को मान लिया गया है। यही अनुमानित भार है। तीनों विश्वविद्यालयों के भारित मध्यक क्रमशः ६६·७७%, ७१·४८% और ७०·१७% हुआ। इससे यह परिणाम निकला कि 'ब' विश्वविद्यालय का परीक्षाफल सब में अच्छा है।

भार का उपयोग कहाँ किया जाय

माध्य का प्रयोग श्रेणी की विशेषताओं को व्यक्त करने के लिये किया जाता है। वह एक प्रतिनिधि अंक होता है जो श्रेणी की सामान्य विशेषता को प्रकट करता है। इस उद्देश्य को भली भाँति पूरा करने के लिये कहीं सरल मध्यक ठीक रहता है और कहीं भारित मध्यक। कहाँ कौन-सा मध्यक ठीक प्रकार से प्रतिनिधि होगा यह परिस्थितियों पर निर्भर करता है। वैसे सामान्यतः निम्न परिस्थितियों में भारित समानान्तर माध्य का प्रयोग अधिक उपयुक्त है :—

(१) जब ऐसी माला का माध्य प्राप्त करना हो जो कई उपवर्गों में विभाजित हो, तो ऐसी दशा में भारित समानान्तर माध्य ही उपयुक्त प्रतिनिधि हो सकता है। उदाहरणार्थ, यदि किसी फैक्टरी में विभिन्न प्रकार के काम करने वाले व विभिन्न प्रकार की मजदूरी पाने वाले मजदूर काम करते हैं और उनकी मजदूरी का समानान्तर माध्य निकालना है तो भारित समानान्तर माध्य निकालना ही ठीक रहेगा। उदाहरण पहले दिया जा चुका है।

(२) जब विभिन्न श्रेणियों के विभिन्न वर्गों के तुलनात्मक प्रतिशत अनुपात या दर दिये हुये हैं और पूरी श्रेणी का प्रतिशत, अनुपात या दर निकाल कर अन्य श्रेणियों से तुलनात्मक अध्ययन करना हो, तो ऐसी दशा में भारित समानान्तर माध्य निकालना ही उपयुक्त रहेगा क्योंकि यदि केवल प्रतिशतों, अनुपातों या दरों का समानान्तर माध्य निकाल दिया जाय तो फल भ्रामक होगा। संख्या को भी ध्यान में रखना आवश्यक होगा और वही भार होगा। उदाहरण पहले दिया जा चुका है।

(३) जब श्रेणी के उपवर्गों का समानान्तर माध्य दिया हुआ हो और सम्पूर्ण का समानान्तर माध्य निकालना हो तो उन समय भारित समानान्तर माध्य ही उपयुक्त रहेगा। मान लीजिये किसी फैक्टरी में काम करने वाले मजदूर तीन वर्गों में विभाजित हैं और उनका समानान्तर माध्य क्रमशः १ रु०, २ रु० व ३ रु० है।

यदि इनका सरल मध्यक निकालें तो $\frac{१+२+३}{३}$ = २ रु० हुआ। परन्तु इसमें हमने प्रत्येक वर्ग के मजदूरों की ध्यान में नहीं रक्खा जो ठीक नहीं। मान लीजिये पहले वर्ग में २० मजदूर, दूसरे वर्ग में ३०, मजदूर, और तीसरे वर्ग में ५० मजदूर हैं तो भारित मध्यक निम्न होगा :—

$$\frac{(१\times२०)+(२\times३०)+(३\times५०)}{१००}\text{रु०} = \frac{२३०}{१००}\text{रु०} = २\cdot३\ \text{रु०}$$

(४) ऐसी परिस्थितियों में जहाँ पद मानों की आवृत्तियाँ अलग-अलग हो तो भारित समानान्तर माध्य ही ठीक रहेगा। यदि विभिन्न उपवर्गों में पदों की संख्या एक ही है तो उनका सापेक्षिक महत्व बराबर रहेगा और भारित मध्यक निकालने की आवश्यकता नहीं रहेगी। तब सभी भार एक ही राशि से गुणा किये जाते हैं और नये सिरे से कोई माध्य निकालने की आवश्यकता नहीं होती। नये सिरे से भारित माध्य निकालने की आवश्यकता तब पड़ेगी जब श्रेणी में परिवर्तन होने के फलस्वरूप भारों के अनुपातों में भी परिवर्तन हुये हों।

भार तथा आवृत्ति में अन्तर

यों तो व्यावहारिक रूप में भार व आवृत्ति में कोई अन्तर नहीं होता। क्योंकि प्रश्न हल करते समय भार का वही उपयोग होता है जो आवृत्ति का। परन्तु सैद्धान्तिक रूप में दोनों में अन्तर है। दोनों एक ही वस्तु नहीं। ये अन्तर निम्न हैं :—

(१) आवृत्ति पदों की संख्या को व्यक्त करती है परन्तु भार पदों के महत्व को प्रकट करते हैं। यह संभव है कि कहीं आवृत्ति व भार एक ही हों पर यह भी संभव है कि संख्या एक होने पर भारों में अन्तर हो क्योंकि भार निश्चित करने के आधार भिन्न हो सकते हैं।

(२) आवृत्ति एक ही प्रकार की इकाइयों की होती है। परन्तु भार कई प्रकार की इकाइयों का हो सकता है। उदाहरणार्थ किसी कक्षा में विभिन्न आयु वर्गों में आवृत्ति विद्यार्थियों की संख्या होगी। परन्तु जीवन निर्वाह देशनांक निकालते समय भार मन, सेर, गज, फीट, आदि की इकाइयों में भी हो सकता है।

(३) आवृत्ति सदा वास्तविक तथ्यों पर आधारित होती है परन्तु भार अनुमानित भी हो सकता है।

(४) आवृत्ति सापेक्ष होती है जो किसी विशेष इकाई में व्यक्त की जाती है परन्तु भार निरपेक्ष संख्याओं में व्यक्त किये जाते हैं और वे किसी इकाई में नहीं रक्खे जाते।

(५) आवृत्ति का उपयोग उस समय भी हो सकता है जब सभी पदों की आवृत्तियाँ समान हों पर जब सभी पदों के भार समान हों उस समय उनके प्रयोग

करने की आवश्यकता नही होती। ऐसे स्थान पर भारित मध्यक निकालना भी निरर्थक होता है।

(६) एक ही प्रकार की इकाई होने से आवृत्ति वितरण वाली श्रेणियों में प्रवाह होता है तथा पद एक दूसरे से बहुत संबंधित होते हैं। परन्तु भार युक्त श्रेणी इकाइयों की भिन्नता के कारण एक दूसरे से असम्बंधित भी हो सकती है।

सरल समानान्तर माध्य व भारित समानान्तर माध्य के मान में तुलना

व्यावहारिक रूप से देखने मे पता चलता है कि कभी सरल समानान्तर माध्य भारित समानान्तर माध्य के बराबर होता है, कभी उससे बडा होता है और कभी उससे छोटा होता है। इस विषय मे निम्न नियम हैं:—

(१) जब प्रत्येक मूल्य को समान भार दिया जाय तब सरल व भारित मध्यक बराबर होंगे।

(२) जब छोटे मूल्यों को अधिक भार और बड़े मूल्यों को कम भार दिया जाय तो सरल मध्यक भारित मध्यक से बड़ा होगा।

(३) जब छोटे मूल्यों को कम भार और बडे मूल्यों को अधिक दिया जाय तो सरल मध्यक भारित मध्यक से छोटा होगा।

गुणोत्तर माध्य (Geometric Mean)

गुणोत्तर माध्य किसी श्रेणी के सभी पदों के गुणनफल का वह मूल (root) होता है, जितनी उसमे मदायें होती हैं।[1]

इस प्रकार ४ और १६ का गुणोत्तर माध्य=

$\sqrt[2]{४ \times १६} = ८$ हुआ।

इसी प्रकार, २, ६ और १८ का गुणोत्तर माध्य=

$\sqrt[3]{२ \times ६ \times १८} = ६$ हुआ

इसके लिये निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है:—

$g = \sqrt[n]{a \times b \times c \cdots\cdots \times n}$

where, g stands for Geometric Mean.

n ,, ,, the number of items

a, b, c . ...etc. stand for the values of the items

इस प्रकार हम देखते हैं कि जहाँ दो पद हो वहाँ दोनों का गुणा करके वर्गमूल निकाल लेने पर गुणोत्तर माध्य निकल आता है। इसी प्रकार जहाँ तीन पद हो वहाँ तीनों का गुणा करके घनमूल निकाल कर गुणोत्तर माध्य प्राप्त कर लेते हैं परन्तु असुविधा वहाँ होती है जहाँ चार, पाँच या अधिक पद हों। क्योंकि जब पाँच

---

[1] The Geometric Mean, also called the Geometric Average, is the the n^{th} root of the product of the n quantities of a series.

एक हजार तो संख्या का गुणा करके हजारवां मूल, ६ पद हों तो छठवां मूल और इसी प्रकार करना पड़ता है। यह कार्य अत्यन्त कठिन होता है और गणित में इसे करने की कोई सरल विधि नहीं है। इसके लिये लघुगणक (Logarithms) तथा प्रतिलघुगणकों (Anti Logarithms) का सहारा लेना पड़ता है। इस प्रकार गुणोत्तर माध्य निकालने का सूत्र निम्न है :—

$$G = \text{Anti Log} \left\{ \frac{\text{Log } a + \log b + \log c \ldots\ldots \log n}{n} \right\}$$

गुणोत्तर माध्य निकालने की रीति

(Method of Calculating Geometric Mean)

साधारण श्रेणी (Individual Series)

(१) प्रत्येक मूल्य का लघुगणक (Logarithms) लघुगणक सारणी (Logarithms Table) की सहायता से प्राप्त किया जाता है।

(२) सभी पदों के लघुगणकों का योग प्राप्त करते हैं।

(३) इस योग में पदों की संख्या का भाग दे देते हैं।

(४) भागफल का प्रतिलघुगणक (Anti Log) प्रतिलघुगणक सारणी (Anti Log Table) की सहायता से प्राप्त करते हैं। यही गुणोत्तर माध्य होता है।

Illustration 20

The monthly incomes of 10 families in rupees in a certain locality are given below. Calculate the Geometric Mean —

85, 70, 15, 75, 500, 8, 45, 250, 40 and 36.

(B. Com. Agra, 1945)

Solution 20

Calculation of Geometric Mean

Family	Income in Rs (x)	Logarithms (Log x)
A	85	1.9294
B	70	1.8451
C	15	1.1761
D	75	1.8751
E	500	2.6990
F	8	0.9031
G	45	1.6532
H	250	2.3979
I	40	1.6021
J	36	1.5563
10		ΣLog x = 17.6373

$$g = \sqrt[n]{a \times b \times c \times d \ldots\ldots\ldots n}$$
$$= \sqrt[10]{85 \times 70 \times 15 \times 75 \times 500 \times 8 \times 45 \times 250 \times 40 \times 36}$$

परन्तु सबका गुणा कर लेने पर दसवाँ मूल निकालना अत्यन्त कठिन का है। इसलिये लघुगणकों की सहायता से निम्न सूत्र का प्रयोग करेंगे :—

$$g = \text{Anti Log}\left\{\frac{\text{Log } a + \text{Log } b + \text{Log } c \ldots . \text{Log } n}{n}\right\}$$

$$= \text{Anti Log}\left\{\frac{\text{Log } 85 + \text{Log } 70 + \text{Log } 15 \ \ldots \ldots \text{Log } 36}{10}\right\}$$

$$= \text{Anti Log}\left\{\frac{\Sigma \text{Log } x}{10}\right\}$$

$$= \text{Anti Log}\left\{\frac{17 \cdot 6373}{10}\right\}$$

$$= \text{Anti Log } 1 \cdot 76373$$
$$= \text{Rs. } 58 \cdot 08$$

विच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series)

विच्छिन्न श्रेणी में भी गुणोत्तर माध्य निकालने की वही रीति है। केवल यह ध्यान रखना पड़ता है कि आवृत्तियों को उचित स्थान दिया जाय। इसमें निम्न क्रियायें करनी पड़ती हैं :—

(१) प्रत्येक मूल्य का लघुगणक (Logarithms) लघुगणक सारणी (Logarithms Table) की सहायता से प्राप्त करते हैं।

(२) इन लघुगणकों का सम्बन्धित आवृत्तियों से गुणा करते हैं।

(३) इन गुणनफलों को जोड़ कर इस जोड़ में आवृत्तियों के योग का भाग देते हैं।

(४) इस प्रकार प्राप्त भागफल का प्रतिलघुगणक (Anti Log) ज्ञात कर लेते हैं।

यही गुणोत्तर माध्य होगा।

विच्छिन्न श्रेणी में गुणोत्तर माध्य का सूत्र निम्न होगा :—

$$g = \left\{\frac{\text{Log } a \times f_1 + \text{Log } b \times f_2 + \text{Log } c \times f_3 \ldots \text{Log } n \times f n}{f_1 + f_2 + f_3 \ldots\ldots + f n}\right\}$$

$$= \text{Anti Log}\left\{\frac{\Sigma\,(\text{Log } x \times f)}{\Sigma f}\right\}$$

Illustration 21.

From the following data calculate the Geometric mean —

Size of item	Frequency
10	2
11	4
12	5
13	3
14	3
15	2
16	1
Total	20

Solution 21.

Calculation of Geometric Mean

Size (x)	Logarithms (Log x)	Frequency (f)	Product of col (2)×(3) (Log x×f)
10	1·0000	2	2·0000
11	1·0414	4	4·1656
12	1·0792	5	5·3960
13	1·1139	3	3·3417
14	1·1461	3	3·4383
15	1·1761	2	2·3522
16	1·2041	1	1·2041
		Σf = 20	ΣLog x f = 21·8979

$$g = \text{Anti Log}\left\{\frac{\text{Log } a \times f_1 + \text{Log } b \times f_2 + \text{Log } c \times f_3 \ldots \text{Log } n \times f_n}{f_1 + f_2 + f_3 \ldots\ldots\ldots f_n}\right\}$$

$$= \text{Anti Log}\left\{\frac{\Sigma(\text{Log } x \times f)}{\Sigma f}\right\}$$

$$= \text{Anti Log}\left\{\frac{21{\cdot}8979}{20}\right\}$$

$= \text{Anti Log } 1{\cdot}0949$

$= 12{\cdot}4$ units.

अविच्छिन्न माला (Continuous Series)

अविच्छिन्न श्रेणी में वर्ग के मध्य बिन्दुओं के लघुगणक निकालकर सम्बन्धित आवृत्तियों से गुणा करते हैं। शेष सब कार्य ठीक उसी प्रकार से किया जाता है जैसा कि ऊपर विच्छिन्न श्रेणी में किया गया है।

Illustration 22.

The following table gives the marks obtained by 30 students in Mathematics in a certain examination :—

Marks	No. of Students
0—10	1
10—20	2
20—30	6
30—40	6
40—50	5

Calculate the Geometric Mean of the above series

Solution 22.

Calculation of Geometric Mean

Marks	Mid-point (x)	Frequency (f)	Logarithms (Log x)	Product of col. (3) × (4) (Log x × f)
0—10	5	1	0.6990	0.6990
10—20	15	2	1.1761	2.3522
20—30	25	6	1.3979	8.3874
30—40	35	6	1.5441	9.2646
40—50	45	5	1.6532	8.2660
		Σ f=20		Σ(Log x × f)=28.969?

$$g = \text{Anti Log}\left\{\frac{(\text{Log } x \times f)}{\Sigma f}\right\}$$

$$= \text{Anti Log}\left\{\frac{28.9692}{20}\right\}$$

$$= \text{Anti Log } 1.4484$$

$$= 28.0 \text{ units.}$$

भारित गुणोत्तर माध्य
(Weighted Geometric Average)

यह बतलाया जा चुका है कि माध्य निकालते समय मूल्यों को उनके महत्व के अनुसार स्थान देने के लिये भार देना आवश्यक होता है। समानान्तर माध्य निकालते समय इसका विस्तृत रूप से प्रयोग हम देख चुके हैं। गुणोत्तर माध्य निकालते समय भी विभिन्न मूल्यों को उनकी महत्ता के अनुसार भार देने की अत्यन्त आवश्यकता पड़ती है। यदि ऐसा न किया जाय तो गुणोत्तर माध्य वास्तविक स्थिति को प्रदर्शित नहीं करेगा और परिणाम भ्रामक होगा। भारित गुणोत्तर माध्य निकालते समय निम्न क्रियायें करनी पड़ती हैं :—

(१) प्रत्येक मूल्य का लघुगणक (*Logarithms*) प्राप्त करते हैं।

(२) प्रत्येक लघुगणक का सम्बन्धित भार से गुणा करते हैं।

(३) इन गुणनफलों के योग में भार के योग का भाग देते हैं।

(४) भजनफल का प्रतिलघुगणक (Anti Log) प्राप्त करेंगे और यही भारित गुणोत्तर माध्य होगा।

इसके लिये निम्न सूत्र प्रयुक्त होता है —

$$g_w = {}^{n}\sqrt{a^{w_1} \times b^{w_2} \quad n^{w_n}}$$

लघुगणकों की सहायता से यह सूत्र निम्न रूप में होगा —

$$g_w = \text{Anti Log}\left\{\frac{\text{Log } a \times w_1 + \text{Log } b \times w_2 \quad \text{Log } n \times w_n}{w_1 + w_2 \quad w_n}\right\}$$

$$= \text{Anti Log}\left\{\frac{\Sigma(\text{Log } x \times w)}{\Sigma w}\right\}$$

Where g_w represents Weighted Geometric Mean

a, b, c n represent the values of items

w_1 w_2 w_n represent the weights corresponding to the size of item to which they relate

Illustration 23

Calculate the Weighted Geometric Mean of the following —

Commodity	Index No	Weight
Wheat	120	10
Rice	110	5
Pulses	130	5
Gram	125	3
Other Food grains	128	7

Solution 23

Commodity	Weight (w)	Index No	Log of Index No	Product of weight & Log
Wheat	10	120	2 0792	20 7920
Rice	5	110	2 0414	10 2070
Pulses	5	130	2 1139	10 5695
Gram	3	125	2 0969	6 2907
Other Food grains	7	128	2 1072	14 7504
	$\Sigma w = 30$			$\Sigma(\text{Log } x \times w) = 62\ 6096$

$$g_w = \text{Anti Log}\frac{62\ 6096}{30}$$

$$= \quad 2\ 087$$

$$= 122\ 2$$

गुणोत्तर माध्य की विशेषतायें

सभी माध्यों की तरह गुणोत्तर माध्य की भी कुछ निजी विशेषतायें है जो निम्न हैं :—

(१) गुणोत्तर माध्य म समानान्तर माध्य की अपेक्षा अति सीमान्त पदों को कम महत्व दिया जाता है। फलस्वरूप असाधारण छोटे व बड़े मूल्यों का कम प्रभाव पड़ता है।

(२) यह धनात्मक मूल्यों मे प्राप्त किया जा सकता है। जब कोई मूल्य शून्य मे या ऋणात्मक हो तो गुणोत्तर माध्य ज्ञात करना असम्भव हो जाता है।

(३) जब परिवर्तन की दर या अनुपातों का माध्य निकालना हो तो इस प्रकार का माध्य अधिक उपयुक्त होता है।

(४) गुणोत्तर माध्य का बीजगणितीय विवेचन हो सकता है।

(५) यह जटिल होता है और इसे प्राप्त करने के लिये लघुगणकों व प्रति-लघुगणकों का ज्ञान आवश्यक है।

गुणोत्तर माध्य के गुण

(१) इस माध्य पर अतिसीमान्त पदों का प्रभाव पहले वर्णन किये गये सभी माध्यों की अपेक्षा कम पडता है। फलस्वरूप परिणाम अधिक प्रतिनिधि व शुद्धता के समीप होता है।

(२) इस माध्य को निकालते समय सभी मूल्यों को प्रयोग मे लाया जाता है। किसी पद को छोड़ा नही जाता। इससे फल अधिक गणितीय शुद्धता के निकट होता है।

(३) यह माध्य उच्चस्तरीय गणितीय विवेचन के सर्वथा उपयुक्त है।

(४) यह माध्य उस समय विशेष रूप से उपयुक्त होता है जब समंकों की आकृति मे विषमता हो।

(५) यदि आंकड़ो का कुल मूल्य व उनकी कुल संख्या ज्ञात हो तो इसे प्राप्त किया जा सकता है।

(६) अनुपातों का माध्य निकालने के लिये गुणोत्तर माध्य बहुत उपयुक्त हैं। इसीलिये देशनाकों के अध्ययन मे इसका प्रयोग अधिक होता है।

गुणोत्तर माध्य के दोष

(१) इस माध्य को निकालने का ढंग अन्य माध्यों की अपेक्षा अधिक कठिन है। इसलिये इसका प्रयोग जन साधारण के लिये सम्भव नहीं।

(२) यदि एक पद का मूल्य शून्य हो तो यह माध्य शून्य हो जायेगा जो सच्चा प्रतिनिधित्व नहीं करेगा।

(३) इसे निकालने के लिये समक माला की बनावट का पूर्ण ज्ञान बहुत आवश्यक है।

(४) यदि श्रेणी में कोई मूल्य ऋणात्मक है, तब भी यह माध्य नहीं निकाला जा सकता।

(५) इसे प्राप्त करने के लिये सभी पदों का मूल्य जानना आवश्यक है। यदि कोई भी मूल्य न मिले तो इसे निकालना असम्भव है।

(६) इस माध्य को केवल निरीक्षण के द्वारा नहीं प्राप्त किया जा सकता।

(७) कोई आवश्यक नहीं कि गुणोत्तर माध्य दिये गये मूल्यों में से ही कोई हो। वह कोई नई संख्या भी हो सकती है।

गुणोत्तर माध्य का उपयोग

गुणोत्तर माध्य का उपयोग निम्न दशाओं में अधिक आवश्यक है :—

(१) जहाँ बड़े मूल्यों को कम महत्व देना हो और छोटे मूल्यों को अपेक्षाकृत अधिक महत्व देना हो।

(२) जहाँ निरपेक्ष पदों का औसत न निकालना हो बल्कि अनुपातों या दरों का माध्य निकालना हो।

(३) जहाँ मूल्यों में अधिक असमानता हो। कोई मूल्य बहुत छोटा तथा कोई बहुत बड़ा हो।

हरात्मक माध्य (Harmonic Mean)

यदि किसी श्रेणी के पदों की संख्या को उन पदों के व्युत्क्रमों (Reciprocals) के भाग से योग दिया जाय तो जो भजनफल प्राप्त होता है उसे ही उस श्रेणी का हरात्मक माध्य कहते हैं। इसी बात को दूसरे शब्दों में यों कह सकते हैं कि हरात्मक माध्य किसी श्रेणी के विभिन्न पदों के व्युत्क्रमों के समान्तर माध्य का व्युत्क्रम होता है। किसी संख्या का व्युत्क्रम (Reciprocal) एक ऐसी संख्या होती है जिसमें उसी संख्या का गुणा करने पर गुणनफल एक हो। जैसे १५ का व्युत्क्रम $\frac{1}{15}$ और २२ का व्युत्क्रम $\frac{1}{22}$ होगा। व्युत्क्रम सारणी (Reciprocal Tables) की सहायता से किसी भी संख्या का व्युत्क्रम अत्यन्त सरलता से प्राप्त किया जा सकता है।

हरात्मक माध्य को ज्ञात करने का सूत्र निम्न है —

$$H = \frac{n}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\cdots\frac{1}{n}}$$

अथवा

$$H = \text{Reciprocal} = \frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\cdots\cdots+\frac{1}{n}}{n}$$

Where H represents Harmonic Mean
a, b, c, ... n represent the value of n items of the variable.
n represents the number of items.

हरात्मक माध्य निकालने की रीति (Method of Calculating the Harmonic Mean)

साधारण श्रेणी (Individual series) :—

Illustration 24.

Find the Harmonic Mean of the following —
6, 10, 15 and 20

Solution 24.

$$H=\frac{n}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\cdots\cdots\frac{1}{n}}$$

$$=\frac{4}{\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\frac{1}{20}}$$

$$=\frac{4}{\frac{10+6+4+3}{60}}$$

$$=\frac{4}{\frac{23}{60}}$$

$$=4\times\frac{60}{23}$$

$$=10\cdot43$$

व्युत्क्रम सारणी की सहायता से करते समय निम्न क्रियायें करनी पड़ती हैं—

(१) पहले प्रत्येक मूल्य का व्युत्क्रम व्युत्क्रम-सारणी की सहायता से प्राप्त करते हैं।

(२) सभी व्युत्क्रमों को जोड़ देते हैं।

(३) इस योग में पदों की संख्या का भाग दे देते हैं।

(४) प्राप्त भजन फल का व्युत्क्रम निकालते हैं।

यही हरात्मक माध्य होगा।

व्युत्क्रमों की रीति से ऊपर का प्रश्न निम्न ढंग से होगा—

Measurement	Reciprocals
6	·1667
10	·1000
15	·0666
20	·0500
	·3833

$H = \text{Reciprocal of } \frac{3833}{4}$

$= \quad ,, \quad ,, \quad 958$

$= \quad ,, \quad ,, \quad 10\ 44$

Illustration 25.

The monthly income of ten families in rupees in a certain locality are given below Calculate the Harmonic mean —

85, 70, 10, 75, 500, 8, 42, 250, 40 and 36

Solution 25

Family	Income in Rs (x)	Reciprocals (1/x)
A	85	0 01176
B	70	0 01429
C	10	0 10000
D	75	0 01333
E	500	0 00200
F	8	0 12500
G	42	0 02381
H	250	0 00400
I	40	0 02500
J	36	0 02778
		0 31697

$$H = \frac{n}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \cdots + \frac{1}{n}}$$

$$= \frac{n}{\Sigma(1/x)}$$

$$= \frac{10}{0\ 31697}$$

$= \text{Rs } 28\ 82$

विच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series)

विच्छिन्न माला में हरात्मक माध्य निकालने के लिये निम्न क्रियायें करनी पड़ती हैं :—

(१) प्रत्येक मूल्य का व्युत्क्रम व्युत्क्रम-सारणी की सहायता से प्राप्त करते हैं।

(२) इन प्राप्त व्युत्क्रमों से उनकी संबंधित आवृत्तियों को गुणा कर देते हैं।

(३) कुल आवृत्तियों के योग में इन गुणनफलों का भाग देते हैं। भजनफल हरात्मक माध्य होता है।

Illustration 26

Age in years	No. of Persons.
50	2
51	4
52	10
53	6
54	2
55	2

Calculate the Harmonic Mean

Solution 26.

Calculation of Harmonic Mean.

Age in Years (x)	No. of Persons (f)	Reciprocals (1/x)	Product of col. (2)×(3) (f x)
50	2	·02000	·04000
51	4	·01961	·07844
52	10	01923	·19230
53	6	·01887	·11322
54	2	01852	03704
55	2	·01818	·03636
	26		·49736

$$\cdot H = \frac{\Sigma(f)}{\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \frac{f_3}{x_3} \ldots\ldots + \frac{f_n}{x_n}}$$

$$= \frac{26}{\cdot 49736}$$

$= 52\cdot27$ years

अविच्छिन्न श्रेणी (Continuous Series)

अविच्छिन्न माला में हरात्मक माध्य निकालते समय निम्न क्रियायें करनी पड़ती हैं :—

(१) सर्वप्रथम प्रत्येक वर्ग का मध्य बिन्दु प्राप्त करते हैं।

(२) फिर इन मध्य बिन्दुओं का व्युत्क्रम व्युत्क्रम-सारणी की सहायता से प्राप्त करते हैं।

(३) इन व्युत्क्रमों से और सम्बन्धित आवृत्तियों से गुणा करते हैं।

(४) इन गुणनफलों के योग से आवृत्तियों के योग में भाग देते हैं।

प्राप्त भजनफल हरात्मक माध्य होता है।

(६) भागफल का व्युत्क्रम व्युत्क्रम-सारणी की सहायता से निकालते हैं। प्राप्त फल भारित हरात्मक माध्य होता है।
इसके लिये निम्न सूत्र का प्रयोग होगा :—

$$H_w = \frac{\Sigma(\text{Weight} \times \text{Reciprocal})}{\text{Reciprocal of } \Sigma \text{ Weight}}$$

Illustration 28.

Size	Weight
40	10
50	6
120	4
150	2
110	3

Calculate Weighted Harmonic Mean

Solution 28.

Measurement	Weight	Reciprocals	Weight × Reciprocals
40	10	·02500	·25000
50	6	·02000	·12000
120	4	·00833	·03332
150	2	·00666	·01332
110	3	·00909	·02727
	Σw = 25		Σwt × Rec = ·44591

$$H_w = \text{Reciprocal of } \frac{\cdot 44591}{25}$$

$$= \quad ,, \quad ,, \quad \cdot 0177$$

$$= 56{\cdot}50$$

हरात्मक माध्य की विशेषतायें

हरात्मक माध्य की विशेषतायें निम्न हैं :—

(१) बड़े मूल्यों का कम प्रभाव—इस माध्य पर बड़े मूल्यों का बहुत कम प्रभाव पड़ता है। इसलिये यह वहाँ के लिये उपयुक्त होते हैं जहाँ किसी एक या दो बड़े मूल्य के आ जाने से माध्य मूल्यों का ठीक प्रतिनिधित्व नहीं करता।

(२) प्रयोग सीमित—सामान्यतः इस माध्य का प्रयोग कम होता है क्योंकि इसमें व्युत्क्रम निकालने में असुविधा होती है।

(३) जटिल—यदि व्युत्क्रम सारणी की सहायता न की जाय तो व्युत्क्रम निकालने में अधिक परिश्रम करना पड़ता है और यदि व्युत्क्रम सारणी से व्युत्क्रम निकाला जाय तो इसको समझने में असुविधा होती है।

(४) बीज-गणितीय विवेचन संभव—इस माध्य में बीज-गणितीय विवेचन संभव है। इसलिये इसका प्रयोग सदा ठीक रहता है।

हरात्मक माध्य के गुण

(१) यह माध्य अन्य सभी प्रकार के माध्यों की अपेक्षा बड़े मूल्यों को कम और छोटे मूल्यों को अधिक भार देता है। फलस्वरूप यह माध्य अन्य सभी माध्यों की अपेक्षा छोटा होता है।

(२) इस माध्य को निकालते समय समंक श्रेणी में सभी पदों का प्रयोग किया जाता है। फलस्वरूप प्रत्येक पद परिणाम को प्रभावित करता है।

(३) ऐसी श्रेणियाँ जहाँ विषमता अधिक हो वहाँ के लिये यह माध्य अधिक उपयुक्त होता है क्योंकि विषमता का कम प्रभाव पड़ता है।

(४) इस माध्य में गणितीय विवेचन किया जा सकता है क्योंकि इसमें कहीं भी गणितीय दृष्टि से कोई कमी नहीं।

(५) समय, दर गति चलन वेग (Velocity) आदि का माध्य ज्ञात करते समय यह माध्य अधिक उपयुक्त होता है।

हरात्मक माध्य के दोष

(१) इस माध्य को निकालने के लिए श्रेणी के सभी पदों की आवश्यकता पड़ती है। किसी भी मूल्य के अभाव में इसकी गणना सम्भव नहीं।

(२) व्युत्क्रम निकालने में असुविधा होती है। व्युत्क्रम सारणी की सहायता से भी व्युत्क्रम निश्चित करना एक सामान्य व्यक्ति के लिये कठिन है।

(३) यह माध्य एक ऐसी संख्या हो सकती है जो समंक माला में विद्यमान न हो। इसलिए कभी कभी यह श्रेणी के मूल्यों का सच्चा प्रतिनिधि नहीं हो सकता।

वर्गकरणी माध्य (Quadratic Mean)

समंक माला में जब सब मूल्य धनात्मक होते हैं तब उनका माध्य सामान्य ढंग से निकाल सकते हैं और इस प्रकार निकाले जाने वाले माध्यों का विवेचन विस्तृत रूप से किया गया है। परन्तु कभी कभी ऐसा भी होता है जब कुछ मूल्य ऋणात्मक होते हैं और कुछ धनात्मक ऐसी दशा में साधारण माध्य श्रेणी की प्रकृति का सच्चा प्रतिनिधित्व नहीं कर सकता। ऋणात्मक मूल्यों को छोड़ देने पर भी उत्तर ठीक नहीं होता। ऐसी दशा में वर्गकरणी माध्य की सहायता ली जानी उपयुक्त है। वर्गकरणी माध्य सभी मूल्यों के वर्गों के योग में पदों की संख्या से भाग देने पर प्राप्त भजनफल का वर्गमूल होता है।[1] सभी मूल्यों का वर्ग लेने से ऋणात्मक मूल्य भी धनात्मक में परिवर्तित हो जाते हैं।

वर्गकरणी माध्य निकालते समय निम्न कार्य करने पड़ते हैं —

(१) समंक श्रेणी के सभी पदों का वर्ग कर लेते हैं।

---

[1] Quadratic Mean is an average obtained by extracting the root of the sum of squares of item values divided by their number

(२) इन वर्गों का योग प्राप्त करते हैं।

(३) वर्गों के योग में पदों की संख्या का भाग देते हैं।

(४) प्राप्त भजनफल का वर्गमूल निकाल लेते हैं।

यही वर्गकरणी माध्य होता है।

इसके लिये निम्न सूत्र प्रयोग में लाया जाता है —

$$Qm = \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2+ \qquad n^2}{n}}$$

Where Qm represents the Quadratic Mean

a^2, b^2 etc represent the squares of various item values

n represents the number of items

Illustration 29

Find out the Quadratic Mean of the following —

S No	Rs
1	10
2	15
3	20
4	12
5	8

Solution 29.

$$Qm = \sqrt{\frac{(10)^2+(15)^2+(20)^2+(-12)^2+(8)^2}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{100+225+400+144+64}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{933}{5}}$$

$$= \sqrt{186.6}$$

$= Rs\ 13.6$

वर्गकरणी माध्य की विशेषतायें

(१) इस माध्य का प्रयोग उस समय होता है जब श्रेणी में कुछ मूल्य धनात्मक तथा कुछ ऋणात्मक रहते हैं।

(२) इस माध्य के निकालते समय सभी मूल्यों का वर्ग निकालना पड़ता है। जो पदों के बड़े होने पर कठिन कार्य होता है।

(३) कोई आवश्यक नहीं कि माध्य दिये गये मूल्यों में से ही हो।

(४) सामान्यतः इस माध्य का प्रयोग बहुत कम होता है।

वर्गकरणी माध्य के गुण

(१) सम्भाविता शास्त्र की समस्याओं के अध्ययन में यह माध्य बहुत उपयुक्त है।

(२) धनात्मक मूल्यों के बीच जब ऋणात्मक पद आ जाते हैं तब इस माध्य का प्रयोग अनिवार्य हो जाता है।

(३) इस माध्य का प्रयोग बीज गणितीय विवेचन में किया जा सकता है।

(४) इस माध्य को निकालते समय किसी मूल्य को छोड़ा नहीं जाता।

वर्गकरणी माध्य के दोष

(१) यह माध्य बड़े मूल्यों से बहुत प्रभावित होता है और इसलिये फल सच्चा प्रतिनिधि नहीं हो पाता।

(२) इस माध्य को निकालने में समानान्तर माध्य की अपेक्षा अधिक परिश्रम करना पड़ता है।

(३) पदों के वर्ग निकालने तथा फिर उनके योग में संख्या का भाग देकर भजनफल का वर्गमूल निकालने में असुविधा होती है। यह कार्य एक साधारण व्यक्ति के लिये अत्यन्त कठिन है।

(४) यह कोई आवश्यक नहीं कि यह माध्य दिये गये मूल्यों में से ही कोई हो। यह बाहर से भी हो सकता है। इसलिये सच्चा प्रतिनिधित्व नहीं कर पाती।

चल माध्य (Moving Average)

चल माध्य एक प्रकार का समानान्तर माध्य है। अन्तर यह है कि समानान्तर माध्य सम्पूर्ण श्रेणी मात्रा के लिये एक होता है परन्तु चल माध्य कई होते हैं। यह माध्य सामान्यतः तीन वर्ष, पाँच वर्ष या सात वर्ष के आधार पर निकाला जाता है। यह माध्य निकालते समय क्रमशः एक-एक पद को छोड़ते चलते हैं। इस माध्य का प्रयोग विशेषकर समय श्रेणी में किया जाता है।

यह माध्य निकालते समय निम्न क्रियायें करनी पड़ती हैं—

(१) सर्व प्रथम यह निश्चित करना पड़ता है कि कितने वर्षीय माध्य निकालना है। ऐसा करते समय अयुग्म (odd) संख्या लेना ही ठीक है। इसलिये त्रैवर्षीय, पाँच वर्षीय या सप्तवर्षीय आदि माध्य निकालने का निश्चय करते हैं।

(२) इसके उपरान्त उतने वर्षों के मूल्यों का समानान्तर माध्य निकालकर बीच वाले वर्ष के सामने रखते हैं जैसे यदि त्रैवर्षीय चले माध्य निकाल रहे हो तो पहले, दूसरे व तीसरे वर्ष के मूल्यों का समानान्तर माध्य निकाल कर दूसरे वर्ष के सामने रखते हैं और यदि पंचवर्षीय चल माध्य निकाल रहे हों तो पहले, दूसरे तीसरे, चौथे और पांचवें वर्ष का समानान्तर माध्य निकालकर दूसरे वर्ष के सामने रखते हैं।

(३) पहले तीन, पांच या सात वर्षों का माध्य निकालने के उपरान्त पहले वर्ष को छोड़कर फिर समानान्तर माध्य निकालते हैं। जैसे त्रैवर्षीय माध्य निकालते समय सर्वप्रथम पहले, दूसरे व तीसरे वर्ष का समानान्तर माध्य निकालते हैं। फिर दूसरे, तीसरे, और चौथे वर्ष का समानान्तर माध्य निकाल कर तीसरे वर्ष के सामने रक्खेंगे। इसी प्रकार माध्य निकालते चलेंगे।

(४) यदि युग्म अर्थात् सम (Even) संख्या जैसे ४ वर्ष ६ वर्ष आदि के आधार पर चल माध्य निकाला जाय तो माध्य को दो वर्षों के बीच में लिखना पड़ेगा।

त्रैवर्षीय चल माध्य निकालने के लिये निम्न सूत्र है—

$$\frac{a+b+c}{3},\ \frac{b+c+d}{3},\ \frac{c+d+e}{3}\ \text{आदि।}$$

इसी प्रकार पंचवर्षीय चल माध्य निकालने के लिये निम्न सूत्र है—

$$\frac{a+b+c+d+e}{5},\ \frac{b+c+d+e+f}{5},\ \frac{c+d+e+f+g}{5}\ \text{आदि।}$$

Illustration 30.

Find out 3 yearly and 5 yearly moving averages of the following data :—

Year	1941	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	1953
Value	10	15	20	22	28	22	26	27	30	18	23	24	23

Solution 30

Calculation of 3 yearly and 5 yearly moving Average

Year	Value	3 Yearly Moving Average	5 Yearly Moving Average
1911	10		
1912	15	$\frac{10+15+20}{3}=15$	
1943	20	$\frac{15+20+22}{3}=19$	$\frac{10+15+20+22+28}{5}=19$
1914	22	$\frac{20+22+28}{3}=23.3$	$\frac{15+20+22+28+22}{5}=21.4$
1915	28	$\frac{22+28+22}{3}=24$	$\frac{20+22+28+22+26}{5}=23.6$
1946	22	$\frac{28+22+26}{3}=25.3$	$\frac{22+28+22+26+27}{5}=25$
1947	26	$\frac{22+26+27}{3}=25$	$\frac{28+22+26+27+30}{5}=26.6$
1948	27	$\frac{26+27+30}{3}=27.6$	$\frac{22+26+27+30+18}{5}=24.6$
1949	30	$\frac{27+30+18}{3}=25$	$\frac{26+27+30+18+23}{5}=24.8$
1850	18	$\frac{30+18+23}{3}=23.6$	$\frac{27+30+18+23+24}{5}=24.4$
1951	23	$\frac{18+23+24}{3}=21.6$	$\frac{30+18+23+24+23}{5}=23.6$
1952	24	$\frac{23+24+23}{3}=23.3$	
1953	23		

चल माध्यों का प्रभाव यह होता है कि यह अल्पकालीन परिवर्तनों पर नहीं विचार करता। यह दीर्घकालीन परिवर्तनों पर ही विचार करता है।

प्रगामी माध्य (Progressive Average)

यह माध्य भी समानान्तर माध्य से मिलता जुलता है। प्रगामी माध्य निकालते समय चालू वर्ष का माध्य पिछले वर्षों के मूल्यों व चालू वर्ष के मूल्य का समानान्तर माध्य होता है। चल माध्य में व प्रगामी माध्य में एक मुख्य अन्तर यह है कि प्रगामी माध्य की प्रवृत्ति सचयी होती है अर्थात् पहले १ वर्ष का, फिर २ वर्ष का, ३ वर्ष का, ४ वर्ष और इस प्रकार अंत में जितने वर्ष होते हैं उतने वर्ष का समानान्तर माध्य निकालते हैं।

इसको निकालने के लिये निम्न सूत्र प्रयोग में लाये जाते हैं:—

पहले वर्ष का प्रगामी माध्य $= \frac{a}{1}$

दूसरे ,, ,, ,, $= \frac{a+b}{2}$

तीसरे ,, ,, ,, $= \frac{a+b+c}{3}$

चौथे ,, ,, ,, $= \frac{a+b+c+d}{4}$

और इसी प्रकार आगे चलता जायेगा।

a, b, c आदि मूल्यों को प्रकट करते हैं।

उदाहरण

Year	Profit in thousand Rs.	Progressive Averages
1954	10	$\frac{10}{1}=10$
1955	12	$\frac{10+12}{2}=11$
1956	20	$\frac{10+12+20}{3}=14$
1957	22	$\frac{10+12+20+22}{4}=16$

1958	26	$\frac{10+12+20+22+26}{5}=18$
1959	30	$\frac{10+12+20+22+26+30}{6}=20$
1960	28	$\frac{10+12+20+22+26+30+28}{7}=21{\cdot}14$

सम्पवित माध्य (Composite Average)

विभिन्न समानान्तर माध्यों के समानान्तर माध्य को सम्पवित माध्य कहते हैं। किसी परिवार के लोगों की आय का मासिक समानान्तर माध्य निम्न है :—

रु०

जनवरी = २००
फरवरी = १५०
मार्च = ३००
अप्रैल = २४०
मई = २५०
जून = ३००
जुलाई = ४००
अगस्त = २००
सितम्बर = २६०
अक्टूबर = २५०
नवम्बर = २४०
दिसम्बर = २६०

उस वर्ष का औसत आय सम्पवित माध्य कहलायेगा। इसका सम्पवित माध्य निम्न सूत्र से निकालेंगे :—

$$\frac{a+b+c+d+e+f+g+h+i+j+k+l}{12}$$

a, b, c, d आदि प्रत्येक माह की औसत आय को प्रकट करते हैं।

ऊपर के उदाहरण का संपवित माध्य निम्न होगा :—

= २०० + १५० + ३०० + २४० + २५० + ३०० + ४०० + २०० + २६० + २५० + २४० + २६० म १२ का भाग देने पर = २५४·१६ रु०।

सामान्य व प्रमापित मृत्यु और जन्म की दरें (General or Crude and Standardized Death and Birth Rates)

जन्म व मृत्यु की दरें प्रति हजार देने का प्रचलन है। ये दरें निकालने के लिये भारित समानान्तर माध्य का प्रयोग किया जाता है। इस रीति से दो स्थानों के लोगों की आयु दशा, स्वास्थ्य दशा व प्रजनन शक्ति की तुलना की जाती है।

दो स्थानों की जन्म दर व मृत्यु दर की तुलना करने के लिये यह आवश्यक है कि एक प्रमाप जनसंख्या (Standard Population) हो तथा दूसरी स्थानीय जनसंख्या (Local Population) हो। तभी किसी स्थान की जन्म दर या मृत्यु दर कैसी है इसका विश्वसनीय अनुमान लगाया जा सकता है।

मृत्यु दर दो प्रकार की होती है :—

(१) सामान्य या अशोधित मृत्यु दर (General or Crude Death Rate)

(२) प्रमापित या शोधित मृत्यु दर (Standardized or Crude Death Rate)

सामान्य या अशोधित मृत्यु दर (General or Crude Death Rate)

इस प्रकार की मृत्यु दर निकालते समय निम्न कार्य करने पड़ते हैं :—

(१) सर्वप्रथम प्रत्येक आयु वर्ग का मृत्यु दर प्रति सहस्र निकालने हैं।

(२) प्रत्येक आयु वर्ग की जनसंख्या को भार मान लेते है।

(३) प्रत्येक वर्ग की मृत्यु दर व भार मे गुणा करके गुणनफलों का योग निकाल लेते हैं।

(४) इस योग मे भारो के योग का अर्थात् सम्पूर्ण जनसंख्या का भाग दे देते हैं।

इस प्रकार प्राप्त भजनफल सामान्य या अशोधित मृत्यु दर प्रकट करेगा।

Illustration 31.

The deaths of two towns A and B are given according to the age groups and you are asked to compare the health conditions of two towns.

Age group	Town-A		Town-B	
	Population	Deaths	Population	Deaths
Under 5	25,000	550	10,000	220
5—15	40,000	280	15,000	105
15—35	60,000	720	20,000	240
Over 35	15,000	525	15,000	525
	1,40,000	2,075	60,000	1,090

(B. Com., Agra 1959)

Solution 31.

Age group	Town—A			Town—B		
	Population	Death	Death Rate	Population	Death	Death Rate
Under 5	25,000	550	22	10,000	220	22
5—15	10,000	280	7	15,000	105	7
15—35	60,000	720	12	20,000	240	12
Above 35	15,000	525	35	15,000	525	35
Total	1,40,000	2,075	14 8	60,000	1,090	18 1

General or Crude Death Rate of Town A :—

$$=\frac{(25,000\times 22)+(10\,000\times 7)+(60,000\times 12)+(15,000\times 35)}{25,000+40,000+60,000+15,000}$$

$$=\frac{5\,50,000+2,80,000+7,20,000+5,25,000}{25,000+40,000+60,000+15,000}$$

$$=\frac{20,75\,000}{1,40,000}=14\cdot 8$$

General or Crude Death Rate of Town B —

$$=\frac{(10,000\times 22)+(15\,000\times 7)+(20\,000\times 12)+(15,000\times 35)}{10,000+15,000+20,000+15,000}$$

$$=\frac{2,20,000+1,05,000+2,40,000+5,25,000}{10,000+15,000+20,000+15,000}$$

$$=\frac{10,90,000}{60,000}=18\cdot 1$$

प्रमापित या शोधित मृत्यु दर (Standardized or Corrected Death Rate)

ऊपर हम सामान्य या अशोधित मृत्यु दरें निकाल चुके हैं। पता चलता है कि ब नगर की मृत्यु दर अ नगर की मृत्यु दर की अपेक्षा अधिक है। इसलिये इस तुलना के आधार पर हम इस परिणाम को पहुँचते हैं कि अ नगर ब नगर की अपेक्षा अधिक स्वस्थ है। परन्तु इस प्रकार का तुलनात्मक अध्ययन विश्वसनीय नहीं है। क्योंकि प्रत्येक नगर में विभिन्न आयु समूहों को अलग अलग भार दिया जाता है। जब तक दोनों नगरों के आयु वर्गों को दिये जाने वाले भारों में समता नहीं होगी, तब तक तुलना विश्वसनीय नहीं होगी।

इस बात को ध्यान में रखते हुये यदि तुलनात्मक अध्ययन करना है तो अधिक विश्वसनीय जनसंख्या को प्रमाप जनसंख्या (Standard Population) मान लेते हैं और इसी जनसंख्या का दोनों नगरों के लिये भार के रूप में प्रयोग करते हैं। इस प्रकार स्थानीय (Local) जनसंख्या की प्रमापित या शोधित मृत्यु दर प्राप्त होती है।

अब ऊपर के प्रश्न में मान लीजिये हम अ नगर की जनसंख्या को प्रमाप मानते हैं तो ब नगर की प्रमापित जनसंख्या निम्न ढंग से निकालेंगे :—

Standardized or Corrected Death Rate of Town B

$$\frac{(22\times 20,000)+(7\times 40,000)+(12\times 60,000)+(35\times 15,000)}{1,40,000}$$

$$=\frac{20,75,000}{1,40,000}=14\cdot 8$$

इस प्रकार हम इस परिणाम को पहुँचते हैं कि अ नगर व ब नगर दोनों की प्रमापित मृत्यु दर बराबर अर्थात् १४·८ है। इससे यह परिणाम निकाला जा सकता है कि दोनों नगर समान ही स्वस्थ हैं। सामान्य मृत्यु दरों के अनुसार अ नगर अधिक स्वस्थ था। ऐसी परिस्थिति में प्रमाप मृत्यु दर अधिक विश्वसनीय है।

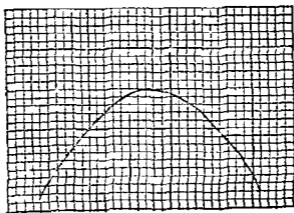
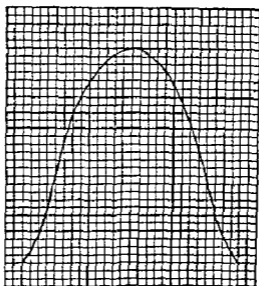
ठीक इसी प्रकार जन्म दर, विवाह दर व बेरोजगारी दर भी सामान्य व प्रमापित निकाली जा सकती हैं और इनमें तुलना की जा सकती है।

विभिन्न माध्यों का स्थान निरूपण (Position of the Averages)

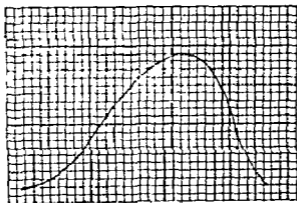
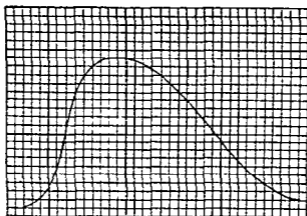
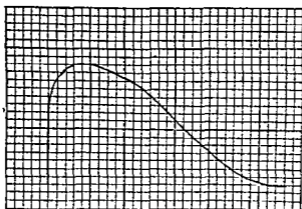
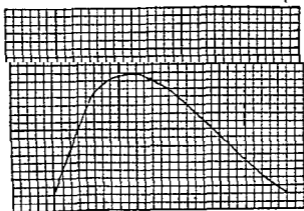
माध्यों के कई प्रकारों का विवेचन किया जा चुका है। यह आवश्यक नहीं कि सभी माध्य समान हों। प्रायः उनमें अन्तर होता है। फिर भी उनमें आपस में कुछ सम्बन्ध होता है। यह सम्बन्ध ठीक प्रकार से निश्चित करने के लिये श्रेणी के आकार को जानना अत्यन्त आवश्यक है।

आवृत्तियों का वितरण दो प्रकार का हो सकता है :—

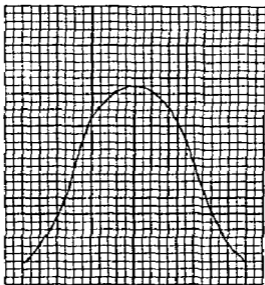
समितीय वितरण (Symmetrical Distribution)

समितीय श्रेणी में पदों की आवृत्तियाँ ऐसे क्रम में दी होती हैं कि यदि उन्हें बिन्दु रेखीय-पत्र (Graph Paper) पर प्रदर्शित किया जाय तो पूर्ण समिति प्राप्त हो। जैसे :—

असमितीय वितरण (Asymmetrical Distribution)

असंमितीय वितरण में पदों की आवृत्तियाँ ऐसे क्रम में दी होती हैं कि यदि उन्हें बिन्दु रेखीय-पत्र (Graph Paper) पर प्रदर्शित किया जाय तो पूर्ण समिति न प्राप्त हो।

जैसे :—

असममितीय वितरण भी कहीं बहुत अधिक हो सकता है। जैसे :—

और कहीं कम हो सकता है। जैसे :—

विभिन्न प्रकार के माध्यों में सम्बन्ध के विषय में निम्न नियम हैं :—

(१) जब श्रेणी पूर्णरूप से संमित (Perfect Symmetrical) हो तो समानान्तर माध्य या मध्यक मध्यका, व भूयिष्ठक का मूल्य समान होगा।

$$a = Z = M$$

(२) अल्प असमित (Asymmetrical) श्रेणी में समानान्तर माध्य, मध्यका व भूयिष्ठक में निम्न सम्बन्ध होता है :—

$$M = a - \frac{2}{3}(a - Z)$$

या $Z = 3M - 2a$

$$a = \frac{1}{2}(3M - Z)$$

(३) समानान्तर माध्य, गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य में सामान्यतः समानान्तर माध्य सबसे बड़ा, उससे छोटा गुणोत्तर माध्य व सबसे छोटा हरात्मक माध्य होता है। इसे निम्न ढंग से प्रकट करते हैं :—

$$a \geqslant G \geqslant H$$

परन्तु यदि सभी पदों के मूल्य बराबर हों तो समानान्तर माध्य, गुणोत्तर व हरात्मक माध्य तीनों बराबर होते हैं :—

$$a = G = H$$

किन्हीं दो पदों का गुणोत्तर माध्य उनके समानान्तर व हरात्मक माध्यों के गुणोत्तर माध्य के बराबर होता है।

$$G = \sqrt[2]{a \times H}$$

उपयुक्त माध्य का चुनाव (Selection of Suitable Average)

अब प्रश्न यह उठता है कि कौन सा माध्य कहाँ प्रयोग किया जाय। सभी प्रकार के माध्य सभी स्थानोंके लिये उपयुक्त नहीं होते। यदि उपयुक्त माध्य का चुनाव न किया गया तो परिणाम भ्रम उत्पन्न करने वाले होंगे। इस विषय में प्रसिद्ध विद्वान श्री होरेस सेक्राइस्ट का मत है कि माध्यों के प्रयोग करने के औचित्य का निश्चय सभी तथ्यों तथा प्रत्येक माध्य के विशेष लक्षणों को ध्यान में रखकर करना चाहिये। इस विषय में श्री वौघ (Waugh) का विचार है कि सांख्यिकी के प्रारम्भिक विद्यार्थियों को समानान्तर माध्य को प्रधानता देनी चाहिये। माध्य का चुनाव करते समय विशेषकर निम्न दो बातों को ध्यान में रखना अत्यन्त आवश्यक है :—

(१) माध्य का उद्देश्य।

(२) पदों का बंटन।

इन्हीं दो तथ्यों के आधार पर माध्य का चुनाव ठीक प्रकार से किया जा सकता है।

माध्यों का चुनाव करते समय सामान्यतः निम्न तथ्यों व नियमों को ध्यान में रखना आवश्यक है :—

(१) जिस श्रेणी में पदों का बंटन बहुत अधिक विषम हो वहाँ मध्यका या भूयिष्ठक का प्रयोग उपयुक्त होता है। इन दोनों में भी भूयिष्ठक को प्रधानता दी जानी चाहिये।

(२) जिस श्रेणी में बंटन ऊर्ध्व-बाहु (U-shaped) हो, वहाँ भूयिष्ठक ही अधिक उचित माध्य माना जायेगा।

(३) देशनांक निकालते समय प्रायः गुणोत्तर माध्य का प्रयोग अधिक उपयुक्त होता है।

(४) जब पदों के मूल्य गुणोत्तर क्रम में हों तो उस श्रेणी का ठीक प्रतिनिधित्व गुणोत्तर माध्य ही करेगा।

(५) जब किसी निश्चित समय के भीतर परिवर्तन का मापन करना हो तो गुणोत्तर माध्य अधिक उपयुक्त रहेगा।

(६) माध्य निकालते समय जब यह अपेक्षित हो कि यथासाध्य चल तत्व ("Variable Factor") को स्थिर रक्खा जाय तो ऐसी दशा में हरात्मक माध्य का प्रयोग वाञ्छनीय रहेगा।

(७) जहाँ अतिसीमान्त पदों के कारण समानान्तर माध्य से ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व करने की संभावना न हो वहाँ मध्यका या भूयिष्ठक का प्रयोग उपयुक्त होगा।

(८) जिस श्रेणी में सामान्यतः सभी पद छोटे हों परन्तु केवल कुछ अतिसीमान्त पदों के प्रभाव के कारण समानान्तर माध्य बहुत अधिक आता हो, वहाँ गुणोत्तर माध्य का प्रयोग अधिक ठीक होगा।

(९) इसी प्रकार यदि लगभग सभी पद छोटे हों और कुछ बड़े पदों के आ जाने से समान्तर माध्य बहुत बड़ा आता हो और गुणोत्तर माध्य निकालने पर भी उसका प्रभाव कम न होता हो, हरात्मक माध्य अधिक उपयुक्त रहेगा।

(१०) जब अति सीमा के पदों को अधिक महत्व देना अपेक्षित हो तो, समान्तर माध्य अधिक उपयुक्त होगा।

(११) यदि वक्र की आकृति का अध्ययन करना है तो मध्यका, चतुर्थक आदि निकालना उचित है।

श्री सी० एम० वाल्श (C M. Walsh) के अनुसार माध्य का चुनाव करते समय निम्न बातों का ध्यान रखना चाहिए :—

(१) जब किसी समंक श्रेणी में उच्चतम और निम्नतम सीमायें निश्चित न की जा सकती हों तो वहाँ समान्तर माध्य का प्रयोग ठीक रहेगा।

(२) जब निम्न सीमा निश्चित हो परन्तु उच्च सीमा अनिश्चित हो वहाँ गुणोत्तर माध्य का प्रयोग उचित होगा।

(३) जहाँ उच्च और निम्न सीमायें निश्चित हों और ऊपर दिए हुए नियम न लागू होते हों तो यदि अभीष्ट समान्तर माध्य के निकट हो तो उसे ही निकालना चाहिए और यदि अभीष्ट गुणोत्तर माध्य के अधिक समीप हो तो गुणोत्तर माध्य का प्रयोग करना चाहिए।

Standard Exercises

1. What is the purpose served by an average? Discuss the special advantages attached to the different averages and illustrate their uses *(B Com, Agra, 1912)*
2. What is meant by 'Central Tendency'? Describe the measures of measuring Central tendency. Point out the usefulness and limitations of each method *(B Com, Bombay, 1919)*
3. What is a statistical average? What are the desirable properties for an average to possess? Which of the averages you know possesses most of these properties? *(B Com, Allahabad 1911)*
4. Compare Mean, Mode and Median as averages representing groups. Explain with illustrations the particular circumstances in which case each of them may be most advantageously used *(B Com, Agra, 1911)*
5. The use of an average is always the function of the purpose one has in mind. Caution, foresight and analysis are necessary at every step in the use of averages *(B Com, Agra, 1953)*
6. Define —
   - (a) Arithmatic Average
   - (b) Geometric "

(c) Median
(d) Mode

Which of the four is the most representative and why ?
(M Com, Agra, 1945

7 Write a note on the relative merits and uses of the following averages —
(a) Arithmetic Average
(b) Median
(c) Mode
(d) Geometric Mean
(e) Harmonic Mean (*B Com, Agra, 1957*)

8 Each type of average has its own particular field of usefulness In the light of this statement discuss characteristic features of the chief averages used in statistics (*B. Com, Agra, 1954*)

9 Explain the uses of the different types of averages, with illustrations (*B Com, Lucknow, 1954*)

10 What is an average ? Under what circumstances would you use the following ?
(a) The mode instead of the arithmetic average
(b) The geometric average instead of the arithmetic average
(c) The arithmetic average instead of the median
(*B Com, Banaras, 1952*)

11 Write short notes on any three of the following —
Limitations of averages *Geometric and Harmonic* averages
(*B Com, Agra, 1959*

12 Discuss, giving examples, the merits and defects of the averages generally employed in business statistics

13 Discuss the relative mints of the various types of averages used in statistical analysis

14 Which of the averages will be most useful in the following problems ? Give reasons—
(a) Per capita consumption of food in a family consisting of children, women and men
(b), Average earnings of a pleader
(c) Normal size of a hat for hat manufacturers
(d) Average size of oranges on a tree

15 (a) In what circumstances would you consider the Arithmetic Mean, the Geometric Mean, the Harmonic Mean, respectively, the most suitable statistic to describe the central tendency of a distribution ?

[illegible] Determine Mode and the Median from the following figures —
25, 15, 23, 40, 27, 25, 23, 25, and 20 (Z = 25 and M = 25)

16 Compare the merits and demerits of the Median and the Mode. *In which of the following problems would they be most useful?*

(a) Skill measurements
(b) Size of holdings
(c) Comparison of intelligence
(d) Marks obtained in any examination
(e) *Heights and weights of students*

17 'An average is a substitute for a complex group of variables, but it is not always safe to depend on the substitute alone to the exclusion of individual measurements of the group.' Discuss.

18 Explain what is meant by 'Central tendency' and describe the various methods of measuring it. Point out the usefulness of each method. *(B. Com., Raj., 1953)*

19 'Averages linked with percentages constitute the whole basis upon which is raised the superstructure of a simple device of comparing factors which are not directly comparable.' Discuss. *(B. Com., Allahabad, 1955)*

20 What is the purpose served by an average? What are the limitations of the uses of each one of the different kinds of average you know? *(B. Com., Raj., 1950)*

21 Discuss the essential requisites of an average, and in the light of them examine critically all forms of averages. Give illustrations. *(M. A., Agra, 1951)*

22 Explain the Law of Averages and describe the objects of computing statistical average. Also distinguish clearly between Average of Position and Mathematical averages. *(B. Com., Allahabad, 1957)*

23 Show how the determination of the central tendency as well as the estimation of variation therefrom are together necessary for the proper understanding of a series of items. Discuss the propriety of using particular average under particular circumstances. *(M. Com., Agra, 1956)*

24 Statistics help *collective agreement of wage adjustments*. What data are required for the consideration of a revision in wage rates in a factory? Which average will you utilize and why? *(M. Com., Allahabad, 1943)*

25 *What do you understand by the "Central Tendency" of a frequency distribution?* Do you think a measure of Central Tendency *is enough to describe a distribution? If not, what other measure* or measures would you like to obtain for the purpose? Illustrate your answer by a suitable example. *(B. Com., Raj., 1955)*

26 Enumerate and define the various kinds of averages in c[ommon] use, and indicate the purpose for which they are respe[ctively]

required What fallacies have to be guarded against in using averages ?

27 How will you find (a) the average marks of a class of students to show the level of intelligence (b) the average cost of goods purchased in different lots to determine the selling price (c) the average size of groups of items for the purpose of classification and (d) the average rate of increase in prices when the prices increase at different rates during successive periods ? Explain why you adopt a particular method in each case ?

(B Com , Agra & Raj , 1948)

Name the different averages used in Statistics and explain how they conform to the requisites of a good average Also mention the situations in which each of them would be appropriate

Obtain the Mean, Median and the Mode of the following distribution —

Marks	Frequency
10-25	6
25-40	20
40-55	44
55-70	26
70-85	3
85-100	1

(a=47 35 marks, M=48 35 marks and Z=48 57 marks)

(M A , Agra, 1957)

Find the Mode and the Median from the following table by the use of graphs and check the results by calculations

Marks	Students	Marks	Students
0-10	2	40-50	35
10-20	18	50-60	20
20-30	30	60-70	6
30-40	45	70-80	3

Z=36 marks and M=36 66)

(B Com , Agra 1941)

The following are the monthly salaries in rupees of the employees in a branch bank Calculate the Arithmatic Mean the Geometric Mean, and the Harmonic Mean of the salaries Which one of them represents the Salaries best and why ?

10 17, 29, 95, 95, 100, 100 175, 250 and 750

(a=Rs 162 1, G=Rs 82 41 and H=Rs 40 82)

(B Com , Banaras, 1945)

The monthly incomes of 10 families in rupee in certain Locality are given below —

Family			Family		
	A	85	"	F	8
	B	70	"	G	42
	C	10	"	H	250
	D	75	"	I	40
	E	500	"	J	36

Calculate the Mean, the Geometric Mean and the Harmonic Mean Which of the above three averages represents the above figures best ?
(a=Rs 111 6, G=Rs 55 34 and H=Rs 28 82)
(B Com , Agra 1945)

2 Calculate (a) the Arithmetic Mean (b) the Geometric Mean and (c) the Harmonic Mean of the following incomes —
5, 10, 22, 25, 50, 100, 150, 220 248, 2000 2,200 and 3 000
(a=669 17, G=125 3 and H=27 8) *(B Com , Banaras, 1948)*

3 From the following figures given below, find the Mode Median and Quartiles What information could you deduce from them ?

Age	Number of Persons
20-25	50
25-30	70
30-35	100
35-40	180
40-45	150
45-50	120
50-55	70
55-60	50

(Z=38 61, M=40, Q_1=31 and Q_3=47) *(B Com , Agra, 1949)*

4 Explain what is meant by weighted average
Calculate (i) the unweighted mean of the prices in column III and (ii) the mean obtained by weighting each price by the quantity consumed

I	II	III
Articles of food	Quantity consumed	Prices in Rs per maund
Floor	11 5 mds	5 8
Ghee	5 6 ,,	58 4
Sugar	0 28 ,,	8 2
Potato	0 16 ,,	2 5
Oil	0 35 ,,	20 0

(a=Rs 18 93 and Wa=Rs 22 55) *(M A Calcutta 1937)*

5 Find the Median, Lower quartile, 7th Decile and 85 percentile of the frequency distribution given below —

Marks in Statistics

Marks group	Number of Students
Under 10	8
10-20	12
20-30	20
30-40	32
40-50	30
50-60	28
60-70	12
70-and above	4

Verify graphically
(M=40 5 marks Q_1=28 375 marks, D_7=50 32 marks and P_{85}= 58 2 marks) *(B Com ...)*

36 From the table given below, find the mean and the Mode —

Marks	No of Candidates
1—5	7
6–10	10
11–15	16
16–20	32
21–25	24
26–30	18
31–35	10
36–40	5
41–45	1

(a=20 36 marks and Z=18 67 marks) *(B Com., Agra, 1951)*

37 Calculate the arithmetic mean of the following distribution

Profit Per Shop	Number of Shops
0–10	12
10–20	1
20–30	2
30–40	20
40–50	17
50–60	6

Find also graphically the value of median (a=28)

(B Com , Bombay University, 1948)

38 (a) What is a weighted average ?

(b) From the following data relating to paper consumed by a press, find the difference in the weighted average cost of paper for the two years —

Description of paper	Rate per lb 1942–43			Quantity consumed	Rate per lb 1943–44			Quantity consumed
	Rs	a	p	Tons	Rs	a	p	Tons
White	0	7	2	17	0	8	6	11½
Brown	0	6	6	6	0	7	6	8½
Other	0	13	0	14	0	15	0	10
				37				30

(1942 43 Wa_1=Re -/9/3, 1943-44 Wa_2 Re /10/3 and difference Re 1/-) *(B Com , Banaras, 1950)*

39 Find the Model wage from the following data

Weekly Wages s d to s d.	Number of Wage earners
12 6 — 17 6	4
17 6 — 22 6	44
22 6 — 27 6	38
27 6 — 32 6	28
32 6 — 37 6	6
37 6 — 42 6	8
42 6 — 47 6	12
47 6 — 52 6	2
52 6 — 57 6	2

(Z—21 95 Shillings) *(B. Com Raj 1949)*

40 Calculate the (arithmetic) mean age and the median from the following data —

Age in years	No of persons
20	14
25	28
30	33
35	30
40	20
45	15
50	13
55	7

(a=34 56 years and M=35 years) *(B Com, Lucknow, 1954)*

41 Calculate the median, Quartiles, 6th Decile and 75th percentile from the following data —

Marks	No of students	Marks	No of students
Less than 80	100	Less than 40	32
„ 70	90	„ „ 30	20
„ 60	80	„ „ 20	13
„ 50	60	„ „ 10	5

(B Com, Raj, 1951)

(M=46 6 marks, Q_1=34 37 marks, Q_3=57 87 marks, D_6=50 3 marks, and p_{75} =57 87 marks)

42 Find out the Arithmetic average, Median and the Mode from the following table —

Marks	No of students
Below 10	15
„ 20	35
„ 30	60
„ 40	84
„ 50	96
„ 60	127
„ 70	198
„ 80	250

(B. Com, Raj, 1952)

(a=50 4 marks, M=59 51 marks and Z=66 78 marks)

13 Calculate the arithmetic mean for the following distribution —

Profit per shop £	No of shops
0—10	12
10—20	18
20—30	21
30—40	20
40—50	17
50—60	6

(a=£ 28 19) *(B Com, Raj 1953)*

14 According to the Census of 1941, the following are the population figures, in thousands of the first 36 cities in India —

2,488	391	203	178	360	176
1,490	1313	777	258	213	147
733	437	176	143	522	284
193	181	672	302	160	153
591	263	213	1425	407	260
169	92	387	269	204	151

Find the median and the quartiles *(M Com, Agra, 1948)*

(M=239, Q_1=176 Q_3=407)

15 Below are given the marks obtained by a batch of 20 students in a certain class-test in English and Hindi —

Roll No	Marks in English	Marks in Hindi	Roll No	Marks in English	Marks in Hindi
1	53	58	11	25	10
2	54	55	12	42	42
3	52	25	13	33	15
4	32	32	14	48	46
5	30	26	15	72	0
6	60	85	16	51	64
7	47	44	17	45	39
8	46	80	18	33	38
9	35	33	19	65	30
10	28	72	20	29	36

In which subject is the level of knowledge of the students higher? *(M A, Punjab, 1951)*

(M in Eng =46 and M in Hindi=42)

16 The marks (out of Max. of 100) obtained by candidates in an examination are shown in the following frequency table Calculate the arithmetic average and the mode

Marks	No of candidates	Marks	No of candidates
17 5—22 5	2	47 5—52 5	213
22 5—27 5	8	52 5—57 5	145
27 5—32 5	33	57 5—62 5	67
32 5—37 5	80	62 5—67 5	35
37 5—42 5	170	67 5—72 5	4
42 5—47 5	243		

(a=46 965 marks and Z=46 04 marks) *(B Com, Agra, 1954)*

7 Calculate the median and quartiles from the frequency table given above *(B Com, Agra, 1954)*

($M=46.77$ marks, $Q_1=41.24$ marks and $Q_3=52.56$ marks)

8 The following table gives the heights of students in an institution —

Heights in centimeters	No of students	Heights in centimeters	No of students
155—157	4	169—171	184
157—159	9	171—173	127
159—161	28	173—175	92
161—163	56	175—177	50
163—165	94	177—179	12
165—167	154	179—181	3
167—169	193	181—183	2

Calculate the Median Quartiles and Third decile

(B Com, Agra, 1955)

($M=168.66$ centimeters $Q_1=167.13$ centimeters $Q_3=171.56$ centimeters, $D_3=166.47$ centimeters)

9 The following marks have been obtained in three papers of statistics in an examination by 12 students In which paper is the general level of the knowledge of the students highest?

A—36, 56, 41, 46, 54, 59, 55, 51, 52 44, 37 59

B—58, 54, 21, 51, 59, 46, 65, 31, 68, 41, 70, 36

C—65, 55, 26, 40, 30, 74, 45, 29, 85, 32, 80, 39

(M A, Punjab, 1953)

($M_1=51.5$ marks, $M_2=52.5$ marks and $M_3=42.5$ marks Hence the general level of knowledge is the highest in paper B)

10 The following table gives the monthly income of 24 families in a certain locality —

Serial No of the family	Monthly income in rupees	Serial No of the family	Monthly income in rupees
1	60	13	96
2	400	14	98
3	86	15	104
4	95	16	75
5	100	17	80
6	150	18	94
7	110	19	100
8	74	20	75
9	90	21	600
10	92	22	62
11	200	23	200
12	180	24	84

Calculate the arithmetic average, the median and the mode of

the above incomes Which average would represent the above series the best? Give reasons

(P C S 1955

(a=Rs 141 9, M—Rs 95 5 and Z=Rs 75 and Rs 100)

The following table gives the annual birth and death rates in the U S A during the period 1931 to 1945 —

Year	Birth Rate	Death Rate
1931	18 0	11 1
1932	17 4	10 9
1933	16 6	10 7
1934	17 2	11 1
1935	16 9	10 9
1936	16 7	11 6
1937	17 1	11.3
1938	17 6	10 6
1939	17 3	10 6
1940	17 9	10 7
1941	18 9	10 5
1942	20 9	10 4
1943	21 5	10 9
1944	20 2	10 6
1945	19 6	10 6

Calculate the arithmetic average, the median and the mode of birth and death rates separately

(Birth Rate a=18 25, M=17 6, Z=16 3 Death Rate a=10 83, M=10 7 and Z=10 6)

2 The deaths of two towns A and B are given according to age groups and you are asked to compare the health conditions of two towns

Age group	Town A Population	Town A Deaths	Town B Population	Town B Deaths
Under 5	25,000	550	10,000	220
5—15	40 000	280	15,000	105
15—35	60,000	720	20,000	240
Over 35	15,000	525	15,000	525
	1,40,000	2,075	60,000	1090

(Crude death rates A Town 14 82, B Town 18 165, Standardized death rate of B Town 14 82)

The following table gives the population of males at different age groups of the U K. and India at the time of the Census of 1931

Age Group	U.K. (Lakhs)	India (Lakhs)
0—5	18	214
5-10	19	258
10-15	20	222
15-20	18	157
20-25	16	145
25-30	14	161
30-40	27	257
40-50	25	148
50-60	19	120
Above 60	17	100

Calculate the average age of Males in U K and India and comment on the difference. *(B Com, Lucknow, 1911)*
(U K. a=29 62, India a =25 33)

Calculate the Arithmetic average by short-cut method and the median in the following series —

Expenditure	No of Students
Below 5	6
„ 10	16
„ 15	28
„ 20	38
„ 25	46

Explain the underlying assumption of the formula of the median *(B Com, Alld., 1955)*
(a=Rs 12 93 and M=Rs 13 125)

Amend the following table and locate the median from the amended table Also measure the magnitude of the Median so located

Sizes	Frequency
10—15	10
15—17 5	15
17 5—20	17
22—30	25
30—35	28
35—40	30
45—and onwards	40

(M=32 7) *(B Com. Allahabad, 1952)*

Calculate the Mean, Median, Quartiles, 4th Decile and 12th Percentile from the following frequency distribution of marks at a test in Economics

Marks	No of Students
0— 5	4
5—10	6
10—15	10
15—20	16
20—25	12
25—30	8
30—35	4

(B. Com, Allahabad, 1953)

(a—18 marks M—18 28 marks Q_1=12 62 marks, Q_3=24 06 marks, D_4=16 37 marks and P_{12}=7 77 marks)

Compute the Mode from the following series

Size of the items	Frequency	Size of the item	Frequency
0—5	20	25—30	16
5—10	24	30—35	34
10—15	32	35—40	10
15—20	28	40—45	8
20—25	20		

(*B Com, Allahabad 1956*)

(Z=32 14 units)

Calculate the arithmetic average and the median from the following data —

Age	No of People
55—60	7
50—55	13
45—50	15
40—45	20
35—40	30
30—35	33
25—30	28
20—25	14
Total	160

(*B Com, Lucknow 1951*)

(a=37 06 years and M=35 916 years)

59 Under what assumptions is mode located in a frequency distribution ? Compare the mode of the following distribution —

Size of item	Frequency
4—8	10
8—12	12
12—16	16
16—20	11
20—24	10
24—28	8
28—32	17
32—36	5
36—40	4

(*B Com, Allahabad, 1947*)

Z=14 65 units)

Find the Median Lower Quartile, 7th Decile and 85th Precentile of the frequency distribution given below —

Marks Group	No of Students
under 10	8
10—20	12
20—30	20
30—40	32
40—50	30
50—60	20
60—70	12
70 and above	1

(B Com Allahabad, 1949)

(M = 40 5 marks Q_1 = 23 375 marks D_7 = 50 32 marks $P_{?}$ = 58 2 marks)

Draw a cumulative frequency graph of the following distribution showing the monthly wages of a group of workmen and hence or otherwise Calculate the values of (a) the mode, (b) the median, and (c) the two quartiles —

Wages in Rs	20—	21—	22—	23—	24—	25—	26—	27—	28—29
Workmen	8	10	11	16	20	25	15	9	[illegible] 6

(M A, Rajputana, 1950)

(Z = Rs 25 3, M = Rs 24 77 Q_1 = Rs 23 08 and Q_3 = Rs 26 05)

2 Calculate the simple average and the weighted average of the following items

Item	68	85	101	102	103	110	112	113
Weight	1	16	31	1	11	7	23	17
Item	124	128	143	146	151	153	172	
Weight	9	11	2	4	6	1	[illegible]	

Account for the difference in the two averages

(M A Allahabad 1940)

($\bar{x}$ = 121 06 units and Wa = 108 7 units)

3 Make a frequency table having grades of wages with class intervals of two annas each from the following data of daily wages received by 30 labourers in a certain factory and then compute average daily wages paid to a labourer —

Daily Wages in Annas

14	16	16	14	22,	13,	15	24	12	23
14	20	17	21,	13,	18	19	20,	17	16
1[illegible]	11,	12,	21,	20,	17	18	19,	22,	23

($\bar{x}$ = 18 13 annas) (B A Punjab, 1945)

4 Calculate the mode and the Arithmetic Average from the following series and account for the difference if any —

Size of the item	Frequencys
6—10	20
11—15	30
16—20	50
21—25	40
26—30	10

(Z = 19 3 units and $\bar{x}$ = 17 67 units) (B Com, Banaras, 195[illegible])

65 Below are given the marks obtained by a batch of students appearing in statistics in the certificate course examination, maximum marks in the paper being 50

14, 22, 25, 15, 11, 33, 28, 26, 22, 30, 13, 16, 27, 32, 19, 12, 21, 18, 16, 10, 31, 29, 23, 24, 17, 23, 20

Find out (a) the median marks directly and (b) the median marks after classifying the given marks into class intervals of 10—15, 15—20 etc Account clearly for the difference, if any between the two values of median so computed (*B. Com , Allahabad 1957*)

[(a) M_1=22 marks and (b) M_2=22 14 marks]

66 Define the Mean, the Median, and the Mode Find their values in the case of the heights of trees in a garden whose frequency distribution is given in the following table —

Heights	Frequencies
under 7 feet	56
,, 14	57
,, 21	92
,, 28	134
,, 35	216
,, 41	287
,, 49	341
,, 56	360

(*M A. Agra, 1947*)

(a=30 1 feet, Z=33 5 feet and M=31 92 inches)

Find the average marks of a student from the following table —

Marks	Number of Students
Below 80	240
,, 70	190
,, 60	125
,, 50	95
,, 40	75
,, 30	60
,, 20	40
,, 10	25

(a=49 58 marks) (*B Com. Banaras 1954*)

Find out the median and the mode from the following table —

No. of days absent	Number
Less than 5	29
,, 10	224
,, 15	465
,, 20	582
,, 25	634
,, 30	644
,, 35	650
,, 40	653
,, 45	655

(M=12 16 days and Z=11 35 days) (*B Com. Lucknow 1957*)

67 From the following table calculate mean and median By graph verify the median.

Crop-cutting Experiment Data on plot yields of wheat

Yields in lb.	No of Plots
Over 0	216
„ 60	210
„ 120	156
„ 180	98
„ 240	57
„ 300	31
„ 360	13
„ 420	7

(x=188 9 lb and M=170 2 lb.) (*B. Com., Sagar, 1958*)

68 What is a Weighted Average? Why and how are weights given?

Determine which of the town A or B is more healthy?

69 Find the mode and the median from the following table :—

Marks	Students
0–10	2
10–20	18
20–30	30
30–40	45
40–50	35
50–60	20
60–70	6
70–80	3

(M=36 66 marks and Z=36 marks)

70 *The following table gives the frequency* distributions of weights of students of a college sex-wise Calculate the mean and median weights for both the saxes

Weights in lbs	Males	Females
60— 69	—	4
70— 79	6	18
80— 89	11	30
90— 99	15	44
100—109	38	21
110—119	53	9
120—129	24	3
130—139	11	—
140—149	2	1
	160	130

Mean Weight of Males =109 93 lbs.
„ „ Females= 92 57 „
Median Males =111 93 „
„ „ Females= 93 37 „

अध्याय १२

अपकिरण और विषमता

(Dispersion and Skewness)

विभिन्न माध्यों के अध्ययन से यह स्पष्ट है कि वे पदमाला को एक प्रतिनिधि अंक के रूप मे प्रगट करते हैं और पदमाला की सामान्य माध्य स्थिति को व्यक्त करते हैं। यदि दो या अधिक पदमालाओ के माध्य बराबर हों तो इनके आधार पर एक सामान्य व्यक्ति यही समझेगा कि दोनो श्रेणियाँ एक दूसरे के प्रतिरूप हैं और दोनो मे कोई अन्तर नहीं। परन्तु वास्तव मे ऐसा नहीं होता। माध्यो के बराबर रहते हुए भी पदमालाओ के आकार मे बहुत अन्तर हो सकता है। इसका कारण यह है कि सभी आवृति वितरण समान नही होते। वे दो प्रकार के हो सकते हैं:—

(१) माध्यो में अन्तर पर बनावट में समानता—एक तो ऐसे कि माध्यो मे अन्तर होने पर भी पदमाला की बनावट मे अन्तर न हो और उनमें बहुत साम्य हो। जैसे

अ	ब
३	८
४	९
५	१०
६	११
७	१२

यहाँ अ और ब दो श्रेणियो मे समान्तर माध्य या मध्यका क्रमश: ५ और १० हाग इस प्रकार इन दोनो श्रेणियो के माध्यो मे बहुत भारी अन्तर है। परन्तु यदि इनकी बनावट पर विचार किया जाय तो यह ज्ञात होगा कि इस विचार से दोनों श्रेणियो मे बहुत समानता है क्योकि दोनो श्रेणियो मे माध्य की तुलना मे सबसे छोटा मूल्य २ कम है तथा सबसे बडा मूल्य २ अधिक है। अर्थात् दोनो श्रेणियों मे माध्य से अङ्को का विचलन (Deviation) समान है।

जैसे :—

अ	माध्य से विचलन	ब	माध्य से विचलन
३	—२	८	—२
४	—१	९	—१
५	०	१०	०
६	+१	११	+१
७	+२	१२	+२

(२) माध्यों में समानता पर बनावट में अन्तर—आवृत्ति वितरण का दूसरा रूप यह हो सकता है कि दो या अधिक पदमालाओं में माध्य बराबर हों परन्तु उनकी बनावट में भिन्नता हो।

उदाहरण :—

तीन वर्ग के व्यक्तियों की मासिक आय (रुपयों में)

	अ—वर्ग	ब—वर्ग	स—वर्ग
प्रथम व्यक्ति	१००	११५	२०
द्वितीय "	१००	१००	८०
तृतीय "	१००	९०	९०
चतुर्थ "	१००	९०	१२०
पंचम "	१००	१०५	२२०
	५००	५००	५००
मध्यक =	१००	१००	१००

यह अ, ब और स तीन वर्गों के पाँच-पाँच व्यक्तियों की मासिक आय दी हुई है। तीनों वर्गों की माध्य मासिक आय समान है। परन्तु यदि ध्यानपूर्वक देखा जाय तो तीनों वर्गों की बनावट में भारी अन्तर है।

प्रथम वर्ग में सभी पदों का मूल्य १०० है और माध्य भी १०० है। इसलिए यह माध्य सभी पदों का ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व कर रहा है।

द्वितीय वर्ग में पदों का मूल्य कम से कम ९० और अधिक से अधिक ११५ है और माध्य १०० है अर्थात् माध्य से सबसे छोटे पद का विचलन —१० और सबसे बड़े पद का विचलन + १५ है। इस प्रकार माध्य से पदों के मूल्यों में कुछ विचलन अर्थात् दूरी है परन्तु यह बहुत अधिक नहीं अधिक से अधिक १५ है। इस प्रकार इस वर्ग में भी १०० माध्य वर्ग का प्रतिनिधित्व ठीक प्रकार से कर रहा है।

तृतीय वर्ग में परिस्थितियाँ एक दम भिन्न हैं। अन्य वर्गों की भाँति माध्य यहाँ भी १०० है। परन्तु यहाँ सबसे छोटा मूल्य २० है जो माध्य से ८० कम है। अर्थात् विचलन —८० है। पदमाला का सबसे बड़ा मूल्य २२० है जो माध्य से १२० अधिक है। अर्थात् विचलन +१२० है। पदमाला का सबसे बड़ा मूल्य माध्य के दूने से भी अधिक है और सबसे छोटा मूल्य माध्य का पाँचवाँ भाग है। इसलिये यहाँ माध्य वर्ग का ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व नहीं करता। यदि १०० माध्य के आधार पर यह अनुमान लगाया जाय कि चूँकि इस वर्ग के लोगों का माध्य आय १०० रु० है इसलिए यहाँ के सभी लोग निम्न स्तर का समान जीवन व्यतीत कर रहे होंगे तो यह गलत होगा। प्रथम दो दशाओं अर्थात् अ तथा ब वर्ग में यह अनुमान बहुत अंशों में ठीक होगा। परन्तु स वर्ग में वितरण की भिन्नता के कारण यह ठीक नहीं।

यहाँ एक ऐसा भी व्यक्ति है जिसकी मासिक आय केवल २० रु० है । जो औरों की अपेक्षा, यदि परिस्थितियाँ समान हों तो बहुत गरीबी का जीवन व्यतीत कर रहा होगा और एक ऐसा भी व्यक्ति है जिसकी मासिक आय २२० रु० है । जो औरों की अपेक्षा यदि परिस्थितियाँ समान हों तो, सुखमय जीवन व्यतीत कर रहा होगा । इसलिए आवृत्ति वितरण के कारण इस वर्ग का माध्य ठीक प्रतिनिधि नहीं । और यदि इसी के आधार पर परिणाम निकाले जायें तो भ्रम उत्पन्न करने वाले होंगे ।

अपकिरण (Dispersion)

उपर्युक्त विवेचन से हम इस परिणाम पर पहुँचे हैं कि केवल माध्य को प्राप्त करके हम ठीक परिणाम पर नहीं पहुँच सकते हैं । माध्य के साथ साथ आवृत्ति वितरण के आकार का ज्ञान भी सच्चे परिणाम पर पहुँचने के लिये आवश्यक है अर्थात् यह भी जानना आवश्यक है कि पदमाला के प्रत्येक पद माध्य से कितनी दूरी पर है या कितना बड़ा या छोटा है । इस विचलन की दूरी, फैलाव, बिखराव या विस्तार को ही अपकिरण (Dispersion) कहते हैं ।

द्वितीय श्रेणी का माध्य (Average of the Second Order)—अपकिरण के माप को द्वितीय श्रेणी का माध्य भी कहा जाता है । अपकिरण का माप निकालते समय माध्य से श्रेणी के प्रत्येक मूल्य के अन्तर को निकाला जाता है । परन्तु केवल इतने ही से हम किसी निश्चित परिणाम को नहीं पहुँच सकते । इससे श्रेणी के आकार के बारे में कुछ अनुमान करने का आधार अवश्य मिल जाता है । निश्चित रूप से एक संख्या में अपकिरण का माप जानने के लिये माध्य से प्रत्येक पदों के अन्तर का माध्य प्राप्त करते हैं । इस प्रकार अपकिरण का माप माध्य से प्रत्येक पदों के विचलन का माध्य होता है । यही कारण है कि इसे द्वितीय श्रेणी का माध्य कहा जाता है ।

अपकिरण पदों के विचरण (Variation) की माप है ।[1] —बाउले

अपकिरण का दो अर्थों में प्रयोग—जब दो या अधिक पदमालाओं की तुलना की जाती है तो यह बहुत कम सम्भव है कि वे पूर्ण रूप से समान हों । असमानता माध्यों में या पदमाला के आकार में या दोनों में हो सकती है । 'अपकिरण' का सांख्यिकी में दो अर्थों में प्रयोग होता है :—

(१) सामान्य अर्थ में अपकिरण से तात्पर्य पद-श्रेणी के पदों के विस्तार या परस्पर विचलन से है ।

(२) दूसरे अर्थ में अपकिरण से तात्पर्य पदमाला की विभिन्न आकृतियों (Sizes) का माध्य से विचलन से है । इससे यह प्रकट होता है कि श्रेणी के पद माध्य से किस सीमा तक तथा किस दिशा में विचलित होते हैं ।

---

1 Dispersion is the measure of the variation of the items' —Bowley

अपकिरण का माप (Measures of Dispersion) निकालते समय अपकिरण के इन दो अर्थों को ध्यान में रखा जाता है। अपकिरण का माप पहले अर्थ में सीमाओं की रीति (Method of Limits) द्वारा और दूसरे अर्थ में विचलनों के माध्य (Average of Deviation) द्वारा निकाला जाता है।

निरपेक्ष एवं सापेक्ष अपकिरण (Absolute and Relative Dispersion)

अपकिरण सापेक्ष और निरपेक्ष दोनों रूपों में प्राप्त किया जा सकता है —

निरपेक्ष माप (Absolute Measure)—अपकिरण का यह माप माध्य से प्रत्येक पद के विचलन का औसत होता है। इसके द्वारा किसी पदमाला के आकार का ज्ञान प्राप्त होता है। इस माप को पदमाला की इकाई में ही प्रकट करते हैं—जैसे रुपया, गज, वर्ष आदि।

सापेक्ष माप (Relative Measure)—अपकिरण के निरपेक्ष माप में एक सबसे बड़ा दोष यह है कि इससे दो या अधिक श्रेणियों की तुलना करना सम्भव नहीं। क्योंकि विभिन्न श्रेणियों की इकाइयाँ भिन्न हो सकती हैं। विभिन्न इकाइयों के होने पर उनमें तुलना सम्भव नहीं। ऐसी दशा में इन मापों को तुलना योग्य बनाने के लिए इनको सापेक्ष रूप में परिवर्तित करते हैं। ऐसा करने के लिए निरपेक्ष माप में उस माध्य का भाग देते हैं जिसकी सहायता से मापों के प्रत्येक मूल्य का विचलन निकाला गया है। ऐसा करने पर उनकी इकाइयाँ समान हो जाती हैं और वे तुलना योग्य बन जाते हैं।

अपकिरण को मापन करने की रीतियाँ (Methods of Measuring Dispersion)

अपकिरण का प्रयोग दो अर्थों में होता है यह बताया जा चुका है। इन्हीं अर्थों के आधार पर अपकिरण मापन करने की दो प्रमुख रीतियाँ हैं। पहली रीति पहले अर्थ के आधार पर और दूसरी रीति दूसरे अर्थ के आधार पर है —

(१) सीमा रीति (Method of Limits)
- (क) विस्तार (Range)
- (ख) अन्तर चतुर्थक विस्तार (*Inter-quartile Range*)

(२) विचलन माध्य रीति (Method of Averaging Deviations)
- (क) चतुर्थक विचलन या अर्द्ध अन्तर चतुर्थक विस्तार (*Quartile Deviation or Semi Inter-quartile Range*)
- (ख) माध्य विचलन (Mean Deviation)
- (ग) प्रमाप विचलन (Standard Deviation)

विस्तार (Range)

किसी समंक श्रेणी में सबसे बड़े मूल्य और सबसे छोटे मूल्य के अन्तर को विस्तार कहते हैं अर्थात् मूल्य इस सीमा के भीतर ही बिखरा रहता है। यदि यह

अन्तर कम है तो श्रेणी नियमित और अधिक है तो श्रेणी अनियमित मानी जायेगी।

इसके लिये निम्न सूत्र प्रयोग किया जाता है :—

$R = M_1 - M_0$

Where R represents Range

M_1 ,, Maximum value or the heighest measurement

M_0 ,, Minimum value or the lowest measurement

Illustration 1.

Given the Net Profit of a business concern in thousands of rupees —

Year	Net Profit
1954	10
1955	16
1956	15
1957	22
1958	27
1959	19
1960	20

Find out the Range and its coefficient

Solution 1

$R = M_1 - M_0$
$= 27 - 10$
$= 17$ thousands of rupees

विस्तार का गुणक (Coefficient of Range)—विस्तार निरपेक्ष माप है जिसकी अन्य श्रेणियों से तुलना ठीक प्रकार से नहीं हो सकती। इसको तुलना योग्य बनाने के लिये सापेक्ष रूप में बदलना पड़ेगा। इस कार्य के लिये विस्तार का गुणक निकाला जायेगा।

विस्तार के गुणक का सूत्र यह है :—

$$\text{Coefficient of Range} = \frac{M_1 - M_0}{M_1 + M_0}$$

M_1 = Maximum value or the heighest measurement

M_0 = Minimum value or the lowest measurement

ऊपर के प्रश्न में विस्तार का गुणक इस प्रकार निकाला जायेगा :—

$$\text{Coefficient of Range} = \frac{27 - 10}{27 + 10}$$

$$= \frac{17}{37}$$

$= 46$

ठीक इसी प्रकार विस्तार और उसका गुणांक खण्डित (Discrete) और अखण्डित (Continuous) श्रेणियों में ही निकाले जा सकते हैं।

विस्तार की मुख्य विशेषतायें (Chief Characteristics of Range)

विस्तार की विशेषतायें निम्न हैं :—

(१) सरल—विस्तार को निकालना अत्यन्त सरल है।

(२) अस्थायी—अपकिरण का यह एक बहुत अस्थायी माप है क्योंकि सबसे बड़े व सबसे छोटे मूल्य में तनिक भी परिवर्तन होने पर यह परिवर्तित हो जाता है।

(३) असमर्थ—यह श्रेणी का आकार प्रकट करने में असमर्थ है। केवल चरम मूल्यों (Extreme values) के अन्तर को ही स्पष्ट करता है।

विस्तार के गुण (Merits of Range)

(१) सरल एवं सुबोध—इसका प्राप्त करना व समझना बहुत सरल एवं सुबोध है। इसके लिये किसी विशेष ज्ञान की आवश्यकता नहीं होती।

(२) वितरण का व्यापक चित्र—यह पदमाला के वितरण का व्यापक चित्र प्रस्तुत करता है और प्रकट करता है कि परिवर्तन किन सीमाओं के अन्तर्गत होते हैं।

(३) गुण नियन्त्रण में प्रयोग—उत्पादित वस्तुओं के गुण नियन्त्रण (Quality control) सम्बन्धी कार्यों में इसका प्रयोग बहुत लाभदायक होता है।

विस्तार के गुण

(१) सरल एवं सुबोध।
(२) वितरण का व्यापक चित्र।
(३) गुण नियन्त्रण में प्रयोग।

विस्तार के दोष

(१) अनिश्चित व भद्दा माप।
(२) आकार का ज्ञान नहीं।
(३) आवृति वितरण का अशुद्ध अनुमान।

विस्तार के दोष (Demerits of Range)

(१) अनिश्चित व भद्दा माप—यह विचलन का अनिश्चित व भद्दा माप है जिसमें श्रेणी के केवल दो पदों को ही ध्यान में रखा जाता है।

(२) आकार का ज्ञान नहीं—इससे पदमाला के आकार का ठीक ज्ञान नहीं होता है। यह सम्भव है कि दो पदमालाओं का विस्तार बराबर हो परन्तु आकृति में बहुत अन्तर हो।

(३) आवृति वितरण का अशुद्ध अनुमान—यह अति सीमान्त पदों के आधार पर निकाला जाता है। प्रायः अति सीमान्त पद असामान्य होते हैं। इसलिए आवृति वितरण का अशुद्ध अनुमान होता है।

अन्तर चतुर्थक विस्तार (Inter-quartile Range)

अपकिरण को मापन करने की यह रीति विस्तार से मिलती-जुलती है। यह तृतीय चतुर्थक और प्रथम चतुर्थक का अन्तर होता है।

इसका निम्न सूत्र है :—

Inter-quartile Range $= Q_3 - Q_1$

$Q_3 =$ Upper Quartile

$Q_1 =$ Lower Quartile

विशेषतायें

(१) विस्तार से अच्छा—यह विस्तार की अपेक्षा अधिक प्रतिनिधि होता है क्योंकि इसमें बहुत छोटी या बहुत बड़ी संख्याओं का उतना प्रभाव नहीं पड़ता जितना विस्तार में।

(२) केवल अति सीमान्त पदों पर आधारित नहीं—यह विस्तार की भांति केवल अति सीमान्त पदों का अन्तर नहीं बल्कि समंक माला में आने वाले ५०% मूल्यों पर निर्भर रहता है।

(३) सरल—विस्तार की भाँति इसका भी मापन सरल है। यह अवश्य है कि यहाँ प्रथम व तृतीय चतुर्थक निकालने की आवश्यकता होती है।

(४) अति सीमान्त पदों की अनिश्चितता का कम प्रभाव—इस पर अति सीमान्त पदों की अनिश्चितता का बहुत कम प्रभाव पड़ता है।

इन विशेषताओं के अतिरिक्त इसके गुण व दोष विस्तार के ही समान हैं। इसका प्रयोग भी सामान्यतः नहीं होता है।

चतुर्थक विचलन (Quartile Deviation)

चतुर्थक विचलन किसी भी श्रेणी के तृतीय व प्रथम चतुर्थकों के अन्तर का आधा होता है अर्थात् अन्तर चतुर्थक विस्तार का आधा होता है। इसीलिये इसे अर्द्ध अन्तर चतुर्थक विस्तार (Semi Inter-quartile Range) भी कहते हैं। अपकिरण का यह माप इस सिद्धान्त पर आधारित है कि चूँकि मध्यका श्रेणी को दो भागों में बाँटता है अतः इसके एक ओर क्रमशः सभी छोटे मूल्य तथा दूसरी ओर क्रमशः सभी बड़े मूल्य होते हैं। प्रथम चतुर्थक छोटे मूल्यों वाले आधे भाग का माध्य होता है तथा तृतीय चतुर्थक बड़े मूल्यों वाले आधे भाग का माध्य। इसलिये इनका अन्तर पूरी समंक माला का माध्य विचलन प्रकट करता है।

इसके लिये निम्न सूत्र प्रयोग किया जाता है :—

$$\text{Quartile Deviation or Q. D.} = \frac{(M - Q_1) + (Q_3 - M)}{2}$$

$$= \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

चतुर्थक विचलन का गुणक (*Coefficient of Quartile Deviation*)

चतुर्थक विचलन निरपेक्ष मूल्य होता है। अन्य श्रेणियों से तुलना योग्य बनाने के लिये इसका गुणक निकालकर इसे सापेक्ष रूप मे बदल देते हैं। इसका सूत्र निम्न है :—

$$\text{Coefficient of Quartile Deviation} = \frac{\frac{Q_3 - Q_1}{2}}{\frac{Q_3 + Q_1}{2}}$$

$$= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

व्यक्तिगत श्रेणी मे चतुर्थक विचलन का आगणन
(Calculation of Quartile Deviation in Individual Series)

Illustration 2

15 students of a class obtained the following marks in Statistics Calculate the Quartile Deviation and its Coefficient

Marks —15, 20, 20, 21, 22, 22, 24, 25, 28, 28, 29, 30, 32, 33 and 35

Solution 2

Marks put in an ascending order

Serial No	Marks	Serial No	Marks
1	15	9	28
2	20	10	28
3	20	11	29
4	21	12	30
5	22	13	32
6	22	14	33
7	24	15	35
8	25		

Q_1 = the size of $\left(\frac{n+1}{4}\right)$th item

= „ $\left(\frac{15+1}{4}\right)$th item

= „ „ 4th item

= 21 marks

Q_3 = the size of $3\left(\frac{n+1}{4}\right)$th item

= " " " $3\left(\frac{15+1}{4}\right)$th item

= " " " 12th item

= 30 marks

Quartile Deviation $= \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

$= \frac{30-21}{2}$

= 4.5 marks

Coefficient of Quartile Deviation $= \dfrac{\frac{Q_3-Q_1}{2}}{\frac{Q_3+Q_1}{2}}$

$= \dfrac{\frac{30-21}{2}}{\frac{30+21}{2}}$

$= \frac{30-21}{30+21}$

= 17

खंडित श्रेणी में चतुर्थक विचलन का आगणन
(Calculation of Quartile Deviation in Discrete Series)

Illustration 3

Find the Quartile Deviation and its coefficient from the following data

Age in year	No. of Students
15	4
16	6
17	10
18	15
19	12
20	9
21	4

Solution 3

Age in years (m)	No of Students (f)	Cum Frequency
15	4	4
16	6	10
17	10	20
18	15	35
19	12	47
20	9	56
21	4	60

Q_1 = size of $\left(\frac{n+1}{4}\right)$th item

= ,, ,, $\left(\frac{60+1}{4}\right)$th item

= ,, ,, 15.25th item

= 17 years

Q_3 = size of $3\left(\frac{n+1}{4}\right)$th item

= ,, ,, $3\left(\frac{60+1}{4}\right)$th item

= ,, ,, 45.75th item

= 19 years

Quartile Deviation or Q D = $\frac{Q_3-Q_1}{2}$

$=\frac{19-17}{2}$

= 1 year

Coefficient of Q D = $\frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1}$

$=\frac{19-17}{19+17}$

= 0.55

सतत या खण्डित श्रेणी मे चतुर्थक विचलन का आगणन
(Calculation of Quartile Deviation in Continuous Series)

Illustration 4.

Calculate Quartile Deviation and its coefficient from the data given in the following table

Size	Frequency
0—10	5
10—20	6
20—30	12
30—40	10
40—50	8

Solution 4

Size	Frequency	Cumulative Frequency
0—10	5	5
10—20	6	11
20—30	12	23
30—40	10	33
40—50	8	41

$Q_1 = \text{Size of } \left(\frac{n+1}{4}\right)\text{th item}$

$= \text{,,} \quad \text{,,} \left(\frac{41+1}{4}\right)\text{th item}$

$= \text{,,} \quad \text{,,} \ 10.5\text{th item}$

$= L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(Q_1 - c)$

$= 10 + \frac{20-10}{6}(10.5-5)$

$= 10 + \frac{10}{6} \times 5.5$

$= 19.16$ (size)

$Q_3 = \text{Size of } 3\left(\frac{n+1}{4}\right)\text{th item}$

$= \text{,,} \quad \text{,,} \ 3\left(\frac{41+1}{4}\right)\text{th item}$

$= \text{,,} \quad \text{,,} \ 31.5\text{th item}$

$= L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(Q_3 - c)$

$= 30 + \frac{40-30}{10}(31.5-23)$

$$=30+\frac{10}{10}\times 8.5$$
$$=38.5$$

Quartile Deviation or Q. D. $=\frac{Q_3-Q_1}{2}$

$$=\frac{38.5+19.16}{2}$$

$$=\frac{19.34}{2}=9.67 \text{ (size)}$$

Coefficient of Quartile Deviation $=\frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1}$

$$=\frac{38.5-19.16}{38.5+19.16}$$
$$=.33$$

चतुर्थक विचलन के गुण (Merits of Quartile Deviation)

चतुर्थक विचलन के निम्न प्रमुख गुण हैं :—

(१) गणना सरल—इसका सबसे बड़ा लाभ यह है कि इसकी गणना सरल होती है तथा सभी लोग सरलतापूर्वक समझ लेते हैं।

(२) अति सीमान्त मूल्यों का कम प्रभाव—इसे निकालने में अति-सीमान्त पदों का प्रभाव विस्तार की अपेक्षा कम पड़ता है।

> **चतुर्थ विचलन के गुण**
> (१) गणना सरल।
> (२) अति सीमान्त मूल्यों का कम प्रभाव।
> **दोष**
> (१) सभी पदों पर विचार नहीं
> (२) बीजगणितीय विवेचन के अयोग्य।
> (३) अति सीमान्त पदों को कम महत्व।
> (४) अनियमित श्रेणी में प्रयोग ठीक नहीं।
> (५) भद्दा माप।

चतुर्थक विचलन के दोष (Demerits of Quartile Deviation)

चतुर्थक विचलन में निम्न दोष हैं :—

(१) सभी पदों पर विचार नहीं—इसको निकालने में श्रेणी के सभी पदों पर विचार नहीं किया जाता अतः यह विचलन का ठीक माप नहीं होता।

(२) बीजगणितीय विवेचन के अयोग्य—इसका बीजगणितीय विवेचन सम्भव नहीं।

(३) अति सीमान्त पदों को कम महत्व—इस विचलन को निकालते समय अति-सीमान्त पदो को महत्व नही दिया जाता । इसलिये जहां उनका प्रभाव दिखाना आवश्यक है—यह उचित नहीं ।

(४) अनियमित श्रेणी मे प्रयोग ठीक नहीं—यहां दो चतुर्थकों के बीच के विचलन को ध्यान मे नही रखा जाता है । इसलिये जब श्रेणी बहुत अनियमित हो तब इसका प्रयोग उपयुक्त नहीं ।

(५) भद्दा माप—विचलन का यह एक भद्दा माप है और इसके आधार पर तुलना करना ठीक नहीं ।

माध्य विचलन (*Mean Deviation*)

माध्य विचलन श्रेणी के सभी पदो के विचलनो का माध्य है । यहां पदमाला के सभी पदो को ध्यान मे रखा जाता है । किसी भी माध्य जैसे समान्तर माध्य, भूयिष्ठिक या मध्यका से पदमाला के प्रत्येक पद का विचलन निकाल कर उनका समान्तर माध्य निकालते हैं—यही माध्य विचलन होता है । माध्य विचलन को प्रथम घातु का अपकरण (First Moment of Dispersion) भी कहते हैं ।

इसमे निम्न क्रियायें करनी पड़ती हैं :—

(१) सर्व प्रथम यह निश्चित करना पड़ता है कि समान्तर माध्य, भूयिष्ठिक या मध्यका इनमे से किस माध्य से माध्य विचलन निकालना है । यह निश्चित करते समय मध्यका (Median) को ही प्रधानता दी जानी चाहिये क्योंकि यह अधिक स्थिर व प्रतिनिधि होता है । समान्तर माध्य से भी विचलन किया जा सकता है । परन्तु भूयिष्ठिक का प्रयोग यथासाध्य नहीं करना चाहिये क्योंकि यह बहुत अनिश्चित होता है ।

(२) निश्चित किये हुए माध्य से प्रत्येक मूल्य का विचलन निकाल लेते हैं । ऐसा करते समय सभी विचलनों को धनात्मक (*Positive*) मान लेते हैं । ऋणात्मक (Negative) विचलनों को भी धनात्मक ही मानते हैं ।

(३) सभी विचलनो को जोड लेते हैं ।

(४) इस योग म पदो की सख्या का भाग दे देते हैं । इस प्रकार प्राप्त फ माध्य विचलन होता है ।

माध्य विचलन का सूत्र निम्न है :—

$$\delta = \frac{\Sigma d}{n}$$

Where δ stands for Mean Deviation
d ,, , deviation from Median, Arithmetic Average or Mode
n stands for Number of items

$$\text{Coefficient of Mean Deviation} = \frac{\delta}{\text{Mean or Mode or Median}}$$

इन सूत्रों को थोड़ा आवश्यकतानुसार परिवर्तन करके निम्न रूपों में प्रयोग करते हैं —

	Individual Series	Discrete or continuous Series
Mean Deviation from mean or $\delta a =$	$\frac{\Sigma da}{n}$	$\frac{\Sigma fda}{n}$
Mean Deviation from Median or $\delta m =$	$\frac{\Sigma dm}{n}$	$\frac{\Sigma fdm}{n}$
Mean Deviation from $\delta z =$	$\frac{\Sigma dz}{n}$	$\frac{\Sigma fdz}{n}$

इस प्रकार जो माध्य विचलन प्राप्त होंगे वे निरपेक्ष (Absolute) होंगे। इन्हें सापेक्ष बनाने के लिये विचलनों में क्रमशः उन्हीं माध्यों का भाग देंगे जिनकी सहायता से वे प्राप्त किये गये हैं। इनके लिये निम्न सूत्र प्रयोग किये जायेंगे —

Mean Coefficient of Dispersion or $C\delta a = \frac{\delta a}{a}$

Median ,, ,, or $C\delta m = \frac{\delta m}{m}$

Mode ,, ,, or $C\delta z = \frac{\delta z}{z}$

माध्य विचलन और उसके गुणक का सगणन
(Calculation of Mean Deviation and its Coefficient)

व्यक्तिगत श्रेणी (*Individual Series*)

गणना की विधि

(१) उस माध्य को निकालते हैं जिससे माध्य विचलन निकालने का निश्चित करते हैं। यह मध्यका, मध्यक या भूयिष्ठक कोई भी हो सकता है।

(२) उस माध्य से मूल्यो का विचलन निकालेंगे। विचलन निकालते समय सभी विचलनों को धनात्मक मान लेते हैं। ऋणात्मक वालों को भी धनात्मक मान लेते हैं।
(३) सभी विचलनो को जोड देते हैं।
(४) सभी विचलनो के योग में पदो की सख्या का भाग देते हैं और इस प्रकार प्राप्त भजनफल माध्य विचलन होता है।
(५) माध्य विचलन म उस माध्य का जिससे विचलन निकाला गया है भाग देने पर भजनफल उसका गुणक होगा।

Illustration 5

Find out the mean Deviation and its coefficient from the following data

months	Monthly Expenditure Rs
1	30
2	32
3	34
4	35
5	36
6	38
7	40

Solution 5

Months	Monthly Expenditure in Rs	Deviations from Median i e 35 (+ and — Signs are ignored)
1	30	5
2	32	3
3	34	1
4	35	0
5	36	1
6	38	3
7	40	5
		$\Sigma dm = 18$

Median or m = The value of $\left(\frac{n+1}{2}\right)$th item

$= \text{" "} \left(\frac{7+1}{2}\right)$th item

$= \text{" "}$ 4th item

= Rs 35

Mean Deviation *from the Median* or $\delta m = \frac{\Sigma dm}{n}$

$$= \frac{18}{7}$$

$$= \text{Rs } 2{\cdot}57$$

Median Coefficient of Dispersion or $C\delta m + \frac{\delta m}{M}$

$$+ \frac{2{\cdot}57}{35}$$

$$= {\cdot}073$$

The arithmetic average or $a = \frac{\Sigma m}{n}$

$$= \frac{245}{7}$$

$$= \text{Rs } 35$$

It is just equal to Median and hence Mean Deviation from Arithmetic average and its Coefficient of dispersion will be the same as those computed from Median

माध्य विचलन और उसके गुणक का संगणन
(Calculation of Mean Deviation and its Coefficient)

गणना की विधि :

(१) *जिस माध्य से माध्य विचलन निकालना होता है, उस माध्य को निकालते हैं। मध्यक, ऋजु (Direct) या लघु (Short-cut) किसी भी रीति से निकाला जा सकता है।*

(२) इस प्रकार निकाले गये माध्य से मूल्यों का विचलन निकालते हैं। विचलन निकालते समय धन व ऋण का विचार नहीं करते। सभी विचलनों को धनात्मक मान लेते हैं।

(३) प्रत्येक विचलन का उसके सामने वाली आवृत्ति से गुणा करके कुल विचलन ज्ञात करते हैं।

(४) इन गुणनफलों के योग में पदों की संख्या या आवृत्तियों के योग का भाग देने पर माध्य विचलन प्राप्त होता है।

(५) माध्य विचलन में उस माध्य का भाग देने पर जिससे वह विचलन प्राप्त हुआ है, उसका गुणक प्राप्त होता है।

विच्छिन्न श्रेणी (Discrete series)

Illustration 6.

Find out the Mean Deviation and its Coefficient from the following series :

Size of items	Frequency
2	3
3	4
4	5
5	8
6	6
7	3

Solution 6.

Mean Deviation from Median

Size of item	Frequency	Cumulative *Frequency*	Deviation *from* Median (5)	Total Deviation (*Frequency* × Deviation)
2	3	3	3	9
3	4	7	2	8
4	5	12	1	5
5	8	20	0	0
6	6	26	1	6
7	3	29	2	6
	n=29			Σfdm=34

Median or M = the value of $\left(\frac{n+1}{2}\right)$th item

$= $ the value of $\left(\frac{29+1}{2}\right)$th item

$=$ " " " 15th item

$= 5$

Mean Deviation or $\delta m = \frac{\Sigma fdm}{n}$

$= \frac{34}{29}$

$= 1{\cdot}17$

Median Coefficient of Dispersion or $C\delta m = \frac{\delta m}{Jn}$

$= \frac{1{\cdot}17}{5}$

$= {\cdot}23$

Mean Deviation from Arithmetic Average

Size of the item	Frequency	Product of sizes & frequency	Deviation from a=4 6	Total Deviations i e Frequency x Deviation
2	3	6	2 6	7 8
3	4	12	1 6	6 4
4	5	20	6	3 0
5	8	40	4	3 2
6	6	36	1 4	8 4
7	3	21	2 4	7 2
	n=29	Σmf=135		Σfda=36 0

Arithmetic Average or $a = \frac{\Sigma mf}{n}$

$= \frac{135}{29}$

$= 4\,6$ app

Mean Deviation or $\delta a = \frac{36}{29}$

$= 1\,24$

Mean Coefficient of Dispersion or $C\delta a = \frac{\delta a}{a}$

$= \frac{1\,24}{4\,6}$

$= 27$

Mean Deviation from Mode

Mode is the size which has got highest frequency Here by inspection we find that Mode is 5 In this problem it is just equal to Median Hence the Mean Deviation *from Mode and its Coeffi* cient will be the same as those from Median

अविच्छिन्न श्रेणी में माध्य विचलन और उसके गुणांक का सगणन
(Calculation of Mean Deviation and its Coefficient in Continuous Series)

गणना की विधि

(१) प्रत्येक वर्ग का मध्य बिन्दु (Mid value) ज्ञात करके श्रेणी को खण्डित श्रेणी के रूप में परिवर्तित करते हैं।

(२) जिस माध्य से माध्य विचलन निकालना होता है—जैसे मध्यका, मध्यक या भूयिष्ठक उसे निकालते हैं। मध्यक निकालते समय चाहे

ऋजुरीति (Direct Method) या चाहे लघुरीति (Short cut Method) अपनाई जा सकती है।

(३) निकाले गये माध्य से वर्ग के मध्य बिन्दुओं का विचलन निकालते हैं। विचलन निकालते समय धन व ऋण का विचार नहीं करते अर्थात् सबको धनात्मक मानते हैं।

(४) इस प्रकार प्राप्त विचलन को उस पद की आवृत्ति से गुणा करते हैं।

(५) इन गुणनफलों को जोडकर उसमें पदों की संख्या अर्थात् आवृत्तियों के योग का भाग देने पर माध्य विचलन प्राप्त होता है।

(६) माध्य विचलन में उस माध्य का भाग देने पर जिससे यह विचलन प्राप्त हुआ है उसका गुणक प्राप्त होता है।

Illustration 7

Compute the Mean Deviation from the mean and from the Median and their coefficient for the following distribution of the scores of 50 College students —

Scores	Frequency
140—150	4
150—160	6
160—170	10
170—180	18
180—190	9
190—200	3

Solution 7

Calculating of Mean Deviation and its Coefficient from Mean

Scores	Mid value	Frequency	Deviation from assumed Mean-Dx	Deviations × Frequency fdx	Deviations from Mean i.e. 171.2 da	Deviations × Frequency fda
140—150	145	4	—20	—80	26.2	104.8
150—160	155	6	—10	—60	16.2	97.2
160—170	165	10	0	0	6.2	0
170—180	175	18	+10	+180	3.8	68.4
180—190	185	9	+20	+180	13.8	124.2
190—200	195	3	+30	+90	23.8	71.4
		n=50		Σfdx=310		Σfda=466

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$=165+\frac{310}{50}$$

$=171.2$ scores

$$\delta a=\frac{\Sigma fd_1}{n}$$

$$=\frac{466+62}{50}$$

Because multiply with 6.2 to frequency which is not taken in to considered

$=9.32$ scores

$$\text{Coefficient of } \delta a=\frac{9.33}{171.2}$$

$=.05$

Calculation of Mean Deviation and its Coefficient from Median

Scores	Mid Value	Frequency	Cumulative Frequency	Deviation from Median i.e. 173 dm	Total Deviations i.e. Deviation × Frequency fdm
140—150	145	4	4	28	112
150—160	155	6	10	18	108
160—170	165	10	20	8	80
170—180	175	18	38	2	36
180—190	185	9	47	12	108
190—200	195	3	50	22	66
		n=50			Σfdm=510

Median = the size of $\left(\frac{n+1}{2}\right)$th item

$=$ „ „ „ $\left(\frac{50+1}{2}\right)$th item

$=$ „ „ „ 25.5th item

Hence the Median class is 170—180

For interpretation the following formula shall be applied —

$$M=L_1+\frac{L_2-L_1}{f}(m-c)$$

$$=170+\frac{180-170}{18}(25.5-20)$$

$$=170+\frac{10}{18}\times 5.5$$

$$=170+\frac{55}{18}$$

$$=170+3.0$$

$=173$ scores

$$\delta m = \frac{\Sigma fdm}{n}$$

$$= \frac{510}{50}$$

$= 10.2$ Scores

$$\text{Coefficient of } \delta m=\frac{10.2}{173}$$

$$= .05$$

मध्यक विचलन निकालने की लघु रीति
(Short-cut Method of Calculating Mean Deviation)

खण्डित श्रेणी (Discrete series)

प्राय. ऐसा होता है कि मध्यक, मध्यका या भूयिष्ठिक पूर्ण संख्यायें नही होते है। फलस्वरूप माध्य विचलन निकालने में असुविधा होती है। ऐसी दशा में लघु रीति का प्रयोग किया जा सकता है। इस रीति मे निम्न क्रियायें करनी पडती हैं :—

(१) किसी सम्पूर्ण संख्या को माध्य मान लेते हैं और उससे विचलन निकाल कर उनका योग कर लेते हैं।

(२) वास्तविक माध्य तथा कल्पित माध्य का अन्तर ज्ञात कर लेते हैं।

(३) वास्तविक माध्य के पहले की तथा वास्तविक माध्य के बाद की आवृत्तियो का अन्तर ज्ञात कर लेते हैं।

(४) इस प्रकार प्राप्त आवृत्तियो के अन्तर को वास्तविक तथा कल्पित माध्य के अन्तर से गुणा कर देत है।

(५) इस गुणनफल को कल्पित माध्य से निकाले गये विचलनो के योग मे जोड देते है।

(६) इस प्रकार जो योग प्राप्त होगा उसमे पदों की सख्या का भाग दे देते हैं।

प्राप्त अजनफल माध्य विचलन होगा।
इसे एक सूत्र के रूप में इस प्रकार लिखेंगे :—

$$\partial = \frac{\Sigma dx + \text{Total Error}}{n}$$

Where δ = Mean Deviation

dx = deviations from the assumed average (+ and — signs are ignored)

Total Error = Difference of the total frequencies before average and after average multiplied by the difference between Actual average and estimated average

n = number of items

Illustration 8

Below are given the ages of 20 students of a class Find out Mean Deviation and its coefficients

Age in years	No of students
20	4
21	5
22	7
23	3
24	1

Solution 8

Age in years	No of students	Deviations from assumed Mean 21	Total Deviations i e frequency × Deviations
20	4	−1	−4
21	5	0	0
22	7	+1	+7
23	3	+2	+6
24	1	+3	+3
	20		+12
			$\Sigma fd = \Sigma dx = 20$*

$$a = x + \frac{\Sigma fd}{n}$$

$$= 21 + \frac{12}{20}$$

$$= 21\ 6$$

* Ignoring + and — signs and considering all plus

Difference between Actual Arithmetic Average and estimated Arithmetic Average $= 21.6 - 21 = .6$

Total Frequencies before Mean $= 4 + 5 = 9$

" " after " $= 7 + 3 + 1 = 11$

Difference of total frequencies before Mean and After Mean $= 9 - 11 = -2$

$$\text{Mean Deviation from Mean or } \delta\ a = \frac{\Sigma dx + \text{Total Error}}{n}$$

$$= \frac{20 + (.6 \times -2)}{20}$$

$$= \frac{20 - 1.2}{20}$$

$$= \frac{18.8}{20}$$

$$= .94 \text{ years}$$

$$\text{Coefficient of Mean Deviation from Mean or } C\delta a = \frac{.94}{21.6}$$

$$= .04$$

इसी प्रकार मध्यका और भूयिष्ठिक से भी माध्य विचलन निकाल सकते हैं। वैसे तो खण्डित श्रेणी में मध्यका और भूयिष्ठिक प्रायः पूर्णाङ्क ही होते हैं। इसलिये लघुरीति की आवश्यकता ही नहीं पड़ती।

मध्यक विचलन निकालने की लघु रीति
(Short cut Method of Calculating Mean Deviation)

अखण्डित श्रेणी (Continuous series)

अखण्डित श्रेणी को खण्डित श्रेणी में परिवर्तित करके माध्य विचलन निकालते हैं। अखण्डित श्रेणी को खण्डित में बदलने के लिये वर्गों से मध्य बिन्दु प्राप्त कर लेते हैं। फिर क्रिया ठीक उसी प्रकार से की जाती है जैसे खण्डित श्रेणी में।

Illustration 9

Calculate Mean Deviation and its Coefficient from the following data —

Height in inches	40—45	45—50	50—55	55—60	60—65	65—70
No of Persons	2	10	18	16	11	3

Solution 9.

Height in inches	Mid Value	No. of Persons	Cum. Frequency	Deviation from assumed Median 57·5	Deviation × Frequency
40—45	42·5	2	2	15	30
45—50	47·5	10	12	10	100
50—55	52·5	18	30	5	90
55—60	57·5	16	46	0	0
60—65	62·5	11	57	5	55
65—70	67·5	3	60	10	30
		60			$\Sigma fdm = 30$

Median = the size of $\left(\frac{n+1}{2}\right)$th item.

$= \quad ,, \quad ,, \left(\frac{60+1}{2}\right)$th item.

$= \quad ,, \quad ,,$ 30·5th item The Median class is 55—60

$= L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(m-c)$

$= 55 + \frac{60-55}{16}(30·5-30)$

$= 55 + \frac{5}{16} \times ·5$

$= 55 + \frac{2·5}{16}$

= 55·15 inches.

Difference between Actual Median and Estimated Median = 57·5 − 55·15 = 2·35

Total frequencies before Median = 2+10+18 = 30

,, ,, after ,, = 16+11+3 = 30

Difference between total frequencies before Median and after median 30—30 = 0

$$\delta m = \frac{\Sigma dx + \text{Total Error}}{n}$$

$$=\frac{305+(2\ 35\times0)}{60}$$

$$=\frac{305}{60}$$

$=5\ 08$ inches

$$\text{Coefficient of } \delta m=\frac{5\ 08}{55\ 15}$$

$$=09$$

माध्य विचलन के गुण (Merits of Mean Deviation)

माध्य विचलन के निम्न गुण अर्थात् लाभ हैं :—

(१) समस्त मूल्यों पर आधारित—यह विचलन पद माला के सभी मूल्यों पर आधारित होती है। इसलिए यह पदमाला की आकृति पर पर्याप्त प्रकाश डालता है।

(२) अति सीमान्त पदों का कम प्रभाव—इस विचलन पर अति सीमान्त (Extreme) पदों का कम प्रभाव पड़ता है।

(३) गणना सरल—प्रमाप विचलन की तुलना में इसकी गणना की क्रिया सरल होती है।

(४) किसी भी माध्य से सम्भव—यह विचलन मध्यका, मध्यक या भूयिष्ठिक किसी भी माध्य से निकाला जा सकता है।

(५) सभी मूल्यों की सापेक्ष महत्ता—यह विचलन सभी मूल्यों को उनकी सापेक्ष महत्ता प्रदान करता है।

(६) समझने में सरल—यह विचलन समझने में भी सरल होता है। केवल इतना ही जानना काफी होता है कि किसी भी माध्य से मूल्यों के विचलनों के योग का मध्यक होता है।

माध्य विचलन के दोष (Demerits of Mean Deviation)

माध्य विचलन में निम्न प्रमुख दोष हैं :—

(१) धन व ऋण चिन्हों का परित्याग—इस विचलन का सबसे बड़ा दोष यह है कि यहां धन व ऋण चिन्हों को छोड़ दिया जाता है अर्थात् सभी पदों को धनात्मक मान लेते हैं। गणित की दृष्टि से यह अशुद्ध है।

(२) बीजगणितीय प्रयोग नहीं—गणितीय दृष्टि से अशुद्ध होने के कारण इसका प्रयोग बीजगणित में नहीं किया जा सकता।

(३) अविश्वसनीय—भूयिष्ठिक के अनिश्चित होने पर भूयिष्ठिक से यह विचलन भी अनिश्चित होता है।

प्रमाप विचलन (Standard Deviation)

प्रमाप विचलन अपकिरण को मापन करने का सबसे अधिक लोकप्रिय और उपयोगी ढंग है। अपकिरण को मापन करने के ऊपर तीन ढंग बतलाये जा चुके हैं— विस्तार, चतुर्थक विचलन व माध्य विचलन। इन तीनों में कुछ न कुछ दोष हैं और इन दोषों के कारण अपकिरण मापन करने के ये ढंग वैज्ञानिक व उपयुक्त नहीं कहे जा सकते। प्रमाप विचलन अपकिरण मापन करने की एक ऐसी रीति है जिसमें ऊपर वर्णित अपकिरण मापन करने की रीतियों के दोषों को दूर किया जाता है। माध्य विचलन में सबसे बड़ा दोष यह है कि वहाँ विचलन निकालते समय सभी विचलनों को धनात्मक मान लेते हैं। प्रमाप विचलन निकालते समय ऐसी क्रिया की जाती है कि सभी पद स्वयं धनात्मक हो जाते हैं और गणितीय अशुद्धता नहीं रहती। यहाँ (+) व (—) चिन्हों को छोड़ा नहीं जाता बल्कि सभी विचलनों का वर्ग निकाल लेते हैं। वर्ग करने पर अपने आप सभी विचलन धनात्मक हो जाते हैं। इन विचलनों के सरल मध्यक का वर्गमूल प्रमाप विचलन होता है।[1]

प्रमाप विचलन द्वारा अपकिरण का माप ज्ञात करने की रीति को प्रयोग में लाने वाले प्रसिद्ध सांख्यिक कार्ल पियर्सन (Karl Pearson) थे। प्रमाप विचलन को द्वितीय घात का अपकिरण (Second Moment of Dispersion) भी कहते हैं। कारण यह है कि यह विचलनों के वर्ग से निकाला जा सकता है। इसको मध्यक-विभ्रम (Mean Error), मध्यक वर्ग विभ्रम (Mean Square Error or Error of Mean Square) या मूल मध्यक वर्ग-विचलन (Root Mean Square Deviation) आदि भी कहते हैं।

इस विचलन को प्रमाप विचलन इसलिए कहा जाता है कि गणितीय दृष्टि से बहुत शुद्ध होने के कारण उच्च स्तर के सांख्यिकीय अध्ययनों में इसका प्रयोग किया जाता है।

प्रमाप विचलन निकालने की रीति

(Method of Calculating Standard Deviation)

व्यक्तिगत श्रेणी (Individual series)

व्यक्तिगत श्रेणी में प्रमाप विचलन निकालने की दो रीतियाँ हैं :—

(१) ऋजु रीति (*Direct Method*)

(२) लघु रीति (*Short-cut Method*)

ऋजु रीति (*Direct Method*)

इस रीति से प्रमाप विचलन निकालने समय निम्न क्रियायें करनी पड़ती हैं :—

(१) समकमाला के मूल्यों का मध्यक (Arithmetic average or Mean) निकाल लेते हैं।

---

1 The Standard deviation is the square root of the arithmetic average of the squared deviation measured from the various values of a statistical series

(२) इस प्राप्त मध्यक से समक माला के विभिन्न मूलों का विचलन निकालते हैं।

(३) इन विचलनों का वर्ग निकाल कर उनका योग कर लेते हैं।

(४) विचलनों के वर्गों के योग में पदों की संख्या का भाग दे देते हैं।

(५) प्राप्त भजनफल का वर्गमूल निकाल लेते हैं।

यही वर्गमूल प्रमाप विचलन होता है। इसके लिए निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है :—

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}}$$

Where σ represents standard Deviation

d^2 ,, square of Deviation

n ,, number of items

प्रमाप विचलन का गुणक (Coefficient of Standard Deviation)– चतुर्थक या माध्य विचलन की ही भाँति प्रमाप विचलन अपकिरण का निरपेक्ष (Absolute) माप है। यहाँ भी इसे तुलना योग्य बनाने के लिए इसका गुणक निकाल कर इसे सापेक्ष रूप में परिवर्तित करते हैं। प्रमाप विचलन में समानान्तर माध्य का भाग देने से प्रमाप विचलन का गुणक (Coefficient of Standard Deviation) प्राप्त होता है। इसके लिए निम्न सूत्र का प्रयोग होता है :—

Coefficient of Standard Deviation $=\frac{\sigma}{a}$

Illustration 10

Find the Standard Deviation of the monthly salaries of 10 persons given below —

Persons	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Salaries in Rs	120	110	115	122	126	140	125	121	120	131

Also calculate the Coefficient of Standard Deviation

Solution 10

Calculation of Standard Deviation and its coefficient of the Monthly salaries of 10 persons

Persons	Salaries in Rs	Deviations from Mean (d)	Square of Devns (d^2)
A	120	−3	9
B	110	−13	169
C	115	−8	64
D	122	−1	1
E	126	+3	9
F	140	+17	289
G	125	+2	4
H	121	−2	4
I	120	−3	9
J	131	+8	64
n = 10	Σm = 1230		$\Sigma d^2 = 622$

$$a = \frac{\Sigma m}{n}$$

$$= \frac{1230}{10}$$

= Rs 123

Standard Deviation or $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}}$

$$= \sqrt{\frac{622}{10}}$$

$$= \sqrt{62\ 2}$$

= Rs 7 8

Coefficient of Standard Deviation $= \frac{\sigma}{\bar{X}}$

$$= \frac{7\ 8}{123}$$

= 06

लघु रीति (Short-cut Method)

प्रायः ऐसा होता है कि समान्तर माध्य पूर्णांक नहीं होता। ऐसी दशा में विचलन भी पूर्णांक नहीं होंगे। फिर उनका वर्ग लेना कठिन कार्य है। इस असुविधा से बचने के लिये लघु रीति से प्रमाप विचलन निकाला जाता है।

गणना विधि—इस रीति में प्रमाप विचलन निकालते समय निम्न क्रियायें करनी पड़ती हैं :—

(१) पद माला के मूल्यों में से किसी मूल्य को समानान्तर माध्य मान लेते हैं।

(२) इस कल्पित माध्य से श्रेणी के प्रत्येक मूल्य का विचलन निकालते हैं। विचलन निकालते समय धन व ऋण चिन्हों का ध्यान में रक्खा जाता है।

(३) प्रत्येक विचलन का वर्ग कर लेते हैं।

(४) इन सभी वर्गों को जोड़ लेते हैं।

(५) इस जोड़ में पदों की संख्या का भाग दे देते हैं।

(६) भजन फल में से वास्तविक समानान्तर माध्य व अनुमानित समानान्तर माध्य के अन्तर का वर्ग घटा देते हैं।

(७) घटाने से जो शेष बचता है, उसका वर्गमूल निकाल लेते हैं। यही प्रमाप विचलन होता है।

इसके लिए निम्न सूत्र प्रयोग किया जाता है —

$$d=\sqrt{\frac{\Sigma dx^2-n\ (a-x)^2}{n}}$$

Or

$$d=\sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{n}-(a-x)^2}$$

$$\sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{n}-\left(\frac{\Sigma dx}{n}\right)^2}$$

Where d —Standard Deviation
d^2=Square of Deviations
n =Number of items
a =Actual Arithmetic Average
x =Estimated Arithmetic Average.

Illustration 11

Ten students of the B Com class of a college have obtained the following marks in statistics out of 100 marks Calculate the Standard Deviation by the Short-cut as well as the Direct Method

Serial No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Marks	5	10	20	25	40	42	45	48	70	80

Solution 11

Calculation of the Standard Deviation of Marks obtained by 10 students of a college in Statistics

Serial No	Marks	Deviations from assumed Mean (40) dx	Square of Deviation dx^2	Deviation from actual Mean (38 5) d	Square of Deviations d^2
1	5	−35	1225	−33 5	1122 25
2	10	−30	900	−28 5	812 25
3	20	− 20	400	−18 5	342·25
4	25	−15	225	−13 5	182 25
5	40	0	0	+ 1 5	2 25
6	42	+ 2	4	+ 3 5	12 25
7	45	+ 5	25	+ 6 5	42·25
8	48	+ 8	64	+ 9 5	90 25
9	70	+30	900	+31 5	992·25
10	80	+40	1600	+41 5	1722 25
n=10	Σm=385		mdx² = 5343		Σdx² = 5320 05

$$a=\frac{\Sigma m}{n}$$

$$=\frac{385}{10}$$

$=38\ 5$ marks

Short cut Method

$$d=\sqrt{\frac{\Sigma d^2x}{n}-(a-x)^2}$$

$$=\sqrt{\frac{5343}{10}-(38\ 5-40)^2}$$

$$=\sqrt{534\ 3-2\ 25}$$

$$=\sqrt{532\ 05}$$

$=23\ 06$ marks

Direct Method

$$d=\sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}}$$

$$=\sqrt{\frac{5320\ 05}{10}}$$

$$=\sqrt{532\ 05}$$

$=23\ 06$ marks

खंडित श्रेणी का प्रमाप विचलन निकालना

(Calculation of Standard Deviation of Discrete Series)

ऋजु रीति (Direct Method)

गणना विधि—इस रीति से प्रमाप विचलन निकालते समय निम्न क्रियायें करनी पड़ती हैं :—

(१) पदमाला का समानान्तर माध्य निकाल लेते हैं।

(२) इस समानान्तर माध्य से पदमाला के प्रत्येक मूल्य का विचलन निकालते हैं। विचलन निकालते समय धन व ऋण चिन्हों को ध्यान में रक्खा जाता है।

(३) प्रत्येक विचलन का वर्ग कर लेते हैं।

(४) प्रत्येक विचलन के वर्ग को उसके सामने वाली आवृत्ति से गुणा करते हैं।

(५) विचलन के वर्ग व तत्सम्बन्धी आवृत्ति के गुणनफलों को जोड़ लेते हैं।

(६) इस जोड़ में आवृत्तियों की कुल संख्या से भाग दे देते हैं।

(७) भजनफल का वर्गमूल निकाल लेते हैं।
प्राप्त फल प्रमाप विचलन होता है।

इसके लिये निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है :—

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{n}}$$

Where, fd^2=Square of Deviations from mean multiplied by corresponding frequency.

n=number of items or total frequency.

Illustration 12.

Find ont the Mean and Standard Deviation of the following distribution :—

No. of accidents	0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10,	11,	12.
Persons involved	15,	16,	21,	10,	17,	8,	4,	2,	1,	2,	2,	0,	2.

Total 100.

(*B. Com., Agra, 1953*)

Solution 12

Calculation of the Standard Deviation

No of accidents m	Persons involved f	Product mf	Deviations from the Mean (3) d	Square of Deviations d^2	Frequency & Deviation fd^2
0	15	0	−3	9	135
1	16	16	−2	4	64
2	21	42	−1	1	21
3	10	30	0	0	0
4	17	68	+1	1	17
5	8	40	+2	4	32
6	1	24	+3	9	36
7	2	14	+4	16	32
8	1	8	+5	25	25
9	2	18	+6	36	72
10	2	20	+7	49	98
11	0	0	+8	64	0
12	2	24	+9	81	162
	n = 100	Σmf=304			Σfd^2=694

$$\bar{x} = \frac{\Sigma mf}{n}$$

$$= \frac{304}{100}$$

$$= 3.04$$

$$= 3 \text{ Approx}$$

$$\text{Standard Deviation} = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{694}{100}}$$

$$=\sqrt{6.94}$$
$$=2.6$$

इसका गुणक इसमें मध्यक का भाग देने पर निकलेगा।

लघु रीति (Short-cut Method)

गणना विधि—इस रीति से प्रमाप विचलन निकालते समय निम्न क्रियायें करनी पडती हैं :—

(१) पद माला के मूल्यों में से किसी भी मूल्य को माध्य मान लेते हैं।

(२) इस कल्पित माध्य से पदमाला के प्रत्येक मूल्य का विचलन निकालते हैं। विचलन निकालते समय धन व ऋण चिन्हों को ध्यान में रखा जाता है।

(३) प्रत्येक विचलन का वर्ग कर लेते हैं।

(४) प्रत्येक विचलन के वर्ग को उसके सामने वाली आवृत्ति से गुणा कर देते हैं।

(५) विचलन के वर्ग और आवृत्ति के गुणनफलों को जोड़ लेते हैं।

(६) इस जोड़ में आवृत्तियों की जोड़ का भाग दे देते हैं।

(७) भजनफल में से वास्तविक समानान्तर माध्य व अनुमानित समानान्तर माध्य के अन्तर का वर्ग घटा देते हैं।

(८) घटाने से जो शेष बचता है उसका वर्गमूल निकाल लेते हैं।

यही प्रमाप विचलन होता है।

इसके लिए निम्न सूत्र का प्रयोग करते हैं :—

$$\text{Standard Deviation or } \sigma=\sqrt{\frac{\Sigma fd^2x-n(a-x)^2}{n}}$$

Or

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma fd^2x}{n}-(a-x)^2}$$

Where, fd^2x=Square of Deviations from assumed arithmetic average multiplied by corresponding frequency

अन्य सभी चिन्ह पहले ही वाले अर्थों में प्रयोग किये जाते हैं। ऊपर के ही उदाहरण को लघु रीति से यहाँ किया जायेगा।

Solution 12

No of accidents m	Persons involved f	Deviations from assumed Mean (σ) dx	Frequency × Deviations fdx	Square of Deviations d²x	Frequency × Square of Deviations fd²x
0	15	−6	−90	36	540
1	16	−5	−80	25	400
2	21	−4	−84	16	336
3	10	−3	−30	9	90
4	17	−2	−34	4	68
5	8	−1	− 8	1	8
6	4	0	0	0	0
7	2	+1	+2	1	2
8	1	+2	+2	4	4
9	2	+3	+6	9	18
10	2	+4	+8	16	32
11	0	+5	0	25	0
12	2	+6	+12	36	72
	n=100		Σfdx=−296		Σfd²x=1570

$$a-x+\frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$=6+\left(\frac{-296}{100}\right)$$

$$=6-2.96$$

$$=3.04$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma fd^2x}{n}-(a-x)^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1570}{100}-(3.04-6)^2}$$

$$=\sqrt{15.70-8.76}$$

$$=\sqrt{6.94}$$

$$=2.6$$

अखंडित श्रेणी का प्रमाप विचलन निकालना
(Calculation of Standard Deviation of Continuous Series)

अखंडित श्रेणी में प्रमाप विचलन निकालने की रीति ठीक वही है जो खंडित श्रेणी में है। पहले अखंडित श्रेणी को उसके वर्गों के मध्य बिन्दुओं को निकालकर खंडित में परिवर्तित कर लेते हैं। इन्हीं मध्य बिन्दुओं को मूल्य को मानकर विचलन निकालते हैं।

इसका सूत्र ठीक वही है जो खंडित श्रेणी का है।

ऋजु रीति (Direct Method)

Illustration 13.

Calculate the standard deviation of the following data —

Age in years	Number of Persons
0—10	15
10—20	15
20—30	23
30—40	22
40—50	25
50—60	10
60—70	5
70—80	10

Solution 13.

Calculation of Standard Deviation by Direct Method.

Age in years m	Mid Value M. V.	No. of persons f	Product mf	Deviations from Mean d	Square of Deviations d²	Frequency × Square of Deviations fd²
0—10	5	15	75	—30·16	909·6256	13,644·3840
10—20	15	15	225	—20·16	406·4256	6,096·3840
20—30	25	23	575	—10·16	103·2256	2,374·1888
30—40	35	22	770	—·16	·0256	·5632
40—50	45	25	1125	9·84	96·8256	2,420·6400
50—60	55	10	550	19·84	393·6256	3,936·2560
60—70	65	5	325	29·84	890·4256	4,452·1280
70—80	75	10	750	39·84	1587·2256	15,872·2560
		n=125	Σmf= 4395			Σfd² = 48,796·8000

$$a = \frac{\Sigma mf}{n}$$

$$= \frac{4395}{125}$$

$$= 35.16 \text{ years}$$

$$\text{Standard Deviation or } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{48,796.8}{125}}$$

$$= \sqrt{390.37}$$

$$= 19.7 \text{ years}$$

$$\text{Coefficient of Standard Deviation} = \frac{\sigma}{a}$$

$$= \frac{19.7}{35.16}$$

$$= 5$$

ऊपर के ही प्रश्न को हम यहाँ लघु रीति से कर रहे हैं।

Calculation of Standard Deviation by Short cut Method

Age in years m	Mid Value mv	Number of persons f	Deviations from assumed Mean(35) dx	Frequency × Deviation fdx	Square of Deviations d²x	Frequency × Square of Deviations fd²x
0—10	5	15	−30	−450	900	13,500
10—20	15	15	−20	−300	400	6,000
20—30	25	23	−10	−230	100	2,300
30—40	35	22	0	0	0	0
40—50	45	25	+10	250	100	2,500
50—60	55	10	+20	200	400	4,000
60—70	65	5	+30	150	900	4,500
70—80	75	10	+40	400	1600	16,000
		n = 125		Σfdx = 20		Σ'

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 35 + \frac{20}{125}$$

$= 35.16$ years

Standard Deviation or $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2x}{n} - (a - x)^2}$

$$= \sqrt{\frac{48,800}{125} - (35.16 - 35)^2}$$

$$= \sqrt{390.4 - .03}$$

$$= \sqrt{390.37}$$

$= 19.7$ years

Coefficient of Standard Deviations $= \frac{\sigma}{a}$

$$= \frac{19.7}{35.16}$$

$= .5$

समावेशी श्रेणी का प्रमाप विचलन निकालना
(Calculation of Standard Deviation of Inclusive Series)

Illustration 14.

Compute the Standard Deviation from the following data

Monthly Expenditure on Food and luxuries	Number of Students
28—32	1
33—37	2
38—42	4
43—47	7
48—52	9
53—57	13
58—62	17
63—67	12
68—72	7
73—77	6
78—82	5

Solution 14

Monthly Expenditure m	Mid Value M V	No of students f	Deviations from assumed Meand (55) dx	Total Deviations Frequency × Deviations fdx	Square of Deviations d²x	Frequency × Square of Deviations fd²x
28—32	30	1	−25	−25	625	625
33—37	35	2	−20	−40	400	800
38—42	40	4	−15	−60	225	900
43—47	45	7	−10	−70	100	700
48—52	50	9	−5	−45	25	225
53—57	55	13	0	0	0	0
58—62	60	17	+5	+85	25	425
63—67	65	12	+10	+120	100	1200
68—72	70	7	+15	+105	225	1575
73—77	75	6	+20	+120	400	2400
78—82	80	3	+25	+75	625	1875
		n=81		Σfdx= +265		Σfd²x= 10725

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 55 + \frac{265}{81}$$

$$= 55 + 3.27$$

$$= 58.27 \text{ units}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2x}{n} - (a-x)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{10725}{81} - (58.27 - 55)^2}$$

$$= \sqrt{132.4 - 10.69}$$

$$= \sqrt{121.72}$$

$$= 11.03 \text{ units}$$

सामूहिक प्रमाप विचलन
(Combined Standard Deviation)

जिस प्रकार विभिन्न मध्यकों के आधार पर सामूहिक मध्यक निकाला जाता है। उसी प्रकार विभिन्न प्रमाप विचलनों के आधार पर सामूहिक प्रमाप विचलन निकाला जाता है। इसके लिये निम्न सूत्र प्रयुक्त होता है।

Combined Standard Deviation

$$\sqrt{\frac{f_1\sigma_1^2+f_2\sigma_2^2+f_3\sigma_3^2 \ldots +f_1d_1^2+f_2d_2^2+f_3d_3^2}{f_1+f_2+f_3}}$$

Where f_1, f_2, f_3 etc represent the number in each group respectively

σ_1 σ_2 σ_3 etc " " Standard Deviation of each group respectively

d_1, d_2 d_3 etc " " Difference between the arithmetic average of the group and the combined arithmetic average

Illustration 15

A distribution consists of three components with frequencies of 200, 250 and 300, having means of 25, 10 and 15, and standard deviations of 3, 4 and 5 respectively Find the mean and the Standard Deviation of the combined distribution

(M Com Banaras 1954)

Solution 15

$$\text{Combined Mean} = \frac{f_1a_1+f_2a_2+f_3a_3}{f_1+f_2+f_3}$$

$$= \frac{(200\times 25)+(250\times 10)+(300\times 1.}{200+250+300}$$

$$= \frac{12000}{750}$$

$$= 16 \text{ units}$$

Combined Standard Deviation =

$$\sqrt{\frac{f_1\sigma_1^2+f_2\sigma_2^2+f_3\sigma_3^2+f_1d_1^2+f_2d_2^2+f_3d_3^2}{f_1+f_2+f_3}}$$

$$=\sqrt{\frac{(200\times 3^2)+(250\times 4^2)+(250\times(10-16)^2)+(300\times(15-16)^2)}{200+250+300}}$$

$$=\sqrt{\frac{1800+4000+7500+16200+9000+300}{750}}$$

$\sqrt{38.4}$

$=6.19$ units

प्रमाप विचलन पर आधारित अन्य माप
(Other Measures Based on Standard Deviation)

प्रमाप विचलन पर आधारित अपकिरण के अन्य निम्न रूप हैं :—

(१) विचरण गुणक (Coefficient of Variation)
(२) विचरण मापांक (Variance)
(३) मापांक (Modulus)
(४) गुतथ्यता (Precision)
(५) उच्चावचन (Fluctuations)

विचरण गुणक (Coefficient of Variation)—प्रमाप विचलन अपकिरण का निरपेक्ष माप है इससे किसी श्रेणी के स्वरूप व बटन का अनुमान होता है परन्तु दो या अधिक श्रेणियों म अपकिरण की तुलना करने के लिये विचलन का गुणक निकाला जाता है। इसे निकालने के ढंगों का वर्णन किया जा चुका है। इनसे माप श्रेणियों के अपकिरण तुलना योग्य तो हो जाते हैं परन्तु विचलन गुणक प्रायः दशमलव अंकों में आते हैं इसलिये विचलन के अन्तर का ठीक अनुमान नहीं हो पाता। इस असुविधा से बचने के लिये विचरण गुणक का सहारा लिया जाता है। विचरण गुणक निकालने के लिये प्रमाप विचलन के गुणक को १०० से गुणा कर देते हैं। इसके लिये निम्न सूत्र प्रयोग में आता है :—

Coefficient of Variation or $V=\frac{\sigma}{\bar{x}}\times 100$

Illustration 16

From the prices of shares X and Y given below state which share is more stable in value —

X 55, 54, 52, 53, 56, 58, 52, 50, 51, 49
Y 108, 107, 105, 105, 106, 107, 104, 103, 104, 101

Solution 16.

Calculation of Coefficient of Variation

X—series			Y—series		
Size m	Deviations from Mean (53) d	Square of Deviations d^2	Size m	Deviations from mean (105) d	Square of Deviations d^2
55	+2	4	108	+3	9
54	+1	1	107	+2	4
52	−1	1	105	0	0
53	0	0	105	0	0
56	+3	9	106	+1	1
58	+5	25	107	+2	4
52	−1	1	104	−1	1
50	−3	9	103	−2	4
51	−2	4	104	−1	1
49	−4	16	101	−4	16
$\Sigma m=530$ $a=\frac{530}{10}$ $=53$ units		$\Sigma d^2=70$	$\Sigma m=1050$ $a=\frac{1050}{10}$ $=105$ units		$\Sigma d^2=40$

X-Series | **Y-series**

Standard Deviation or $\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}}$ $\qquad \sigma=\sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}}$

$=\sqrt{\frac{70}{10}}$ $\qquad =\sqrt{\frac{40}{10}}$

$=\sqrt{7}$ $\qquad =\sqrt{4}$

$=2.64$ $\qquad =2$

Coefficient of Variation or $V=\frac{2.64}{53}\times 100$ Coeff of $V=\frac{2}{105}\times 100$

$=4.98$ $\qquad =1.90$

Hence the prices of Y-Series are more stable.

विचरण मापाक (Variance)—विचरण मापाक प्रमाप विचलन का वर्ग (σ^2) होता है। इस द्वितीय घात का अपकिरण भी कहते हैं। इसका प्रयोग उच्च साख्यिकीय अध्ययन में किया जाता है। इसका सूत्र निम्न है :—

$$\text{Variance} = \sigma^2 \text{ or } \frac{\Sigma fd^2}{n}$$

मापाक (Modulus)—मापाक द्वितीय अपकिरण घात पर आधारित अपकिरण का एक माप है। यदि किसी समंक श्रेणी के विचलनों के वर्ग के योग का दुगुना करके उसमें पदों की संख्या से भाग दिया जाय और इस प्रकार प्राप्त भजनफल का वर्गमूल निकाला जाय तो जो परिणाम प्राप्त होगा वह मापाक है। इसका सूत्र निम्न है :—

$$\text{Modulus (c)} = \sqrt{\frac{2\Sigma fd^2}{n}}$$

सुनम्यता (Precision)—यदि किसी समंक के मापाक का व्युत्क्रम (Reciprocal) निकाला जाय तो प्राप्त परिणाम सुनम्यता कहलायेगा। इसके लिये निम्न सूत्र प्रयोग में आता है :—

$$\text{Precision or } P = 1 - \sqrt{\frac{2\ \Sigma fa^2}{n}} \text{ or } \frac{1}{C}$$

उच्चावन (Fluctuations)—मापाक के वर्ग को उच्चावचन कहते हैं। सूत्र के रूप में इसे निम्न ढग से व्यक्त करेंगे।—

$$\text{Fluctuations} = \frac{2\Sigma fd^2}{n}$$

प्रमाप विचलन के गुण (Merits of Standard Deviation)

प्रमाप विचलन के गुण निम्न हैं :—

(१) उच्चतर गणितीय अध्ययन में प्रयोग—गणितीय दृष्टि से पूर्णतया शुद्ध होने के कारण इसका प्रयोग उच्चतर अध्ययनों में होता है।

(२) समस्त मूल्यों पर आधारित—प्रमाप विचलन पद माला के सभी मूल्यों पर आधारित होता है। इसलिये यह पूर्ण शुद्ध होता है।

(३) बीजगणितीय नियमों का पालन—विचलनों के वर्गों द्वारा यहाँ बीजगणितीय नियमों का पूर्णत पालन होता है। ऋणात्मक विचलन भी वर्ग करने से धनात्मक हो जाते हैं।

(४) आकस्मिक परिवर्तनों का कम प्रभाव—अन्य विचलनों की अपेक्षा प्रमाप विचलन पर आकस्मिक परिवर्तनों का बहुत कम प्रभाव पड़ता है।

(५) निश्चित माप—प्रमाप विचलन विचलन का एक निश्चित माप है। इसे प्रत्येक स्थिति में ज्ञात किया जा सकता है।

(६) न्यादर्श के घट बढ़ का कम प्रभाव—अपकिरण के किसी भी अन्य माप की अपेक्षा इस पर निदर्शन के उच्चावचन का कम प्रभाव पड़ता है।

(७) निर्वचन की सुविधा—इसके द्वारा निर्वचन सम्भव होता है। इसलिये यह अक वटन व माला की आकृति को समझने में बहुत सहायक होता है।

प्रमाप विचलन के दोष (Demerits of Standard Deviation)

प्रमाप विचलन के निम्न दोष हैं :—

(१) गणन क्रिया कठिन—इसकी गणना करने की क्रिया कठिन होने के कारण सर्व साधारण के लिये असुविधाजनक है।

(२) समझना कठिन—गणन-क्रिया कठिन होने के कारण इसे जन सामान्य को समझना भी बहुत कठिन है।

(३) अति सीमान्त पदों को अधिक महत्व—यह मध्यक की सहायता से निकाला जाता है इसलिये यह चरम पदों (Extreme items) को अधिक महत्व देता है। फलस्वरूप प्रमाप विचलन बढ़ जाता है।

तृतीय घात का अपकिरण (Third Moment of Dispersion)

इस रीति के अनुसार प्रत्येक विचलन का घन (Cube) निकाला जाता है। फिर खडित और अखडित श्रेणियों में इस प्रकार निकाले गये प्रत्येक घन से उसके सामने की आवृत्ति का गुणा कर देते हैं। इन गुणनफलों के योग में आवृत्तियों की कुल संख्या का भाग दे देते हैं। व्यक्तिगत श्रेणियों में आवृत्तियां नहीं होती इसलिये वहाँ विचलनो के घनो के योग म पदो की सख्या का भाग दे देते हैं। फिर भजनफल का घनमूल (Cube root) निकाल देते हैं। अपकिरण के इस प्रकार के माप को घन विचलन रीति (Cubed Deviation Method) भी कहते हैं। इसे सूत्र के रूप में निम्न ढग से लिखा जाता है :—

Individuals series :—

$$\text{Third Moment of Dispersion} = \sqrt[3]{\frac{\Sigma d^3}{n}}$$

$$\text{Coefficient of Third Moment of Dispersion} = \frac{\sqrt[3]{\frac{\Sigma d^3}{n}}}{\sigma}$$

$$=3\sqrt{\frac{\frac{\Sigma d^3}{n}}{\delta}}$$

b. **Discrete or Continuous Series :—**

Third Moment of Dispersion $=3\sqrt{\frac{\Sigma fd^3}{n}}$

Coefficient of Third Moment of Dispersion $=3\sqrt{\frac{\frac{\Sigma fd^3}{n}}{\sigma}}$

Or $=3\sqrt{\frac{\frac{\Sigma fd^3}{n}}{\delta}}$

अपकिरण के विभिन्न मापों के बीच सम्बन्ध
(Relation between Different Measures of Dispersion)

यों तो अपकिरण के विभिन्न मापों में कोई निश्चित सम्बन्ध नहीं होता तो भी उनमें निम्नलिखित सम्बन्ध लगभग ठीक होता है :—

(१) विस्तार (Range) चरम मूल्यों (Extreme items) के अन्तर द्वारा अपकिरण की अधिक से अधिक मात्रा को प्रकट करता है। इसमें सभी मूल्य आ जाते हैं।

(२) अन्तर चतुर्थक विस्तार (Inter Quartile Range) दोनों चतुर्थकों के बीच के मूल्यों के अपकिरण को प्रकट करता है। इसमें लगभग आधी समंक श्रेणी का उपयोग नहीं होता।

(३) अर्द्ध-अन्तर-चतुर्थक-विस्तार (Semi-inter Quartile Range) अथवा चतुर्थक विचलन (Quartile Deviation) एक ऐसी संख्या प्रदान करता है जिसे मध्यका के दोनों ओर रखने पर समस्त पदों के आधे उसकी सीमा में आ जाते हैं अर्थात् अन्तर चतुर्थक विस्तार ज्ञात हो जाता है अर्थात् मध्यका + चतुर्थक विचलन और मध्यका — चतुर्थक विचलन इन दोनों के बीच आधे पद आ जाते हैं। परन्तु ऐसा समित ग्रा वटन में ही सम्भव होगा।

(४) चतुर्थक विचलन प्रमाप विचलन का $\frac{2}{3}$ तथा माध्य विचलन का $\frac{5}{6}$ होता है।

(५) सामान्य तथा अल्प समितीय वितरण में माध्य विचलन प्रमाप विचलन का ०·७९७९ अर्थात् प्रमाप विचलन का $\frac{4}{5}$ होता है। सूत्र के रूप में :—

$$\delta=\frac{4}{5}\sigma$$

(६) विस्तार प्रमाप विचलन का चार गुना से छः गुना तक होता है।

(७) सामान्य (Normal) अथवा अल्प विषम बटन (Slightly Skewed Distribution) में समानान्तर माध्य के दोनों ओर प्रमाप विचलन को रखा जाय तो उसमें लगभग दो तिहाई पद सम्मिलित होते हैं। अर्थात् $a+\sigma$ और $a-\sigma$ किसी चल में दो तिहाई पदों को सम्मिलित करते हैं। इसी प्रकार $a+२\sigma$ और $a-२\sigma$ में किसी चल के लगभग ९५% पदों का तथा $a+३\sigma$ और $a-३\sigma$ लगभग ९९% पदों का समावेश होता है।

(८) सामान्य वंटन में संभावित विभ्रम (Probable Error) प्रमाप विचलन का ·६७४५ होता है। समानान्तर माध्य में संभावित विभ्रम (Probable Error) का दूना दोनों ओर रखने पर अर्थात् $a+2$P.E. और $a-2$P.E. किसी चल के ५०% पदों का ५०% सम्मिलित करते हैं। इसी प्रकार $a+8$P.E. और $a-8$P.E. किसी चल के ९९% पदों को सम्मिलित करते हैं।

सूत्र के रूप में इन सम्बन्धों को निम्न ढंग से व्यक्त करेंगे :—

(१) M$\pm$Q. D. = 50% items

(२) Q. D. $= \frac{2}{3}\sigma$

(३) Q. D. $= \frac{5}{6}\delta$

(४) $\delta = \frac{4}{5}\sigma$

(५) Range = 4 to 6 σ

(६) $a\pm\sigma$ = 67% items

(७) $a\pm2\sigma$ = 95% ,,

(८) $a\pm3\sigma$ = 99% ,,

(९) P.E. = ·6745 σ

(१०) Mean$\pm$2 P.E. = 50% items

(११) Mean$\pm$8 P. E. = 99% ,,

लॉरेंज वक्र
(Lorenz Curve)

अपकिरण को प्रदर्शित करने के लिये लॉरेंज वक्र (Lorenz Curve) का भी प्रयोग होता है। अपकिरण को प्रदर्शित करने की यह एक बिन्दुरेखीय रीति (Graphical Method) है। इस वक्र का प्रयोग सर्वप्रथम डा० मैक्स ओ० लॉरेंज (Dr. Max O. Lorenz) ने किया। उन्हीं के नाम पर इस वक्र का नाम लॉरेंज वक्र पड़ा। इस वक्र से अपकिरण का प्रदर्शन मात्र होता है। इससे अपकिरण का मापन सम्भव नहीं। बिन्दुरेखीय पत्र पर लॉरेंज वक्र बनाने की पद्धति निम्न है :—

(१) मूल्यों (Measurements) का संचयी मूल्य (Cumulative Measurement) निकाल लेते हैं। अन्तिम संचयी मूल्य को १०० मानकर शेष सभी संचयी मूल्यों को प्रतिशत मे परिवर्तित कर लेते हैं।

(२) ठीक इसी प्रकार आवृत्तियों (Frequency) की संचयी आवृत्ति (Cumulative frequency) निकाल लेते है। अन्तिम संचयी आवृत्ति को १०० मानकर शेष सभी आवृत्तियों को प्रतिशत मे परिवर्तित कर लेते है।

(३) संचयी मूल्यों के प्रतिशत को य (X) अक्ष पर और संचयी आवृत्तियों के प्रतिशत को र (Y) अक्षर पर दिखलाया जाता है।

(४) संचयी मूल्यों के प्रतिशत को १०० से प्रारम्भ करके ० तक और संचयी आवृत्तियों को ० से प्रारम्भ करके १०० तक दिखलाया जाता है। इसके उलटा भी किया जा सकता है।

(५) ० से १०० को एक सीधी रेखा से मिला देते हैं। इस रेखा को समान बंटन की रेखा (Line of Equal Distribution) कहते हैं।

(६) अब संचयी मूल्यों के प्रतिशत और संचयी आवृत्तियों के प्रतिशत को क्रमानुसार अंकित करेंगे। समान बंटन की रेखा के दोनों छोरों से अंकित बिन्दुओं को क्रमश: मिलाते हुये वक्र बना लेंगे। यही लॉरेंज वक्र होगा।

लॉरेंज वक्र के द्वारा अपकिरण अध्ययन करने की रीति
(The Method to Study Dispersion by Lorenz Curve)

(१) लारेंज वक्र समान-बटन-रेखा (Line of Equal Distribution) के जितना समीप होता है उतना ही कम अपकिरण होता है अर्थात् वितरण या बटन उतना ही सम होता है।

(२) इसके विपरीत लॉरेंज वक्र समान-बंटन-रेखा से जितना दूर होता है उतना ही अधिक अपकिरण होता है अर्थात् वितरण या बटन उतना ही विषम होता है।

(३) यदि लॉरेंज वक्र समान-बटन रेखा पर पड़ता है तो इसका अर्थ यह हुआ कि वहाँ अपकिरण एकदम नहीं है अर्थात् वितरण पूर्ण रूप से सम है।

(४) यदि दो लॉरेंज वक्र हों तो जो समान-बंटन-रेखा के पास होगा—उस श्रेणी मे दूसरे की अपेक्षा कम अपकिरण होगा।

व्यक्तिगत श्रेणी में लॉरेंज वक्र का बनाना
(Construction of Lorenz Curve in Individual Series)

Illustration 17.

Below are given the net Profits of a business for 5 years.

Year	Net Profit (in Thousand Rupees)
1955	22
1956	36
1957	45
1958	32
1959	65

Draw a graph to show the distribution —

Solution 17.

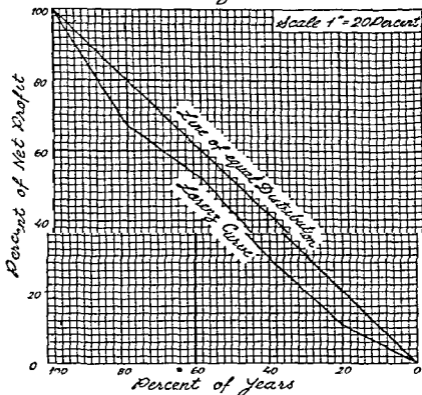
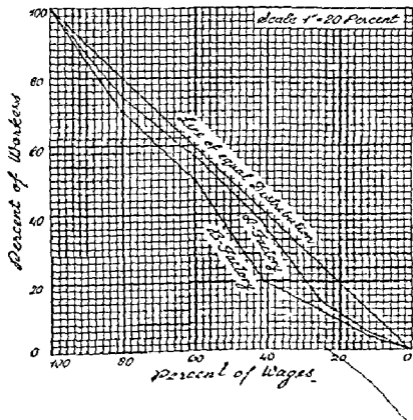
Year	Percent	Net Profit (in000 Rs.)	Cumulative Profit	Percent
1955	20	22	22	11
1956	40	36	58	29
1957	60	45	103	51·5
1958	80	32	135	67·5
1959	100	65	200	100

खंडित या विच्छिन्न श्रेणी में लॉरेंज वक्र का बनाना
(Construction of *Lorenz* Curve in Discrete Series)

Illustration 18.

From the following data show the extent of Dispersion by means of Lorenz curve —

Monthly wage in Rs	Number of workers	
	A—Factory	B—Factory
18	2	2
56	4	4
60	9	4
76	8	15
80	7	10
80	10	15

Solution 18.

Monthly Wage in Rs	Comulative Wages	%	A—Factory			B—Factory		
			No of workers	Cumulative No	%	No of workers,	Cumulative No	%
48	48	12	2	2	5	2	2	4
56	104	26	4	6	15	4	6	12
60	164	41	9	15	37.5	4	10	20
76	240	60	8	23	57.5	15	25	50
80	320	80	7	30	75	10	35	70
80	400	100	10	40	100	15	50	100

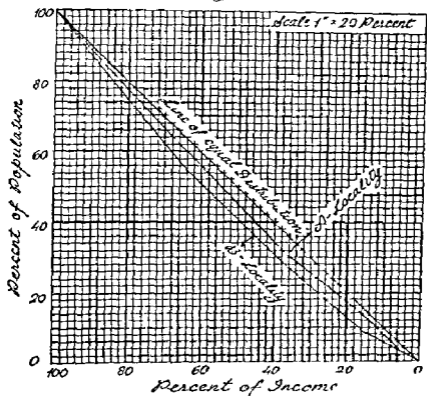
अखंडित या अविच्छिन्न श्रेणी मे लारेंज वक्र का बनाना
(Construction of Lorenz Curve in Continuous Series)

Illustration 19

The following table gives the population and weekly earnings of two localities A and B Represent the data graphically so as to bring out the inequality of the distribution of earnings

Weakly earnings in Rs	Number of persons	
	Locality—A	Locality—B
0—20	2	4
20—40	12	10
40—60	16	40
60—80	30	56
80-100	40	90

Solution 19

Weekly earning in Rs	Mid Value	Cumulative Earnings	%	A—Locality			B—Locality		
				No of persons	Cumulative No	%	No of Persons	Cumulative No	%
0—20	10	10	4	2	2	2	4	4	2
20—40	30	40	16	12	14	14	10	14	7
40—60	50	90	36	16	30	30	40	54	27
60—80	70	160	64	30	60	60	56	110	55
80-100	90	250	100	40	100	100	90	200	100

लारेंज वक्र के गुण (Merits of Lorenz Curve)

लारेंज वक्र के निम्न गुण हैं :—

(१) चित्ताकर्षक—बिन्दुरेखीय रीति से प्रदर्शित होने के कारण अपकिरण को प्रदर्शित करने का यह ढंग बहुत प्रभावशाली व चित्ताकर्षक लगता है।

(२) तुलना सम्भव—दो या अधिक मात्राओं में तुलना इन वक्रों की सहायता से बड़ी सरलता से की जा सकती है।

(३) समझने में सरल—इसके निर्माण में अंकों का अपेक्षाकृत कम प्रयोग होता है इसलिए इसका समझना सरल होता है।

(४) वर्गान्तरों का समान होना आवश्यक नहीं—इस वक्र के निर्माण के लिये समस्त श्रेणी में वर्गान्तरों का समान होना आवश्यक नहीं। मैं

लारेंज वक्र के दोष (Demerits of Lorenz Curve)

इस वक्र का सबसे बड़ा दोष यह है कि इससे अपकिरण के संख्यात्मक माप का पता नहीं लगाया जा सकता।

विषमता
(Skewness)

हम यह देख चुके हैं कि माध्य समक माला की केन्द्रीय प्रवृत्ति को प्रकट करता है और अपकिरण के माप समक माला के आवृत्ति वितरण व आकार को प्रकट करते हैं और यह बतलाते हैं कि माध्य से चल मूल्यों का विचलन कितना है। इन दोनों प्रकार के मापों अर्थात् माध्य और अपकिरण के माप से हम यह अनुमान नहीं लगा सकते कि समक श्रेणी समित (Symmetrical) है या असमित (Asymmetrical)। इसका पता लगाने के लिये विषमता के मापों (Measures of Skewness) का सहारा लेना पड़ता है।

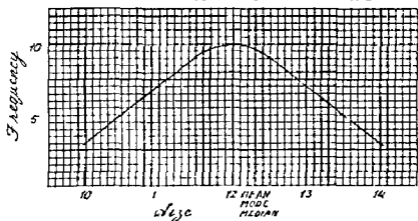
किसी वक्र की विषमता समिति (Symmetry) का अभाव है। विषमता का माप (Measure of Skewness) एक ऐसा सम्यात्मक माप होता है जो किसी समक माला के असंमितीय प्रकृति को प्रकट करता है। पूर्णतः सम्मित वितरण केवल भौतिक विज्ञानों मे ही सम्भव हो सकता है विषमता किसी समंक माला के आवृत्ति वितरण की वक्र रेखा की बनावट से सम्बन्धित होती है।

आवृत्ति-वितरण के प्रकार
(Types of Frequency Distribution)

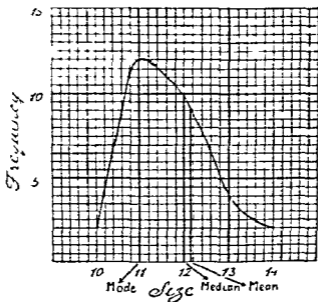
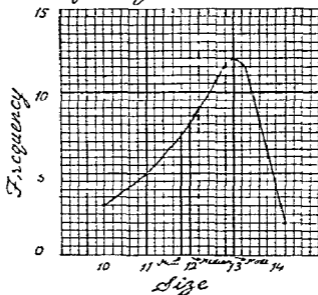
सामान्यतः आवृत्ति वितरण निम्न प्रकार के हो सकते हैं :—

सामान्य वितरण—(Normal Distribution)—इसके वक्र को सामान्य वक्र (Normal Curve) या सामान्य-विभ्रम-वक्र (Normal Curve of Error) कहते है। प्रायः यह देखने म आता है कि प्रारम्भ म मूल्यों की आवृत्तियां कम होती हैं। धीरे २ आवृत्तियाँ बढ़ती जाती हैं और अन्त मे फिर कम हो जाती हैं। यदि इन आवृत्तियों को बिन्दुरेखीय पत्र पर प्रदर्शित किया जाय तो घन्टी के आकार का वक्र (Bell shaped Curve) बनेगा। इस वक्र को यदि ठीक बीच मे मोड दिया जाय तो मोड़ के एक ओर का वक्र दूसरी ओर के वक्र को पूर्ण रूप मे आच्छादित कर लेगा। यहाँ पर पूर्ण समिति होगी और विषमता का अभाव होगा।

उदाहरण

Size	Frequency
10	3
11	7
12	10
13	7
14	,

(२) विषम वितरण (**Asymmetrical Distribution**)—इस प्रकार के आवृत्ति वितरण में आवृत्तियां भूयिष्ठक की एक ओर अधिक तथा दूसरी ओर कम होती हैं। यहाँ मध्यका, भूयिष्ठक और समानान्तर माध्य सभी एक बिन्दु पर नहीं होते। इस प्रकार की श्रेणी विषम श्रेणी (Skewed Series) कहलाती है और उसमें विषमता (Skewness) होती है। यह विषमता भी दो प्रकार की हो सकती है :—

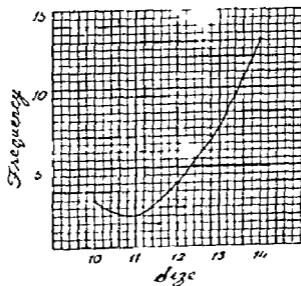
(क) धनात्मक (**Positive**)—यदि मध्यक का मूल्य मध्यका या भूयिष्ठक से अधिक है तो विषमता धनात्मक (+) होगी। दूसरे शब्दों में यदि वक्र दाहिनी ओर अधिक झुका है तो विषमता धनात्मक होगी। धनात्मक विषमता को अनुलोम विषमता भी कहते हैं। ऐसी श्रेणी को यदि बिन्दुरेखीय-पत्र की सहायता से प्रदर्शित किया जाय तो वक्र का लम्बा सिरा अधिक मूल्य वाले स्थानों को जाता है। धनात्मक विषमता में पहले भूयिष्ठक, फिर मध्यका और फिर मध्यक आते हैं। यह निम्न चित्र में प्रदर्शित किया गया है :—

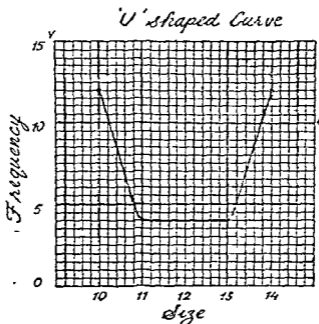
Size	Frequency
10	2
11	12
12	10
13	4
14	2

(ख) ऋणात्मक (Negative)—वक्र ऋणात्मक रूप से भी विषम (Negatively Skewed) हो सकता है। यदि मध्यक का मूल्य मध्यका या भूयिष्ठक से

कम है तो विषमता ऋणात्मक (—) होगी। ऐसी दशा में वक्र बायीं ओर अधिक झुका होता है। ऋणात्मक विषमता को विलोम विषमता भी कहते हैं। यदि ऐसी श्रेणी को बिन्दुरेख द्वारा प्रदर्शित किया जाय तो वक्र का लम्बा सिरा कम मूल्य वाले स्थानों को जाता है। ऋणात्मक विषमता में पहले पहल मध्यक, फिर मध्यका और सबसे पश्चात् भूयिष्ठक आता है। यह ऊपर के चित्र में प्रदर्शित किया गया है :—

Size	Frequency
10	3
11	5
12	8
13	12
14	2

(३) 'जे' के आकार का वितरण (J-Shaped distrithuion)—इस प्रकार के वितरण में आवृत्तियाँ लगभग एक क्रम से घटती हैं या बढ़ती हैं। इस वक्र का आकार अंग्रेजी अक्षर 'जे' (J) के लगभग समान होता है। यह नीचे प्रदर्शित है।

उदाहरण :—

Size	Frequency
10	3
11	2
12	4
13	8
14	13

(४) 'यू' के आकार का वितरण—(U-Shaped distribution)—इस प्रकार के आवृत्ति वितरण म प्रारम्भ मे आवृत्तियाँ अधिक होती हैं और बीच मे आवृत्तियाँ बहुत कम हो जाती हैं और अन्त में फिर आवृत्तियाँ अधिक हो जाती है। इस प्रकार जो आवृत्ति वक्र बनता है उसकी आकृति अंग्रेजी के 'यू' (U) अक्षर के समान होता है। इसे हम नीचे प्रदर्शित करेंगे :—

Size	Frequency
10	12
11	4
12	4
13	4
14	12

विषमता की जाँच (Tests of Skewness)

इस बात की जाँच करने के लिये कि किसी श्रेणी मे विषमता है या नहीं निम्न आधार हैं :—

(१) यदि किसी श्रेणी मे मध्यका, मध्यक और भूयिष्ठक का मूल्य समान होता है तो वहाँ विषमता नहीं होती। इन तीनों माध्यों के मूल्यों मे जितना अधिक अन्तर होगा, वहाँ विषमता उतनी ही अधिक होगी। श्रेणी के धनात्मक रूप से

विषम (Positively Skewed) होने पर पहले भूयिष्ठक, फिर मध्यका और फिर मध्यक आते हैं। श्रेणी के ऋणात्मक रूप से विषम होने पर पहले मध्यक, फिर मध्यका और अन्त में भूयिष्ठक आता है।

(२) यदि मध्यक मध्यका या भूयिष्ठक से लिये गये धनात्मक (+) विचलनों योग के या योग ऋणात्मक (—) विचलनों के बराबर होता है तो विषमता नहीं होती।

(३) यदि भूयिष्ठक के दोनों ओर की आवृत्तियों का योग बराबर होता है तो विषमता नहीं होती।

(४) यदि मध्यका से प्रथम चतुर्थक (Q_1) और तृतीय चतुर्थक (Q_3) का अन्तर बराबर हो तो विषमता नहीं होती।

(५) यदि दशमक या शतमक के जोड़े मध्यका से समान दूरी पर हों तो विषमता नहीं होती।

(६) यदि समंक माला को वक्र द्वारा प्रदर्शित किया जाय तो सामान्य वक्र (Normal Curve) बने और यदि बीच में उस वक्र को मोड़ दिया जाय तो एक भाग दूसरे को पूर्ण रूप से आच्छादित करले तो विषमता नहीं होगी।

जहाँ उपर्युक्त परिस्थितियाँ जितने अंशों में नहीं होंगी, वहाँ विषमता उतने ही अंशों में होगी।

विषमता के माप
(Measures of Skewness)

विषमता निकालने की निम्न रीतियाँ हैं :—

(१) विषमता का प्रथम माप (First Measure of Skewness)

(२) ,, ,, द्वितीय ,, (Second ,, , ,)

(३) ,, तृतीय ,, (Third , , ,,)

विषमता का प्रथम माप (First Measure of Skewness) यह स्पष्ट किया जा चुका है कि जब किसी श्रेणी में मध्यक, मध्यका और भूयिष्ठक का मूल्य असमान होता है तो विषमता होती है। इनमें अन्तर जितना अधिक होगा विषमता उतनी ही अधिक होगी। यह धनात्मक या ऋणात्मक कुछ भी हो सकती है। अतः विभिन्न मध्यकों का अन्तर ही विषमता का माप होता है। इसके सूत्र निम्नलिखित है —

(1) Measure of skewness (sk) = Median — Mode

$$= M - Z$$

$$\text{Coefficient of skewness or } j = \frac{\text{Median} - \text{Mode}}{\text{Mean Deviation from the mode}}$$

$$= \frac{M - Z}{\delta z}$$

(२) जहाँ भूयिष्ठक स्पष्ट न हो अर्थात निश्चित रूप से न निकाला जा सके तो निम्न सूत्र प्रयुक्त होगा:—

$$\text{Measure of skewness (sk)} = \text{Mean} - \text{Median} = a - M$$

$$\text{Coefficient of skewness or } j = \frac{\text{Mean} - \text{Median}}{\text{Mean Deviation from the Median}}$$

$$\text{or} = \frac{a - M}{\delta m}$$

"

$$\text{or} = \frac{a - M}{\delta a}$$

(३) मध्यका तथा भूयिष्ठक के अन्तर से भी इसे निकाला जा सकता है :—

$$\text{Measure of skewness (sk)} = \text{Median} - \text{Mode} = M - Z$$

$$\text{Coefficient of skewness or } j = \frac{\text{Median} - \text{Mode}}{\text{Mean Deviation from the Mode}}$$

$$= \frac{M - Z}{\delta z}$$

$$\text{or} = \frac{M - Z}{\delta m}$$

(४) कार्ल पियर्सन ने निम्न सूत्र का प्रयोग किया है :—

$$\text{Measure of skewness (sk)} = \text{Mean} - \text{Mode} = a - Z$$

$$\text{Coefficient of skewness or } j = \frac{\text{Mean} - \text{Mode}}{\text{Standard Deviation}}$$

$$= \frac{a - Z}{\sigma}$$

(५) यदि भूयिष्ठक स्पष्ट न हो तो कार्ल पियर्सन ने निम्न सूत्र का प्रयोग बताया है :—

$$\text{Mode} = \text{Mean} - 3(\text{Mean} - \text{Median})$$

$$\text{Measure of Skewness} = 3(\text{Mean} - \text{Median})$$

$$\text{Coefficient of skewness or } j = \frac{3(\text{Mean} - \text{Median})}{\text{Standard Deviation}}$$

$$= \frac{3(a - M)}{\sigma}$$

इन सभी सूत्रों में कार्ल पियर्सन का सूत्र सर्वश्रेष्ठ माना जाता है। इसीलिये यह सर्वाधिक प्रचलित है। इस सूत्र के आधार पर हम एक उदाहरण लेंगे :—

Illustration 19

From the following data find out the Karl Pearson's coefficient of skewness —

Measurement	10	11	12	13	14	15
Frequency	2	4	10	8	5	1

Solution 19.

Measurement (m)	Frequency (F)	Deviation from assumed mean (dx)	Product of F & D (fdx)	Square of Deviation (d^2x)	Product of F & D (fd^2x)
10	2	−2	− 4	4	8
11	4	−1	− 4	1	4
12	10	0	0	0	0
13	8	+1	+ 8	1	8
14	5	+2	+10	4	20
15	1	+3	+ 3	9	9
			$\Sigma fdx = +13$		$\Sigma fd^2x = 49$

$$\text{Arithmetic Average (a)} = x + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 12 + \frac{13}{30}$$

$$= 12 + .43$$

$$= 12.43$$

By inspection we find that the Mode is 12.

$$\text{Standard Deviation } (\sigma) = \sqrt{\frac{\Sigma fdx^2 - n(a-x)^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{49 - 30(12.43 - 12)^2}{30}}$$

$$= \sqrt{\frac{49 - 5.5}{30}}$$

$$= \sqrt{1.45}$$

$$= 1.2$$

Measure of skewness $= a - z$

$= 12{\cdot}43 - 12$

$= {\cdot}43$

Coefficient of skewness $= \dfrac{12{\cdot}43 - 12}{1{\cdot}2}$

$= \dfrac{{\cdot}43}{1{\cdot}2}$

$= 358$

कार्ल पियर्सन के दूसरे सूत्र को प्रयोग करते हुये उदाहरण :—

Illustration 20.

Calculate Karl Pearson's coefficient of skewness from the following data :—

Marks	Number of students
Above 0	150
,, 10	140
,, 20	100
,, 30	80
,, 40	80
,, 50	70
,, 60	30
,, 70	14
,, 80	0

(*M. A. Rajputana, 1956*)

Solution 20.

First we change the cumulative frequencies into ordinary ones :

Marks	Number of students
0—10	10
10—20	40
20—30	20
30—40	0
40—50	10
50—60	40
60—70	16
70—80	14
80 and above.	0

Measure-ment (m)	Freque-ncy (F)	Mid-Value (M V)	C F	Deviation from assumed Mean (35) (dx)	Product of frequency & deviations (fdx)	Square of Deviations (d²x)	Product of f & D Squares (fd²x)
0—10	10	5	10	—30	—300	900	9,000
10—20	40	15	50	—20	—800	400	16,000
20—30	20	25	70	—10	—200	100	2,000
30—40	0	35	70	0	0	0	0
40—50	10	45	80	+10	+100	100	1,000
50—60	40	55	120	+20	+800	400	16,000
60—70	16	65	136	+30	+480	900	14,400
70—80	14	75	150	+40	+560	1600	22,400
80 & above	0	85	150	+50	0	0	0
	n=150				Σfdx= +640		Σfd²x= 80 800

$$\bar{a} = \bar{x} + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 35 + \frac{640}{150}$$

$$= 35 + 4.27$$

$$= 39.27 \text{ marks}$$

$$\text{Median} = \text{size of} \left(\frac{n+1}{2}\right)\text{th item}$$

$$= \text{,, ,,} \left(\frac{150+1}{2}\right)\text{th item}$$

$$= \text{,, ,,} \quad 75.5\text{th item}$$

$$\text{Median} = l_1 + \frac{l_2 - l_1}{f}(m - c)$$

$$= 40 + \frac{50-40}{10} \quad (75.5-70)$$

$$= 40 + \frac{10}{10} \times 5.5$$

$$= 45.5 \text{ marks}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2x - n(\bar{a}-\bar{x})^2}{n}}$$

$$=\sqrt{\frac{80,800-150\,(39.27-35)^2}{150}}$$

$$=\sqrt{\frac{80,800-2734.5}{150}}$$

$=22.8$ marks.

$$\text{Coefficient of Skewness}=\frac{3(a-M)}{\sigma}$$

$$=\frac{3(39.27-45.5)}{22.8}$$

$$=\frac{-18.69}{22.8}$$

$$=-.82$$

विषमता का द्वितीय माप (Second Measure of Skewness)

यह हम देख चुके हैं कि एक समित आवृत्ति वितरण में प्रथम चतुर्थक और तृतीय चतुर्थक मध्यका से समान दूरी पर होते हैं। यदि विषमता होती है तो यह दूरी असमान होती है। जितनी ही यह असमानता अधिक होती है, विषमता उतनी ही अधिक होती है। इस आधार पर विषमता तथा उसका गुणक निकालने के सूत्र निम्न हैं—

$$\text{Skewness}=(Q_3-M)-(M-Q_1)$$
$$=Q_3+Q_1-2M$$

$$\text{Coefficient of Skewness}=\frac{(Q_3-M)-(M-Q_1)}{(Q_3-M)+(M-Q_1)}$$

$$=\frac{Q_3+Q_1-2M}{Q_3-Q_1}$$

Illustration 21.

Find the coefficient of skewness of the two groups given below and point out which distribution is more skewed :

Marks	Group A	Group B
55–58	12	20
58–61	17	22
61–64	23	25
64–67	18	13
67–70	11	7

(Agra M. A. 1954)

solution 21

Marks	Group A		Group B	
	f	cf	f	cf
55–58	12	12	20	20
58–61	17	29	22	42
61–64	23	52	25	67
64–67	18	70	13	80
67–70	11	81	7	87

Quartile Coefficient of Skewness

up A

First Quartile—size of $\left(\frac{n+1}{4}\right)$th item

$= \quad ,, \quad \frac{81+1}{4} \quad ,, \quad ,,$

$= \quad ,, \quad 20.5$th item

First Quartile or $Q_1 = l_1 + \frac{l_2 - l_1}{f}(Q_1 - c)$

$= 58 + \frac{61-58}{17}(20.5 - 12)$

$58 + \frac{3}{17} \times 8.5$

$= 59.5$ marks

Third Quartile size of 3 $\left(\frac{n+1}{4}\right)$th item

$,, \quad ,, \quad 3\left(\frac{81+1}{4}\right)$th item

$,, \quad ,, \quad 61.5$th item

Third Quartile or $Q_3 = l_1 + \frac{l_2 - l_1}{f}(Q_3 - c)$

$= 64 + \frac{67-64}{18}(61.5 - 52)$

$= 65.6$ marks

Median—Size of $\left(\frac{n+1}{2}\right)$th item.

$= ,, \quad ,, \left(\frac{81+1}{2}\right)$th item

$= ,, \quad ,,$ 41th item

$$\text{Median} = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(m - c)$$

$$= 61 + \frac{64-61}{23}(41-29)$$

$$= 61 + \frac{3}{23} \times 12$$

$$= 61 + 1{\cdot}6$$

$$= 62{\cdot}6$$

$$\text{Coefficient of Skewness or } j = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1}$$

$$= \frac{65{\cdot}6 + 59{\cdot}5 - 2 \times 62{\cdot}6}{65{\cdot}6 - 59{\cdot}5}$$

$$= \frac{125{\cdot}1 - 125{\cdot}2}{6{\cdot}1}$$

$$= \frac{-0{\cdot}1}{6{\cdot}1}$$

$$= -0{\cdot}016$$

Group B

First Quartile = the size of $\left(\frac{n+1}{4}\right)$ th item

$= ,, \; ,, \; \frac{87+1}{4} \quad ,, \; ,,$

= the size of 22nd item

$$\text{First quartile or } Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(Q_1 - C)$$

$$= 58 + \frac{61-58}{22}(22-20)$$

$$= 58 + \frac{3}{22} \times 2$$

$$= 58{\cdot}3 \text{ app}$$

अध्याय १४

निर्देशांक

(Index Number)

परिवर्तन प्रकृति का नियम है और यह नियम इस संसार पर भी व्यापक रूप से लागू होता है। वास्तव में हम प्रतिदिन देखते हैं कि संसार में अनेक परिवर्तन हुआ करते हैं कभी किसी वस्तु का मूल्य घट जाता है और कभी बढ़ जाता है। कभी किसी वस्तु का उत्पादन बढ़ जाता है तो कभी कम हो जाता है। इसी प्रकार मजदूर की मजदूरी, मुद्रा की क्रय-शक्ति, आयात-निर्यात, कभी घटाव कभी बढ़ाव सर्वदा होता रहता है। प्राय. यह भी देखा जाता है कि कुछ वस्तुओं का मूल्य घट रहा है और साथ-साथ कुछ का बढ़ रहा है और यह घटाव व बढ़ाव भी सबमें एक प्रकार का नहीं—कहीं कम है तो कहीं अधिक। इन परिस्थितियों में इन परिवर्तनों का मापन बिना किसी विशेष युक्ति के बहुत ही कठिन है। निर्देशांकों की सहायता से यह कार्य सरल हो जाता है।

हमें प्रायः यह सुनने को मिलता है कि 'मँहगाई बहुत है', 'उत्पादन बढ़ गया है', 'निर्यात घट गया है' आदि। ये तथ्य किसी आधार पर कहे जाते हैं और सापेक्ष होते हैं अर्थात् किसी तुलनात्मक आधार पर कहे जाते हैं और वे सामान्य रूप से सच होते हैं। जब यह कहा जा रहा है कि 'मँहगाई बहुत है' तो इसका अर्थ यह कदापि नहीं कि सभी चीजें बहुत मँहगी हैं। यह सम्भव है कि कुछ वस्तुयें सस्ती हों या कम मँहगी हों पर अधिकांश वस्तुओं के अधिक मँहगी होने के कारण यह एक सामान्य सत्य है कि 'मँहगाई बहुत है।' इस प्रकार निर्देशांक विशेष प्रकार के माध्य होते हैं जिनकी सहायता से काल श्रेणी (Time Series) और स्थान श्रेणी (Spatial Series) की केन्द्रीय प्रवृत्ति का मापन किया जाता है। वे सापेक्ष परिवर्तन को प्रकट करते हैं।

परिभाषा (Definition)

निर्देशांकों की सर्वमान्य परिभाषा देना कठिन कार्य है क्योंकि इन्हें प्राप्त करने की कई विधियाँ हैं। और सभी विधियों का समावेश करती हुई परिभाषा बनाना दुष्कर है। परन्तु फिर भी इनकी मूल प्रकृति को ध्यान में रखते हुए परिभाषायें दी जाती हैं।

होरेससेक्राइस्ट के अनुसार "निर्देशांक अंकों की एक शृङ्खला है जिसके द्वारा किसी भी तथ्य के समय-समय के या स्थान-स्थान के परिवर्तनों का मापन किया जाता है।

क्रॉक्सटन एवं काउडेन के अनुसार 'निर्देशांक सम्बन्धित चल-मूल्यों के परिमाण में होने वाले अन्तरों को मापन करने की युक्तियां हैं।"[1]

ब्लेयर के शब्दों में "निर्देशांक एक विशिष्ट प्रकार के माध्य हैं।"[2]

बाउले के मतानुसार "निर्देशांकों की एक श्रेणी एक ऐसी श्रेणी है जो अपने झुकाव और उच्चावचनों के द्वारा इस परिमाण के परिवर्तनों को प्रदर्शित करती है, जिससे वह सम्बन्धित है।"[3]

बॉडिंगटन ने इसकी परिभाषा निम्न प्रकार से दी है, "जैसा कि नाम से पता चलता है निर्देशांक संख्याओं के किसी समूह की सामान्य प्रवृत्ति का द्योतक है।"[4]

इन परिभाषाओं को देखने के उपरान्त हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि निर्देशांक काल श्रेणी अथवा स्थान श्रेणी में होने वाले औसत परिवर्तन को सापेक्ष रूप से प्रस्तुत करते हैं। ये परिवर्तन की केन्द्रीय प्रवृत्ति को प्रकट करते हैं।

निर्देशांकों की मुख्य विशेषतायें (Chief Characteristics of Index Numbers)

निर्देशांकों की प्रमुख विशेषतायें निम्न हैं :—

(१) संख्या द्वारा व्यक्त—निर्देशांक सदैव संख्या में व्यक्त किये जाते हैं। किसी भी प्रकार के परिवर्तन को केवल शब्दों में व्यक्त किया जा सकता है। जैसे उत्पादन बढ़ गया है, मूल्य गिर गये हैं आदि। परन्तु परिवर्तन की इस दिशा को यहाँ संख्या में व्यक्त किया जाता है।

(२) माध्य के रूप में प्रस्तुत—निर्देशांक परिवर्तन की दिशा को माध्य के रूप में प्रकट करते हैं। यहाँ किसी एक वस्तु या कुछ वस्तुओं की परिवर्तन की दिशा का मापन नहीं होता बल्कि सामान्य रूप से परिवर्तन की दिशा व मात्रा का मापन होता है। उदाहरणार्थ यदि वस्तुओं के मूल्य बढ़ रहे हैं तो सम्भव है कि कुछ के न बढ़ रहे हों परन्तु सभी वस्तुओं के मूल्य की वृद्धि का औसत लिया जायेगा और परिणाम माध्य के रूप में होगा।

1. "Index numbers are devices for measuring differences in the magnitude of a group of related variables" —*Croxton and Cowden*
2. "Index Numbers are a specialized type of average." —*Blair*
3. "A series of index numbers is a series which reflects in its trend and fluctuations the movements of same quantity to which it is related." *Boule*
4. "An index number is, as its name suggests, an indicator of the general trend of a set of figures." —*Bodding on*

(३) तुलना का आधार समय अथवा स्थान—तुलना या तो समय के आधार पर की जाती है या स्थान के आधार पर। समय को आधार मानते समय किसी विशेष वर्ष, महीना या अन्य किसी के अन्त को आधार मानते है। स्थान को आधार मानते समय किसी विशेष स्थान या भूभाग को आधार मानकर परिवर्तन की मात्रा का मापन करते हैं। व्यावहारिक रूप से तुलना प्रायः समय के आधार पर की जाती है।

(४) सापेक्ष रूप में—निर्देशांक सदैव सापेक्ष रूप में होते है। परिवर्तन की मात्रा निरपेक्ष रूप में नहीं प्रकट की जाती क्योंकि उस दशा में वह तुलना योग्य नहीं होती। इसलिए उन्हें तुलना योग्य बनाने के लिये सापेक्ष बनाया जाता है। इस कार्य के लिए उन्हें आधार को १०० मानकर प्रतिशत में व्यक्त किया जाता है।

(५) सार्वभौम उपयोगिता—निर्देशांकों की सार्वभौम उपयोगिता है। केवल इतना ही कहना पर्याप्त नहीं कि महगाई बहुत है। यह एक अस्पष्ट वाक्य है तथा महगाई कितनी है इसका स्पष्ट बोध नहीं होता। यदि इसी बात को या कहें कि सन् १९४८ को आधार मानकर जीवन निर्वाह व्यय निर्देशांक ३५० है तो विचारों में स्पष्टता आती है। आज के योजना युग में विभिन्न प्रकार के निर्देशांक योजना के आधार व प्राण हैं।

निर्देशांकों का प्रारम्भ (Origin of Index Numbers)—निर्देशांकों की रचना का प्रारम्भ लगभग १८ वीं शताब्दी के मध्य में हुआ। इसका श्रेय इटली निवासी श्री कार्ली (Carli) को है। उसने अमरिका के अन्वेषण का इटली के अनाज, तेल और शराब पर प्रभाव मापन करने का प्रयास किया। उसने मुद्रा की क्रय शक्ति का अनुमान लगाने के लिये अत्यन्त साधारण निर्देशांक बनाये। सन् १५०० ई० को उसने आधार वर्ष और सन् १७५० को चालू वर्ष के रूप में माना। १९ वीं शताब्दी के लगभग मध्य में जेवन्स (Jevons) ने निर्देशांकों की सहायता से मूल्य स्तरों का अध्ययन किया और सोने के मूल्य में गिरावट की ओर संकेत किया। प्रसिद्ध अर्थशास्त्री मार्शल (Marshall), इरविंग फिशर (Irving Fisher) आदि ने भी आर्थिक समस्याओं के अध्ययन के लिये निर्देशांकों की रचना की। कालान्तर में विभिन्न प्रकार की समस्याओं के तुलनात्मक अध्ययन के लिए निर्देशांक बनाये जाने लगे और इनका उपयोग व्यापक रूप से होने लगा।

निर्देशांकों के उद्देश्य—निर्देशांकों के निर्माण से मुख्यतः निम्न दो उद्देश्यों की पूर्ति होती है —

(१) मूल्य में सामान्य परिवर्तन का मापन।

(२) मनुष्यों के विभिन्न वर्गों पर परिवर्तनों का प्रभाव—जो निर्देशांक पहले उद्देश्य की पूर्ति के लिए बनाये जाते हैं वे पूर्ण क्षेत्र को आच्छादित करते हुए चुनी हुई वस्तुओं की सूची की सहायता से तैयार किये जाते हैं। और जो दूसरे उद्देश्य

को पूर्ति के लिये तैयार किये जाते हैं वे उन वस्तुओं मे तैयार किये जाते हैं जिनके मूल्य परिवर्तन का प्रभाव वर्ग विशेष पर पडता है।

निर्देशांकों का महत्व एव उपयोगिता (Importance & Utility of Index Numbers)—निर्देशांक आर्थिक वायुमापक (Economic Barometers) कहे जाते हैं। यह कथन पूर्ण रूप से सत्य है। जिस प्रकार वायुमापक यन्त्र के द्वारा वायु का दबाव व मौसम की स्थिति के विषय मे अध्ययन किया जाता है और उस विषय म पूर्वानुमान लगाया जाता है उसी प्रकार निर्देशांक से भी आर्थिक परिस्थितियों का अध्ययन किया जाता है तथा भविष्य की गति के विषय मे पूर्वानुमान किया जाता है। निर्देशांक अनुसधान की विषय-सामग्री म हुए परिवर्तन की मात्रा व प्रकृति को व्यक्त करने के लिये प्रयोग म लाय जाते हैं। इनका प्रयोग ऐसी घटनाओं को व्यक्त करने के लिये होता है जो सख्याओं म व्यक्त किये जाने योग्य नहीं हैं। आर्थिक व *सामाजिक परिवर्तनों के तुलनात्मक अध्ययन के लिये निर्देशांक बहुत उपयुक्त आधार* प्रस्तुत करते हैं। व्यावसायिक समृद्धि या अवसाद का अस्तित्व एव परिमाण मापन करना पडता है। समय-समय पर बहुत से तत्वों को ध्यान मे रखते हुये निर्देशांकों की सहायता से यह कार्य सरलतापूर्वक हो जाता है। परिवर्तन सदा सापेक्षिक होता है और निर्देशांक उसके मापन करने के बहुत उपयुक्त साधन हैं। व्यवसाय मे इनका महत्व श्री ब्लेयर महोदय के इन शब्दो से स्पष्ट है—"निर्देशांक व्यवसाय के पथ पर चिन्ह और पथ-प्रदर्शक-स्तंभ हैं जो व्यवसायी को अपने विषयो के सचालन या प्रबंध का ढग बताते हैं।"[1]

निर्देशांक की प्रमुख उपयोगितायें निम्न हैं :—

(१) कठिन तथ्यों को सरल बनाते हैं—निर्देशांकों की सहायता से कभी कभी ऐसे तथ्यों के परिवर्तन का मापन होता है जो अन्य किसी साधन से सम्भव नहीं। बहुत से भावात्मक (Abstract) तथ्यों को इन्हीं की सहायता से ठोस रूप दिया जाता है और वे जन सामान्य के सम्मुख सरल व समझने योग्य हो पाते हैं।

(२) तुलनात्मक अध्ययन को सरल बनाते हैं—निर्देशांकों की सहायता से तुलनात्मक अध्ययन बहुत सरल हो जाता है। इसका कारण यह है कि वे सापेक्षिक रूप म परिवर्तन को प्रकट करते हैं। इसलिए तुलना करने मे तनिक भी असुविधा नहीं होती। यदि केवल यह कहा जाय कि सन् १९५४ मे किसी स्थान पर गेहूँ ११ रु० मन था और १९६० मे २१ रु० मन और उसी स्थान पर सन् १९५४ मे सरसों का तेल ७० रु० मन था और १९६० मे ८५ रु० मन तो केवल इन समकों से दोनों की तुलना अत्यन्त कठिन है। पर यदि निर्देशांकों के रूप मे उन्हें प्रकट कर दिया जाय तो वे शीघ्रता व सरलता से तुलनीय हो जायेंगे।

1 "They are the signs and guide posts along the business high way that indicate to the businessman how he should drive or manage his affairs" —*Blair.*

(३) सामान्य मूल्यों में परिवर्तनों का अध्ययन सम्भव—मूल्य निर्देशांकों की रचना करके सामान्य मूल्यों के परिवर्तन का अध्ययन किया जा सकता है। इसके आधार पर व्यवसायी व उपभोक्ता अपनी क्रियाओं को संचालित करते हैं तथा उनके इस कार्य से मूल्य-स्तर में स्थिरता आती है।

(४) भावी आर्थिक प्रवृत्ति की ओर संकेत—निर्देशांक केवल वर्तमान दशाओं को ही नहीं प्रकट करते बल्कि इनके आधार पर भविष्य के बारे में भी महत्वपूर्ण निष्कर्ष निकाले जा सकते हैं और इस प्रकार इच्छित परिणाम पर पहुँचने के लिये वर्तमान क्रियाओं को नियंत्रित व संचालित किया जा सकता है।

(५) सरकार द्वारा आवश्यक नियन्त्रण सम्भव—विभिन्न आर्थिक क्षेत्रों के परिवर्तनों को जानकर सरकार उन पर आवश्यक नियन्त्रण रख सकती है। उदाहरणार्थ यदि सामान्य मूल्य अधिक बढ़ रहे हैं तो सरकार अनेक विधियों से उन्हें रोकने का प्रयास करेगी या यदि घट रहे हैं तो सरकार उन्हें बढ़ाने का प्रयास करेगी ताकि उनमें एक स्थिरता रहे। इसी प्रकार यदि किसी वस्तु का उत्पादन बहुत बढ़ रहा हो और उतना अपेक्षित न हो तो सरकार उसे नियन्त्रित करेगी। यदि निर्यात घट रहा हो तो सरकार उसे बढ़ाने का प्रयत्न करेगी।

(६) विभिन्न देशों के विषय में सूचनायें सम्भव—निर्देशांकों की सहायता से विभिन्न देशों के मूल्यों के स्थायित्व, उनकी क्रय-शक्ति, कृषि उत्पादन, औद्योगिक उत्पादन, आदि सम्बन्धी अनेक सूचनायें प्राप्त की जा सकती हैं जो अपने देश के आर्थिक नियोजन के लिये बहुत ही आवश्यक हैं।

(७) वेतन, मँहगाई भत्ता आदि निश्चित करने में सहायक—निर्वाह-व्यय निर्देशांकों की सहायता से वास्तविक मजदूरी में परिवर्तन का अध्ययन होता है। इससे किसी वर्ग विशेष का न्यूनतम वेतन, मँहगाई भत्ता आदि निश्चित करने में सरलता होती है।

(८) राष्ट्रीय आय के परिवर्तन का अनुमान—निर्देशांकों की सहायता से वास्तविक राष्ट्रीय आय में होने वाले परिवर्तनों का अनुमान होता है और इसके आधार पर योजनाएँ बनाई जाती हैं।

(९) जन सामान्य को लाभ—विभिन्न प्रकार के निर्देशांकों से जन सामान्य को लाभ होता है। उन्हें अनेक प्रकार की सूचनायें प्राप्त होती हैं। इनके आधार पर सट्टेबाज अपने अनुमान लगाते हैं, बीमा कम्पनियाँ प्रव्याजि की दर निश्चित करती हैं, बैंक ब्याज की दर निश्चित करते हैं, रेलवे भाड़े का दर निश्चित करती हैं।

निर्देशांकों की परिसीमायें—निर्देशांकों की उपयोगितायें बहुत हैं परन्तु इनकी कुछ परिसीमायें भी हैं। इनकी रचना करने और अध्ययन करने में यदि इन परिसीमाओं को ध्यान में रखा गया तो परिणाम भ्रम उत्पन्न करने वाले हो सकते हैं। ये परिसीमायें निम्नलिखित हैं :—

(१) सामान्य रूप से सत्य—प्राय: निर्देशांक सामान्य रूप से सत्य होते है। ये समस्त इकाइयों पर औसत के रूप में लागू होते हैं। इसलिये ये व्यक्तिगत इकाइयों को ध्यान में नहीं रखते। उदाहरणार्थ निर्वाह-व्यय निर्देशांक सामान्य रूप से सम्बन्धित वर्ग पर लागू होंगे। हो सकता है कि कुछ ऐसे व्यक्ति उस वर्ग में हों जिन पर वे लागू नहीं होते हों। इसी प्रकार सामान्य मूल्य निर्देशांक की भी दशा है। वे एक सामान्य परिवर्तन की ओर निर्देश करते हैं। हो सकता है कि उनमें सम्मिलित किसी वस्तु के मूल्य में उतना परिवर्तन न हो जितना कि वे प्रदर्शित करते हों।

(२) पूर्ण शुद्ध नहीं—प्राय: निर्देशांक न्यादर्श (Sample) के आधार पर बनाये जाते हैं। इसलिये न्यादर्श जितना ही अधिक हो और जितनी उचित रीति से लिया गया हो परिणाम उतना ही अधिक शुद्धता के निकट होगा। कई प्रकार के निर्देशांक बनाते समय सभी इकाइयां नहीं सम्मिलित की जा सकती। जैसे सामान्य मूल्य निर्देशांक बनाते समय सभी वस्तुयें सम्मिलित करना असम्भव है। इसलिये परिणाम पूर्ण शुद्ध या विश्वसनीय नहीं होते।

(३) मूल्य या उत्पादन के निर्देशांकों को ज्ञात करने में वस्तु के गुण (Quality) के परिवर्तन में विचार नहीं—प्राय: सामान्य मूल्य या उत्पादन के निर्देशांक की रचना करते समय पदार्थ के गुण को ध्यान में नहीं रखा जाता। हो सकता है पदार्थ के गुण में सुधार कर देने से मूल्य बढ़ गया हो या उत्पादन कम हो गया हो। पर निर्देशांक में इसका स्पष्टीकरण कहीं भी नहीं होगा और परिणाम यह होगा कि वस्तुओं के मूल्य बढ़ गये हैं या उत्पादन कम हो गया है। इस प्रकार हमारा निष्कर्ष भ्रमोत्पादक होगा।

(४) निर्देशांक लगभग सकेतक होते हैं—ये परिवर्तन की दिशा व औसत की ओर संकेत मात्र करते हैं। वास्तविक स्थिति का ज्ञान इनसे सम्भव नहीं क्योंकि ये आधार वर्ष के चुनाव, सम्मिलित की जाने वाली वस्तुओं के चुनाव, मूल्यों को प्राप्त करने की रीति तथा भार देने आदि पर निर्भर रहते हैं। इन कार्यों में तनिक भी अन्तर आ जाने पर परिणाम में अन्तर आ जाता है।

(५) जीवन-निर्वाह-व्यय निर्देशांक से वास्तविक तुलना सम्भव नहीं—विभिन्न स्थानों पर व्यक्तियों के खान-पान व रहन-सहन का ढंग विभिन्न होता है। और तो और एक ही स्थान पर एक ही वर्ग के लोगों के रहने सहने का ढंग अलग-अलग होता है। कोई पढ़ाई लिखाई पर अधिक व्यय करता है तो कोई सिनेमा, धूम्रपान या शराब पर। ऐसी दशा में निर्देशांक सबके लिये एक से तथा तुलनीय किस प्रकार हो सकते हैं।

(६) आधार वर्ष के ठीक चुनाव न होने से अशुद्ध परिणाम—शुद्धता के लिये निर्देशांक आधार वर्ष पर निर्भर करते हैं। यदि आधार वर्ष के चुनने में तनिक भी

असुविधा हुई तो परिणाम भ्रमपूर्ण होंगे। सामान्य मूल्य निर्देशांक की रचना करते समय यदि आधार वर्ष ऐसा है जिसमें काफी सस्ती रही हो तो निर्देशांक उतनी मँहगाई प्रदर्शित करेंगे सम्भवतः जितनी न हो। या इसी प्रकार यदि आधार वर्ष में भी मँहगाई रही हो तो काफी मँहगाई रहने पर भी निर्देशांक उतनी मँहगाई नहीं प्रदर्शित करेंगे। इस प्रकार हम इस परिणाम पर पहुँचते हैं कि आधार वर्ष के चुनाव पर ही हमारा परिणाम आश्रित है।

(७) गुणात्मक तथ्यों को संख्या में प्रकट करने से गुण का कम महत्व—निर्देशांकों की सहायता से बहुत से गुणात्मक तथ्यों को संख्या में व्यक्त किया जाता है। परिणाम संख्या में होने से उनके गुणों का महत्व कम हो जाता है।

(८) परिस्थितियों का स्पष्टीकरण नहीं—निर्देशांकों से परिस्थितियों का स्पष्टीकरण नहीं हो पाता। इसलिये कभी कभी बिना स्पष्टीकरण व संदर्भ के निष्कर्ष भ्रम उत्पन्न करने वाले हो जाते हैं।

(९) विभिन्न रीतियों से विभिन्न निष्कर्ष—निर्देशांक विभिन्न रीतियों से निकाले जाते हैं। विभिन्न रीतियों से निर्देशांक भी अलग अलग निकलते हैं। इसलिये इन्हें सन्देह की दृष्टि से देखा जाता है।

निर्देशांकों की रचना (Construction of Index Numbers)—निर्देशांकों की रचना करने से पूर्व बहुत सी समस्यायें सम्मुख आती हैं। उन समस्याओं का ठीक समाधान आवश्यक है। प्रमुख समस्यायें निम्न हैं :—

(१) निर्देशांक का उद्देश्य (Purpose of Index Number)
(२) आधार काल का चुनाव (Selection of the Base Period)
(३) वस्तुओं का चुनाव (Selection of the Commodities)
(४) वस्तुओं की संख्या का निर्धारण (Determination of Number of Commodities)
(५) वस्तुओं का वर्गीकरण (Classification of Commodities)
(६) प्रतिनिधि मूल्यों का चुनाव (Selection of Representative Prices)
(७) माध्य का चुनाव (Selection of the Average)
(८) भार देने का ढंग (System of Weighting)

(१) निर्देशांक का उद्देश्य (Purpose of Index Number)—सर्वप्रथम निर्देशांक रचना का उद्देश्य स्पष्ट रूप से जान लेना आवश्यक है। इसी को ध्यान में रखकर हम आगे बढ़ सकेंगे। जैसे यदि हमें सामान्य मूल्य स्तर का निर्देशांक की रचना करनी है तो पहले ही यह निश्चित होना चाहिये कि यह सारे देश, प्रांत या किसी विशेष भू भाग के लिए बनाना है क्योंकि उसी के अनुसार वस्तुओं का चुनाव

होगा तथा मूल्यों को लिया जायेगा। सारे देश के लिये सामान्य मूल्य निर्देशांक प्राप्त करते समय हमें बहुत सी वस्तुओं लेनी पड़े गी। लगभग सभी प्रकार की वस्तुयें लेनी पड़े गी। परन्तु एक विशेष भू-भाग का सामान्य मूल्य स्तर निर्देशांक की रचना करते समय हम उन्हीं वस्तुओं को अपने अध्ययन म सम्मिलित करेंगे, जो उस भू-भाग में प्रचलित हैं।

(२) आधार काल का चुनाव (**Selection of Base Period**)—आधार काल का चुनाव निर्देशांक रचना म सबसे महत्वपूर्ण कार्य है। इसी पर सारा परिणाम आधारित है। जैसा कि नाम से ही स्पष्ट है—इसी की नींव पर निर्देशांक का भव्य भवन निर्मित किया जाता है। इसीलिये आवश्यक है कि इसका चुनाव करते समय पूर्ण सावधानी का प्रयोग किया जाय। आधार के चुनाव की दो रीतियाँ प्रचलित हैं :—

(क) स्थिर आधार रीति (Fixed Base Method)

(ख) शृङ्खला आधार रीति (Chain Base Method)

(क) स्थिर आधार रीति (**Fixed Base Method**)—इस रीति में आधार काल स्थिर रहता है। किसी एक निश्चित काल को आधार मान लेते हैं और उसे १०० मान कर अभीष्ट वर्ष या वर्षों मे परिवर्तन को प्रतिशत में प्रकट करते हैं। स्थिर आधार भी दो प्रकार से लिये जा सकते हैं :—

(i) निश्चित समय या एक वर्षीय आधार,

(ii) माध्य के रूप मे या बहुवर्षीय आधार,

निश्चित समय या एक वर्षीय आधार—इस प्रकार के आधार मे किसी पूर्व निश्चित समय को जो अधिकांशतः वर्षों म होता है आधार के रूप मे ले लिया जाता है। उस वर्ष के तथ्यों को १०० मानकर परिवर्तन को प्रतिशत में प्रकट करते हैं। किसी निश्चित वर्ष को आधार के रूप में लेने म अशुद्धि की सम्भावना रहती है। हो सकता है कम उत्पादन, लड़ाई झगड़े, महामारी, मूल्य नियंत्रण, आयात या निर्यात आदि कारणों से वह वर्ष असामान्य रहा हो। ऐसी दशा में हम अशुद्ध निष्कर्ष पर पहुँचेंगे। फिर भी यदि सामान्य वर्ष चुना गया हो तो इसे स्वीकार करने में कोई आपत्ति की बात नहीं।

इस रीति के अनुसार आधार वर्ष के माध्यो को प्रतिशत मे प्रकट करते हैं। इन्हें मूल्यानुपात (Price Relatives) कहते हैं।

जैसे $\frac{\text{चालू वर्ष में मूल्य}}{\text{आधार वर्ष म मूल्य}} \times १००$

अथवा $\frac{P_1}{P_o} \times 100$

Where P_1 = Price in the current year (चालू वर्ष में मूल्य)
P_0 = ,, ,, ,, Base ,, (आधार वर्ष में मूल्य)

Illustration 1

Calculate Index Numbers for different years taking the price of 1949 as base

Year	Average Annual wholesale Price in Rs
1949	120
1950	160
1951	150
1952	180
1953	120
1954	100

Solution 1.

Calculation of Index Numbers taking 1949 as Base

Year	Average Annual Wholesale Price in Rs	Index Number
1949	120	100
1950	160	$\frac{160}{120} \times 100 = 133.3$
1951	150	$\frac{150}{120} \times 100 = 125$
1952	180	$\frac{180}{120} \times 100 = 150$
1953	120	$\frac{120}{120} \times 100 = 100$
1954	100	$\frac{100}{120} \times 100 = 83.3$

(ii) माध्य के रूप में या बहुवर्षीय आधार—एक वर्ष को आधार मानने में यह आशंका है कि यदि वह वर्ष असाधारण हुआ तो निर्देशांक वास्तविक स्थिति को नहीं प्रकट करेंगे। फिर कौन सा वर्ष साधारण है और कौन सा असाधारण इसमें भी मतभेद हो सकता है। ऐसी दशा में अधिक अच्छा यही है कि आधार कई वर्षों का माध्य ले लिया जाय। तीन वर्ष या पाँच वर्ष का माध्य प्रायः आधार के रूप में

ले लिया जाता है। इस औसत को १०० मान कर चालू वर्ष के लिये मुल्यानुपात निकालते है। इसके लिए भी वही सूत्र प्रयुक्त होता है जो ऊपर हो चुका है।

Illustration 2

Prepare index numbers of prices of three years with average price as base —

	Rate per rupee		
	Wheat	Cotton	Oil
1st year	10 Seers	4 Seers	3 Seers
2nd ,,	9 ,,	3½ ,,	3 ,,
3rd ,,	9 ,,	3 ,,	2½ ,,

(*Agra, B. Com*, *1958*)

Solution 2.

सर्वप्रथम मूल्यो को प्रति मन मे परिवर्तित करेंगे और उनका औसत निकालकर उसे आधार मानेगे।

Commodities	Units	Average Price =100	I Year		II Year		III Year	
			Price	Relative	Price	Relative	Price	Relative
Wheat	Per md.	4.3	4	93	4.4	102	4.4	102
Cotton	,,	11.6	10	86	11.4	98	13.3	115
Oil	,,	14.2	13.3	94	13.3	94	16	113
Total of relatives				273		294		330
Average of relatives				91		98		110

(२) शृंखला आधार रीति (**Chain Base Method**)—इस रीति मे आधार काल परिवर्तित होता रहता है। यदि आधार वर्ष मे है तो प्रत्येक चालू वर्ष के लिये आधार उससे पिछला वर्ष होता है। आधार वर्ष को १०० मानकर चालू वर्ष के मूल्यो का मूल्यानुपात निकालते हैं।

इस रीति की विशेषतायें निम्न हैं :—

(१) इस रीति मे आधार वर्ष सदैव परिवर्तित होता रहता है।

(२) इस रीति मे पिछले वर्ष की तुलना मे परिवर्तन की दिशा व मात्रा का ज्ञान होता है। इसलिये तत्कालीन परिवर्तन का पता चलता रहता है।

(३) इस रीति मे नये पदों को सम्मिलित कर सकते है तथा पुराने पदों का परित्याग कर सकते हैं।

(४) तत्कालीन परिवर्तन का ज्ञान प्राप्त करने के लिये उपयुक्त है।

(५) दीर्घकालीन परिवर्तन का अध्ययन करने के लिये यह रीति ठीक नहीं है।

Illustration 3.

From the prices of Wheat given below, calculate the Chain Index Numbers —

Year	Price (Per md in Rs)
1951	15
1952	12
1953	12
1954	10
1955	12
1956	16
1957	18
1958	20

Solution 3

Calculation of Chain Index Numbers

Year	Price (per Md in Rs)	Relatives or Index Numbers
1951	15	=100
1952	12	$\frac{12}{15} \times 100 = 80$
1953	12	$\frac{12}{12} \times 100 = 100$
1954	10	$\frac{10}{12} \times 100 = 83.3$
1955	12	$\frac{12}{10} \times 100 = 120$
1956	16	$\frac{16}{12} \times 100 = 133.3$
1957	18	$\frac{18}{16} \times 100 = 112.5$
1958	20	$\frac{20}{18} \times 100 = 111.1$

स्थिर आधार वाले शृंखला मूल्यानुपात (Chain Relatives with a Fixed Base)

शृंखला मूल्यानुपातों (Relatives) को किसी एक ही स्थिर वर्ष पर आधारित करके निर्देशांक निकाले जा सकते हैं। इन्हें स्थिर आधार वाले शृंखला मूल्यानुपात कहते हैं।

शृंखला मूल्यानुपातों का सगणन (Computing Link Relatives)—इसमें निम्न कार्य करने पड़ते हैं :—

(१) प्रथम अवधि के मूल्यों को आधार मानकर द्वितीय अवधि के मूल्यानुपातों को निकालते हैं।

(२) फिर द्वितीय अवधि के मूल्यों को आधार मानकर तृतीय अवधि के मूल्यानुपातों को निकालते हैं और इसी प्रकार अन्तिम अवधि तक क्रम चलता रहता है

$$\text{अर्थात्} \quad \frac{\text{चालू अवधि का मूल्य}}{\text{पिछली अवधि का मूल्य}} \times १००$$

(३) सभी शृंखला मूल्यानुपातों को जोड़ कर वस्तुओं की संख्या का भाग देने से मध्यक निकलता है।

(४) ये मूल्यानुपात केवल दो अवधियों के बीच प्रतिशत अनुपात को प्रकट करेंगे। सभी शृंखला मूल्यानुपातों के बीच सम्बन्ध स्थापित करने के लिये तथा एक शृंखला बनाने के लिये सभी शृंखला मूल्यानुपातों को प्रथम अवधि से सम्बन्धित करना पड़ता है।

Illustration 4.

From the following annual average prices of three commodities given in Rs per unit, find chain index numbers based on 1950

Commodity	1950	1951	1952	1953	1954
x	8	10	12	15	12
y	10	12	15	18	20
z	6	9	12	15	18

शृंखला आधार के गुण :

(१) इसकी सहायता से पास-पास के दो वर्षों के बीच तुलना बहुत सरल हो जाती है।

(२) व्यापारियों के लिये यह बहुत उपयोगी है क्योंकि उन्हें प्रति वर्ष के परिवर्तन का ज्ञान होता रहता है।

(३) अनावश्यक पदों को छोड़कर आवश्यक को सम्मिलित करने की सुविधा प्रतिवर्ष रहती है।

शृंखला आधार के दोष :

(१) इसका सबसे बड़ा दोष यह है कि निर्देशांक रचना कठिन हो जाती है।

(२) यदि एक स्थान पर अशुद्धि हो जाय तो आगे भी होती जाती है।

निर्देशांक

Solution 4.

Calculation of Chain Base Index Numbers

Commodity	1950		1951		1952		1953		1954	
	Relatives (or Link Relatives) based on preceding year									
	Price in (Rs)	Relative	Price in (Rs)	Relative	Price in (Rs)	Relative	Price in (Rs)	Relative	Price in (Rs)	Relative
x	8	100	10	125	12	120	15	125	12	80
y	10	100	12	120	15	125	18	120	20	111.1
z	6	100	9	150	12	133.3	15	133.3	18	120
Total of Relatives		300		395		378.3		378.3		311.1
Average		100		131.6		126.1		126.1		103.7
Chain indices (1950=100)		100		131.6		165.9		209.2		229.5

शृंखला आधार निर्देशांक निकालने का सूत्र निम्न है —

$$\text{Index No} = \frac{\text{Chain Index of the Previous year} \times \text{Average Link Relative of Present Year}}{100}$$

इस प्रश्न में शृंखला निर्देशांक इस प्रकार निकाले जायेंगे —

Year	Link Relative	Link Relatives chained to 1939	Chain indices 1950=100
1950	100		100
1951	131.6	$\frac{100}{100} \times 131.6$	131.6
1952	126.1	$\frac{131.6}{100} \times 126.1$	165.9
1953	126.1	$\frac{165.9}{100} \times 126.1$	209.2
1954	109.7	$\frac{209.2}{100} \times 109.7$	229.5

एक अच्छे आधार में निम्न गुण अपेक्षित हैं :—

(क) सामान्य—वह सामान्य काल हो। जिस विषय का निर्देशांक बनाया जा रहा हो, उस विषय में उस काल में कोई असाधारण परिवर्तन न हुआ हो। जैसे कृषि उत्पादन निर्देशांक बनाते समय आधार वर्ष ऐसा होना चाहिये जब न तो उत्पादन बहुत हुआ हो या न बहुत कम हुआ हो बल्कि सामान्य हो।

(ख) वास्तविक—आधार काल वास्तविक होना चाहिये काल्पनिक नहीं। काल्पनिक आधार में विषय सम्बन्धी तथ्यों के बारे में कल्पनायें करली जाती हैं।

(ग) समस्त सूचनायें उपलब्ध—आधार काल ऐसा होना चाहिये जिसके विषय में सभी प्रकार की सूचनायें सरलता से उपलब्ध हो सकें क्योंकि विषय को ठीक प्रकार से समझने के लिये यह आवश्यक हो सकता है।

(घ) बहुत पुराना नहीं—आधार काल बहुत पुराना नहीं होना चाहिये। क्योंकि आज के युग में जबकि मानव बड़ी तीव्र गति से प्रगति कर रहा है; लोगों की रुचि, खान-पान, रीति-रिवाज, सामाजिक व आर्थिक कलेवर सभी में महान परिवर्तन होते जा रहे हैं इसलिये आधार बहुत पुराना हो तो प्राचीन व अर्वाचीन तथ्यों में काफी अन्तर हो जाने के कारण उस आधार पर प्राप्त निर्देशांक उतने उपयोगी नहीं होंगे।

(ङ) सामान्य आकार—आधार काल आकार की दृष्टि से न तो बहुत लम्बा होना चाहिये न बहुत छोटा। यदि आधार काल लम्बा हुआ तो परिवर्तन का लक्षित होना कठिन हो जायेगा और यदि बहुत छोटा हुआ तो बहुत परिवर्तन दृष्टिगोचर होगा और निष्कर्ष भ्रामक होंगे।

(३) वस्तुओं का चुनाव (**Selection of Commodities**)—निर्देशांक वस्तुओं की सहायता से ही निर्मित किये जाते हैं। वास्तव में परिवर्तन वस्तुओं में ही होता है। इसलिये वस्तुओं का चुनाव बहुत महत्वपूर्ण है। सभी वस्तुओं को सम्मिलित करना संभव नहीं। सभी वस्तुओं को सम्मिलित करने से कोई विशेष लाभ भी नहीं। इस सम्बन्ध में निम्न प्रश्न उठते हैं जिनका निश्चित उत्तर पहले ही जान लेना आवश्यक है :—

(१) *निर्देशांक में कौन-कौनसी वस्तुये सम्मिलित की जांय।*

(२) चुनी हुई वस्तुओं का प्रकार क्या हो?

चुनी गई वस्तुओं में निम्न गुण आवश्यक हैं :—

(अ) प्रतिनिधि—वे ऐसी हों कि अपने वर्ग का सच्चे अर्थों में प्रतिनिधित्व कर सकें अर्थात् उनकी आदतों, रीति-रिवाजों एवं रुचि के अनुसार हों। उदाहरणार्थ कृषि पदार्थ मूल्य निर्देशांक की रचना करते समय हमें उन वस्तुओं को चुनना चाहिये जो कृषि पदार्थ की मुख्य वस्तुयें हों जैसे गेहूँ, चावल, आदि।

(आ) पहचानी जाने योग्य—चुनी हुई वस्तुयें ऐसी होनी चाहिये जो सरलता से पहचानी जा सके और उनके विषय में किसी प्रकार के संदेह की गुंजाइश न हो। उदाहरण के लिये 'गल्ला' शब्द का प्रयोग वांछनीय नहीं क्योंकि इसमें विभिन्न प्रकार के नाजों का बोध होता है जैसे चावल, गेहूँ, बाजरा, मटर आदि। इसलिये अलग-अलग नाजों का नाम लिखने के स्थान पर कोई 'गल्ला' शब्द लिख दे तो विभिन्न व्यक्ति उसमें विभिन्न प्रकार के नाज सम्मिलित करेंगे।

(इ) गुण में समानता—यथासाध्य यह प्रयत्न होना चाहिये कि चुनी हुई वस्तुओं के गुण में कोई अन्तर न हो। यद्यपि यह कार्य कठिन है क्योंकि समय के साथ-साथ वस्तुओं के गुण में परिवर्तन अवश्यम्भावी है। पर ध्यान यही रखना चाहिये कि परिवर्तन ऐसा न हो कि हमारे परिणाम को अशुद्ध बना दे।

(ई) लोकप्रिय—वस्तुयें ऐसी प्रकार की होनी चाहिये जो उस स्थान या क्षेत्र में बहुत लोकप्रिय हों और अधिकांश लोग उनका प्रयोग करते हों या वे बहुत प्रचलित हों। जैसे यदि किसी क्षेत्र के मजदूरों का जीवन निर्वाह व्यय निर्देशांक बनाते समय यह ध्यान रखना आवश्यक है कि साधारणतः वे किस प्रकार का गेहूँ खाते हैं—जैसे सफेद या लाल और उनमें भी किस कोटि का—प्रथम, द्वितीय या तृतीय। ऊपर के दोनों प्रश्नों का उत्तर चुनी गई वस्तुओं के गुणों का विवेचन करने में भली-भाँति दिया जा चुका है।

(४) वस्तुओं की संख्या का निर्धारण (Determination of Number of Commodities)—वस्तुओं की संख्या के लिये कोई निश्चित नियम नहीं। परन्तु यह सर्वमान्य सत्य है कि वस्तुओं की संख्या जितनी ही अधिक होगी—निष्कर्ष उतना ही अधिक विश्वसनीय होगा। परन्तु इसमें अधिक समय लगेगा, अधिक धन व्यय करना पड़ेगा तथा प्रबन्ध में भी असुविधा होगी। इसलिये वस्तुओं की संख्या का निर्धारण निम्न बातों के आधार पर करना चाहिये :—

(१) प्राप्त समय

(२) प्राप्त धन

(३) निश्चित किया हुआ शुद्धता का स्तर

(४) समस्या से सम्बन्धित विशेष परिस्थितियाँ।

संयुक्त राज्य अमेरिका श्रम सम्बन्ध केन्द्र द्वारा निर्मित थोक मूल्य निर्देशांक (U. S Bureau of Labour Statistics Index of wholesale Prices) की रचना के लिये ४५० वस्तुयें चुनी जाती हैं। भारत सरकार के आर्थिक सलाहकार के अति परिवर्तनशील मूल्यों के निर्देशांक (Sensitive Price Index) में कुल २३ वस्तुओं को सम्मिलित किया जाता है और सामान्य उद्देश्य वाले थोक मूल्य निर्देशांक (General Purpose Index of Wholesale Prices) की रचना में ७८ वस्तुयें सम्मिलित की जाती हैं। इंगलैंड का व्यापार बोर्ड (Board of Trade) २००

वस्तुओं को सम्मिलित करता है और अमेरिका का श्रमश्रमक केन्द्र (Bureau of Labour Statistics) २००० वस्तुओं को सम्मिलित करता है।

(५) वस्तुओं का वर्गीकरण (**Classification of Commodities**)—यदि विभिन्न प्रकार की वस्तुओं के मूल्य के परिवर्तनों का अलग-अलग अनुमान लगाना हो तो उनका वर्गीकरण आवश्यक होता है। विशेषत: ऐसे समय जबकि वस्तुओं की संख्या अधिक हो। ऐसी दशा में परिवर्तन की दिशा व मात्रा का अनुमान वर्ग के अनुसार किया जायेगा। इस प्रकार प्रत्येक वर्ग के विषय में विशेष जानकारी प्राप्त की जा सकेगी। भारत सरकार के आर्थिक सलाहकार के सामान्य उद्देश्य वाले थोक मूल्य निर्देशांक (Economic Adviser's General Purpose Index of Wholesale Prices) में सम्मिलित की जाने वाली वस्तुओं का वर्गीकरण इस प्रकार है —

(क) खाद्य पदार्थ (i) अन्न
(ii) दाल
(iii) अन्य
(ख) औद्योगिक कच्चा माल
(ग) अर्द्ध निर्मित माल
(घ) पूर्ण निर्मित माल
(ङ) विविध

(६) प्रतिनिधि मूल्यों का चुनाव (**Selection of Representative Prices**)—मूल्य निर्देशांकों की रचना के लिये मूल्यों का चुनाव बहुत महत्वपूर्ण है। मूल्य निर्देशांकों को बनाते समय मूल्यों का उचित रीति से चुनाव बहुत ही आवश्यक है। परिवर्तन की मात्रा इन्हीं के आधार पर नापी जाती है। इनके चुनाव में यदि तनिक भी असावधानी की गई तो निष्कर्ष अशुद्ध होंगे। इस विषय में निम्न बातों को ठीक प्रकार से जान लेना बहुत आवश्यक है :—

(क) मूल्य का प्रकार—सर्व प्रथम यह निश्चित कर लेना होगा कि मूल्य किस प्रकार का हो अर्थात् थोक मूल्य हो या फुटकर मूल्य। प्राय: फुटकर मूल्यों में स्थान स्थान पर बहुत अन्तर होता है। बल्कि एक ही स्थान पर फुटकर मूल्यों में अन्तर मिलता है। ऐसी दशा में फुटकर मूल्यों को लेना ठीक नहीं। थोक मूल्यों में भी अन्तर हो सकता है पर इतना नहीं। वहाँ अन्तर बहुत कम होता है। इसलिये थोक मूल्यों का लेना अधिक अच्छा है। पर यह बहुत कुछ निर्देशांक के प्रकार पर भी निर्भर करता है। यदि निर्वाह व्यय निर्देशांक (Cost of Living Index Number) बनाये जा रहे हों, तो फुटकर मूल्यों को ही लेना ठीक रहेगा।

(ख) मूल्य प्राप्त करने के स्थान—फिर प्रश्न यह उठता है कि मूल्य कहां से लिये जांय? यह निर्देशांक के प्रकार पर निर्भर करता है। जैसे किसी स्थान के लोगों का निर्वाह व्यय निर्देशांक बनाते समय उसी स्थान के मूल्यों को लेना पड़ेगा।

परन्तु यदि सामान्य मूल्य निर्देशांक बनाया जा रहा हो तो विभिन्न प्रकार की वस्तुओं के विभिन्न प्रसिद्ध और अच्छे स्तर के बाजारों व मंडियों से मूल्य लेना पड़ेगा। निर्ख (Price Quotations) उच्च कोटि की पत्रिकाओं, सरकारी प्रकाशनों, एवं प्रतिनिधि केन्द्रों के व्यापारियों से प्राप्त करने चाहिये।

(ग) मूल्य प्राप्त करने के साधन—फिर प्रश्न यह उठता है कि मूल्यों सम्बन्धी सूचनाओं के प्राप्त करने के क्या साधन हैं? इस विषय में ठीक प्रकार के संगठन की आवश्यकता है ताकि ठीक प्रकार से सभी स्थानों से सूचनायें प्राप्त हों। सूचना देने वाला बुद्धिमान, प्रशिक्षित, अध्यवसायी तथा निष्पक्ष भाव एवं लगन से सूचनायें दे। सूचनायें प्राप्त करने के निम्न साधन हो सकते हैं:—

(i) अपना प्रतिनिधि—कुछ ऐसे व्यक्ति जो अपनी ओर से इस कार्य के लिये नियुक्त हों।

(ii) स्थानीय व्यापारी—स्थानीय व्यापारी, जो विश्वसनीय व योग्य व्यक्ति हैं—सूचनायें भेज सकते हैं।

(iii) सरकारी या अर्द्धसरकारी सूत्र—इन सूत्रों से भी मूल्य सम्बन्धी सूचनायें प्राप्त की जा सकती हैं।

(iv) ऊँचे स्तर के पत्र-पत्रिकायें—आजकल पत्र-पत्रिकाओं में भी मूल्य सम्बन्धी सूचनायें रहती हैं पर उनका प्रयोग उनकी विश्वसनीयता की जाँच के उपरान्त ही करना चाहिये।

(v) रेडियो—रेडियो से भी भाव सम्बन्धी बहुत सी सूचनायें प्रसारित होती हैं। उनका उपयोग किया जा सकता है।

(घ) मूल्य प्राप्त करने की आवृत्ति—फिर यह प्रश्न उठता है कि मूल्य कितने-कितने समय के अन्तर से प्राप्त किये जांय जैसे प्रतिदिन का, या प्रति सप्ताह का माध्य, या प्रतिमाह का माध्य। यह बहुत कुछ निर्देशांक के प्रकार पर निर्भर करता है कि निर्देशांक माह के लिये बना रहे हैं या वर्ष के लिये या अन्य किसी समय की इकाई के लिये। यदि माह के लिये बना रहे हो तो प्रतिदिन या प्रति-सप्ताह ठीक रहेगा। यह निश्चित करना निम्न बातों पर निर्भर करता है :—

(१) निर्देशांक का समय—अर्थात् वह किस काल के लिये बनाया जा रहा है। यदि अधिक समय के लिये है तो आवृत्ति अधिक होगी।

(२) *आर्थिक स्थिति—यदि बहुत अच्छी है तो मूल्यों को प्राप्त करने की आवृत्ति अधिक हो सकती है अन्यथा कम।*

(३) समय—यदि समय कम है तो आवृत्ति कम होगी अन्यथा अधिक होगी।

(४) शुद्धता का स्तर—यदि ऊँचा है तो आवृत्ति अधिक होगी अन्यथा कम होगी।

(८) मूल्य एकत्रित करने का रूप—मूल्य किस रूप में एकत्रित किया जाय ? जैसे ५ रुपये मन या १ रुपये का ८ सेर ? मूल्य द्रव्य के रूप में व्यक्त करना ही ठीक है जैसे ५ रुपये मन।

(७) माध्य का चुनाव (Selection of the Average)—स्थिर तथा शृङ्खला आधार द्वारा निकाले गये मूल्यानुपातों का माध्य निकालना भी निर्देशांक रचना का एक महत्वपूर्ण कार्य है। इससे अब यह प्रश्न उठता है कि किस माध्य का प्रयोग किया जाय ? सामान्यत: माध्य के रूप में समानान्तर माध्य का अधिक प्रयोग होता है। इसका कारण यह है कि यह गणना में सरल और सरलता से समझा जाने योग्य होने के कारण बहुत लोकप्रिय है। गुणोत्तर माध्य, मध्यका और हरात्मक माध्य का भी प्रयोग होता है।

माध्यों का तुलनात्मक अध्ययन

समानान्तर माध्य (**Arithmetic Average**)—गणना की सरलता और समझने में सरल होने के कारण यह माध्य अधिक लोकप्रिय है और प्रयोग में आता है। सामान्य जीवन में भी माध्य या औसत का आशय सदा इसी माध्य से लगाते हैं। परन्तु जैसा कि हम पहले देख चुके हैं यह माध्य अति सीमान्त पदों को अधिक महत्व देता है। फलस्वरूप परिणाम में दोष आ जाता है। इस माध्य में उत्क्राम्यता (reversibility) का भी गुण नहीं मिलता, जो बहुत आवश्यक है।

गुणोत्तर माध्य (**Geometric Average**)—अनुपातिक मूल्यों का माध्य निकालने के लिये गुणोत्तर माध्य सबसे उपयुक्त माना जाता है क्योंकि यह माध्य परिवर्तन के समान अनुपातों को समान महत्व देता है। इस माध्य में छोटे पदों को अधिक और बड़े पदों को कम महत्व दिया जाता है। इसके द्वारा बनाये गये निर्देशांक उत्क्राम्य होते हैं। इन्हीं सब कारणों से इसका उपयोग अधिक होता है। परन्तु इसमें सबसे बड़ा दोष यह है कि एक तो इसकी गणना कठिन है और दूसरे ज्यों-ज्यों वर्ष बीतते जाते हैं परिणाम में अशुद्धि आती-जाती है और दीर्घकालीन निर्देशांक अशुद्ध हो जाते हैं।

मध्यक (**Median**)—इस माध्य का प्रयोग बहुत कम होता है। यों तो इसकी गणना सरल है और यहाँ अतिसीमान्त पदों को अधिक महत्व नहीं मिलता फिर भी अनिश्चित होने तथा उत्क्राम्य न होने के कारण इसका प्रयोग अधिक नहीं होता।

हरात्मक माध्य (**Harmonic Mean**)—यह माध्य भी निर्देशांक रचना में अप्रचलित सा है। एक तो गणना करने और समझने में यह माध्य कठिन है। दूसरे यह छोटे पदों को अधिक महत्व देता है अर्थात् अल्पकालीन परिवर्तन को यह अधिक महत्व देता है। फलस्वरूप इसमें प्राप्त परिणाम दीर्घकाल तक के लिये ठीक नहीं रहते।

इस तुलनात्मक अध्ययन के उपरान्त हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते है कि गुणोत्तर माध्य और विशेषत. भारित गुणोत्तर माध्य का प्रयोग निर्देशांक रचना के लिये सबसे उपयुक्त है। इसके प्रमुख कारण निम्न हैं .—

(१) अनुपातिक मूल्यों का माध्य निकालने के लिये विशेष उपयुक्त है।
(२) अतिसीमान्त पदो से बहुत नही प्रभावित होता है।
(३) इस माध्य म उत्क्राम्यता होती है।

निर्देशांक रचना मे विद्वानो ने इस माध्य को सबसे अधिक प्रधानता दी है और इसका प्रयोग सर्वाधिक होता है।

Illustration 5.

Find out the index numbers for 1958, 1959 and 1960 based on 1957, *using Arithmetic Mean, Median, Geometric Mean and Harmonic Mean* —

Commodity	Price in			
	1957	1958	1959	1960
A	4	5	6	7
B	6	8	9	12
C	3	4 5	6	7 5

Solution 5.

Calculation of Index Numbers for 1958, 1959 and 1960

Commodity	*1957*		*1958*		*1959*		*1960*	
	Price	Relative	Price	Relative	Price	Relative	Price	Relative
A	4	100	5	125	6	150	7	175
B	6	100	8	133 3	9	150	12	200
C	3	100	4 5	150	6	200	7 5	250
Total of relatives		300		408 3		500		625
Arithmetic Average of relatives		100		136·1		166 6		208 3
Median of relatives		100		133 3		150		200
G M of Relatives		100		135 7		165 1		206 0
H M of Relatives		100		137 0		151 5		201 1

(८) भार देने का ढंग (System of Weighting)—निर्देशांक रचना में प्रयोग की गई वस्तुओं को उनके महत्व के अनुसार भार देना पड़ता है क्योंकि यदि ऐसा न किया जाय तो सभी वस्तुओं का महत्व समान हो जाय जो ठीक नहीं। निर्देशांक रचना में विभिन्न प्रकार की वस्तुयें समान मात्रा में प्रयोग की जाय तब तो सबको समान महत्व दिया जा सकता है परन्तु व्यावहारिक जीवन में ऐसा कभी नहीं मिलता। इसलिये निर्देशांक रचना करते समय वस्तुओं को उनके महत्व के अनुसार भारित करना पड़ता है। जैसे निर्वाह व्यय निर्देशांक की रचना में गेहूं भी प्रयोग किया जाता है और नमक भी। पर गेहूं मूल्य व मात्रा के विचार से नमक की अपेक्षा बहुत अधिक महत्व रखता है।

नीचे हम भारित निर्देशांक रचना का एक उदाहरण लेंगे —

The following table gives group index numbers and their weights relating to family budget of an average Indian Labourer Prepare the cost of living index number

	Groups	Index No	Weights
1	Food	352	48
2	Fuels & Lighting	220	10
3	Clothing	230	8
4	Rent	160	12
5	Misc.	190	15

(*Agra B Com 1957*)

Solution 5

Groups	Index No	Weights	Weighted Relatives
Food	352	48	16896
Fuel & Lighting	220	10	2200
Clothing	230	8	1840
Rent	160	12	1920
Misc.	190	15	2850
Total		93	25,706

$$\text{Cost of Living Index Number} = \frac{\Sigma \text{Weighted Relatives}}{\Sigma \text{Weights}}$$

$$= \frac{25706}{93}$$

$$= 276.4$$

भार की आवश्यकता

भार की सार्वभौम उपयोगिता है इसलिए निर्देशांक रचना में लगभग सभी स्थानों पर भार देने की आवश्यकता पड़ती है।

थोक भाव निर्देशांक के निर्माण में—इसकी रचना में बहुत-सी वस्तुयें सम्मिलित की जाती हैं। उसमें कुछ वस्तुयें अधिक महत्व रखती हैं और कुछ कम। जिन वस्तुओं का मूल्य हमारे सामान्य जीवन को अधिक प्रभावित करता है उसे अधिक महत्व देना नितांत आवश्यक है।

निर्वाह व्यय निर्देशांकों की रचना में—यहाँ भी कुछ वस्तुयें ऐसी होती हैं जिनका प्रयोग अधिक करते हैं और जिन पर हम अपनी आय का एक महत्वपूर्ण भाग व्यय करते हैं। इसलिए निर्देशांक रचना में इस तथ्य को ध्यान में रखना शुद्धता के निकट पहुँचने के लिए अत्यन्त आवश्यक है। यदि सभी वस्तुओं को समान महत्व दिया गया तो परिणाम भ्रमपूर्ण होंगे।

सामान्य फुटकर मूल्य निर्देशांक की रचना में—ठीक इसी प्रकार सामान्य फुटकर मूल्य निर्देशांकों की रचना करते समय चुनी गई वस्तुओं को उनके महत्व के अनुसार भार देना पड़ेगा। जैसे मान लीजिये इसमें गेहूँ और ट्रांजिस्टर सेट दो वस्तुयें सम्मिलित हैं। गेहूँ सारे देश के लिए अधिक महत्वपूर्ण है इसको अधिक भार देना आवश्यक है।

प्रत्येक प्रकार के निर्देशांक रचना में आवश्यक—इस प्रकार हम यह देखते हैं कि भार देना लगभग प्रत्येक प्रकार की निर्देशांक रचना में आवश्यक है। उदाहरण स्वरूप यदि हम निर्मित माल के उत्पादन का निर्देशांक बना रहे हों तो जूट के माल के उत्पादन और फाउन्टेन पेन की स्याही के उत्पादन को समान महत्व देना उचित नहीं समझेंगे क्योंकि जूट के माल का उत्पादन हमारे देश की आर्थिक व्यवस्था में बहुत अधिक महत्व रखता है। यदि मान लीजिए जूट के माल का उत्पादन २५% कम हो गया और फाउन्टेन पेन की स्याही का उत्पादन २५% बढ़ गया यदि हम दोनों को अलग-अलग भार न दें तो परिणाम यह होगा कि कुल उत्पादन न बढ़ा न घटा। इस प्रकार हम बहुत अशुद्ध निष्कर्ष पर पहुँचेंगे क्योंकि जूट के उत्पादन और स्याही के उत्पादन में कोई तुलना नहीं।

उचित भार का चुनाव (Selection of Proper Weights)

उचित भार का चुनाव एक महत्वपूर्ण समस्या है क्योंकि उसी पर सारे निष्कर्ष आधारित होते हैं। यदि इनके चुनाव या निश्चित करने में तनिक भी असावधानी हुई तो परिणाम भ्रमोत्पादक हो जायेंगे।

उचित भार के चुनाव के विषय में विद्वानों में मतभेद है। डा० बाउले का

मत है कि आधार वर्ष का चुनाव अशुद्ध होने पर या जब मूल्य बहुत अनियमित ढंग से घट-बढ़ रहे हों, तब उचित भार का चुनाव बहुत अधिक महत्व रखता है।*

अधिकांश विद्वान इस विचार के हैं कि भार देने की तर्कपूर्ण प्रणाली अपनाई जा सकती है। परिणाम लगभग समान होंगे।

भार निश्चित करने की रीति—सामान्यतः भार निम्न दो रीतियों से निश्चित किया जाता है :—

(१) परिमाण भार (Quantity Weights)

(२) मूल्य भार (Value Weights)

परिमाण भार—परिमाण भार में भार परिमाण के आधार पर दिया जाता है। परन्तु दोष यह है कि इकाई अलग-अलग होने के कारण अनुपयुक्त होता है।

मूल्य भार—मूल्यों के आधार पर भार दिया जाता है। यदि मूल्यों की इकाई समान हो तो इसमें कोई दोष नहीं और यह अधिक उपयुक्त है।

भार दो प्रकार के हो सकते हैं :—

(१) प्रत्यक्ष भार (Explicit)—प्रत्यक्ष भार उन्हें कहा जाता है, जो अंकों के रूप में दिये जाते हैं जैसे आधार वर्ष में उस वस्तु के उपभोग की मात्रा अथवा उस पर किया जाने वाला व्यय। उदाहरणार्थ यदि भोजन पर ४० रुपये, वस्त्र पर २० रुपये, किराये पर १० रुपये और ईंधन पर १० रु० खर्च होते हैं तो मूल्य के आधार पर भार क्रमशः ४, २, १, १, होंगे।

(२) अप्रत्यक्ष भार (Implicit)—जब किसी वस्तु के विभिन्न प्रकारों को निर्देशांक रचना में सम्मिलित कर देते हैं तो उस वस्तु को अप्रत्यक्ष रूप से भारित करना कहते हैं। जैसे यदि गुड़ के तीन प्रकार हैं और तीनों को निर्देशांक रचना में सम्मिलित कर दिया जाय तो इसे अप्रत्यक्ष रूप से भारित कहेंगे।

स्थिरता की दृष्टि से भार निम्न प्रकार के हो सकते हैं :—

(क) स्थायी—जो भार सदा स्थिर रहते हैं वे स्थायी कहलाते हैं। ऐसी दशा में भार एक बार निश्चित कर दिये जाते हैं और वे बिना बदले हुये चलते रहते हैं इनकी गणना में सरलता रहती है।

(ख) परिवर्तनशील—परिवर्तनशील भार वे हैं जो समय व अन्य परिस्थितियों के अनुसार परिवर्तित होते रहते हैं। इसका कारण यह है कि समय के साथ-साथ वस्तुओं के महत्व में कमी या अधिकता होती रहती है। परिवर्तनशील भार के द्वारा उन्हें ठीक प्रकार से दिखाया जा सकता है और इस प्रकार उन्हें शुद्ध

* "Since errors in weights have under ordinary circumstances but little effect, it is only when a quite abnormal base year is chosen, or prices are moving very irregularly, that this consideration becomes important'
—*Bowley*

बनाया जा सकता है। स्वाभाविक है कि समय के साथ साथ वस्तुओं के महत्व में भी घट-बढ़ हो। परिवर्तनशील भार इसको प्रकट करते हैं।

निर्देशांकों के प्रकार (Kinds of Index Numbers)

निर्देशांक को मुख्यतः निम्न वर्गों में बाँटा जा सकता है :—

(क) मूल्यों के निर्देशांक (Index Numbers of Prices)

(i) थोक मूल्यों के निर्देशांक (Index Numbers of Wholesale Prices)

(ii) निर्वाह-व्यय निर्देशांक (Cost of Living Index Numbers)

(ख) भौतिक मात्राओं के निर्देशांक (Index Numbers of Physical Quantity)

थोक मूल्यों के निर्देशांक (Index Numbers of Wholesale Prices)

ये निर्देशांक थोक मूल्यों के परिवर्तन को प्रकट करने के लिये बनाये जाते हैं। ये दो प्रकार के होते हैं —

(क) अति परिवर्तनशील मूल्यों के निर्देशांक **(Sensitive Price Index Numbers)**—इस प्रकार के निर्देशांक रचना में ऐसी वस्तुयें सम्मिलित की जाती हैं जिनके मूल्यों पर बाह्य परिस्थितियों का शीघ्र प्रभाव पड़ता है अर्थात् जिनके मूल्य शीघ्र बढ़ते हैं या घटते हैं।

(ख) सामान्य उद्देश्यीय थोक मूल्य निर्देशांक **(General Purpose Wholesale Price Index Numbers)**—इस प्रकार के निर्देशांक का उद्देश्य सामान्य मूल्यों में होने वाले परिवर्तन को प्रदर्शित करना होता है।

रचना विधि—सामान्य रूप से निर्देशांक रचनाविधि विस्तारपूर्वक बताई जा चुकी है। उसी आधार पर सभी प्रकार के निर्देशांकों की रचना होती है। कुछ विशेष प्रकार के निर्देशांकों की रचना में विशेष प्रकार के ढंग या क्रियायें अपनाई जा सकती हैं।

निर्वाह-व्यय निर्देशांक
(Cost of Living Index Numbers)

निर्वाह-व्यय निर्देशांक किसी स्थान विशेष या वर्ग विशेष या दोनों के व्यक्तियों के निर्वाह व्यय में होने वाले परिवर्तन की दिशा व मात्रा को प्रकट करते हैं। यों तो जब वस्तुओं का मूल्य बढ़ता है तो सभी वर्गों के व्यक्तियों का निर्वाह-व्यय बढ़ जाता है और जब मूल्य घटता है तब सभी का निर्वाह-व्यय घट जाता है। परन्तु यह घट-बढ़ सभी के लिये बराबर नहीं रहता। किसी के लिये अधिक होता है और किसी के लिये कम। इसका मुख्य कारण यह है कि विभिन्न व्यक्ति विभिन्न वस्तुओं का प्रयोग करते हैं और सब वस्तुओं के मूल्यों के परिवर्तन अलग-अलग रहते हैं। इसलिये

इसकी रचना से स्थान विशेष या दोनो के व्यक्तियो के निर्वाह-व्यय मे हुये परिवर्तन की मात्रा का अनुमान लगाया जा सकता है।

उपयोगिता—निर्वाह-व्यय निर्देशांक को उपभोक्ता मूल्य निर्देशांक भी कहते हैं। इसकी उपयोगितायें निम्न हैं —

(१) इसकी सहायता से उस वर्ग पर होने वाले व्यय के परिवर्तन की मात्रा का अनुमान किया जा सकता है।

(२) व्यय के परिवर्तन का अनुमान होने पर आवश्यकता के अनुसार मूल्यो को नियन्त्रित किया जा सकता है अर्थात् यदि अधिक हैं तो कम किया जा सकता है और यदि कम है तो बढाया जा सकता है।

(३) निर्वाह-व्यय के परिवर्तन का अनुमान करके मंहगाई भत्ता, या न्यूनतम वेतन आदि निश्चित किया जा सकता है।

(४) इसीके आधार पर राशनिंग व्यवस्था चालू की जा सकती है और उचित मूल्यो की दूकानें खोली जा सकती हैं।

मान्यतायें (Assumptions)—निर्वाह व्यय निर्देशांक कुछ मान्यताओ पर आधारित होते हैं। वे निम्न हैं :—

(१) आवश्यकतायें समान—सर्व प्रथम मान्यता यह है कि जिस वर्ग का निर्देशांक बनाया जा रहा है उसकी आवश्यकतायें समान हैं। अगर यह मानकर न चला जाय तो प्रत्येक वर्ग, फिर प्रत्येक परिवार और फिर प्रत्येक व्यक्ति का निर्वाह व्यय निर्देशांक अलग-अलग बनेंगे।

(२) वस्तुयें समान—उपभोग की जानी वाली वस्तुयें भी आधार वर्ष व चालू वर्ष मे समान हैं।

(३) वस्तुओं की मात्रा समान—सामान्यतः एक यह भी मान्यता लेकर चलना पड़ता है कि आधार वर्ष और चालू वर्ष मे उपभोग की जाने वाली वस्तुओं की मात्रा मे कोई परिवर्तन नहीं हुआ है।

(४) विभिन्न स्थानों पर एक ही भाव—यदि निर्देशांक विभिन्न स्थानो के लिये हैं तो यह मान्यता है कि सभी स्थानो पर लगभग वही भाव हैं। उनमें कोई उल्लेखनीय अन्तर नही।

(५) औसत रूप से सत्य—निर्देशांक प्रत्येक व्यक्ति या परिवार के लिये पूर्ण रूप से सत्य नही होते बल्कि औसत रूप से सत्य होते हैं।

(६) वस्तुयें प्रतिनिधि—सम्मिलित की जाने वाली वस्तुये प्रतिनिधि अर्थात् उस वर्ग मे सामान्यत वही वस्तुये प्रयोग की जाती हैं।

रचना मे कठिनाइयाँ

निर्वाह-व्यय निर्देशांक रचना मे प्राय: निम्न कठिनाइयाँ आती हैं :—

(१) मनुष्य के रहन-सहन का स्तर आय एव पेशो के अनुसार भिन्न-भिन्न होता

है। इसलिये भिन्न-भिन्न आय व पेशे के लोगों के लिये भिन्न-भिन्न निर्देशांक रचना करने की आवश्यकता होती है।

(२) निर्देशांक रचना में प्रायः थोक मूल्यों को लिया जाता है जबकि उपभोक्ता फुटकर भाव से उस वस्तु को खरीदता है इसलिये वे उतने शुद्ध नहीं होते।

(३) कुछ वस्तुयें ऐसी होती हैं जिनके मूल्यों में स्थान-स्थान पर बड़ा अन्तर होता है। जैसे मकान के किराये में बम्बई और इलाहाबाद में बहुत अन्तर है। ऐसी दशा में यदि एक स्थान का निर्वाह व्यय निर्देशांक बनाकर दूसरे के लिये भी लागू किया जाय तो परिणाम भ्रम उत्पन्न करेगा।

(४) एक ही वर्ग के लोग एक ही समय में अपनी आयों को एक ही ढंग से नहीं व्यय करते। यह बहुत कुछ आदत, समय, रुचि और परिस्थितियों पर निर्भर करता है। इसलिये एक निर्देशांक पूरे वर्ग के लिये ठीक होगा—यह सोचना ठीक नहीं।

(५) फुटकर भावों में स्थान-स्थान पर बड़ा अन्तर होता है इसलिये भाव क्या रखा जाय जो प्रतिनिधि हो यह एक समस्या है।

(६) प्रायः प्रयोग में लाई जाने वाली वस्तुओं के मूल्यों में बड़ी शीघ्रता से परिवर्तन होता—इसलिए निर्देशांक ठीक स्थिति को नहीं प्रकट कर पाते।

निर्वाह-व्यय निर्देशांक की रचना (Construction of Cost of Living Index Numbers)

निर्वाह-व्यय निर्देशांकों की रचना में निम्न प्रमुख कार्य करने पड़ते हैं :—

(१) सजातीय वर्ग का चुनाव (Selection of Homogeneous Group)—किसी विशेष भूभाग में निर्वाह-व्यय निर्देशांक की रचना का सर्वप्रथम कार्य सजातीय वर्ग का चुनाव होता है। यह कार्य कठिन है। सजातीय वर्ग का चुनाव मुख्यतः निम्न दो आधारों पर किया जाता है :—

(अ) आय की समानता

(ब) पेशे की समानता

परन्तु इसके अतिरिक्त सामान्य परिस्थितियों का अध्ययन भी आवश्यक है। सजातीय वर्ग के चुनाव में गणक का अनुभव एवं सामान्य ज्ञान का प्रमुख हाथ रहता है।

(२) वस्तुओं का चुनाव (Selection of Commodities)—विभिन्न वर्गों के लोग विभिन्न प्रकार की वस्तुओं का प्रयोग करते हैं। इसलिए निर्वाह व्यय निर्देशांक बनाने के लिये वस्तुयें वही होनी चाहिये जिनका उपभोग उस वर्ग के लोग करते हों, जिनके विषय में निर्देशांक बनाये जा रहे हैं। इसके लिये उनके आय-व्यय के वृहद् विवरण का ज्ञान बहुत आवश्यक है।

इससे निम्न सूचनायें प्राप्त होती हैं :—

(१) वर्ग की औसत आय।

(२) प्रत्येक परिवार में सदस्यों की औसत संख्या।

(३) विभिन्न वस्तुओं की मात्रा।

(४) विभिन्न वस्तुओं पर खर्च किया जाने वाला आय का भाग।

वस्तुओं को मुख्यतः निम्न वर्गों में बाँट लेते हैं :—(क) खाद्य पदार्थ, (ख) वस्त्र, (ग) ईंधन तथा प्रकाश, (घ) मकान किराया; (ङ) अन्य।

(३) मूल्य विवरण (**Price Quotations**)—प्रायः चुनी हुई वस्तुओं के फुटकर मूल्य प्राप्त करने पड़ते हैं। ये मूल्य उस स्थान के बाजार मूल्य होने चाहिये जहाँ से वह वर्ग उन वस्तुओं को खरीदता है। भाव उस स्थान की उच्च कोटि की पत्रिकाओं, सरकारी या अर्द्ध सरकारी प्रकाशनों, व्यापार परिषदों या प्रसिद्ध व्यापारियों की सहायता से प्राप्त करने चाहिये।

(४) भार (**Weights**)—वस्तुओं को उनके महत्व के अनुसार भारित करना चाहिये। सभी वस्तुयें बराबर महत्व की नहीं होतीं। भार निम्न दो प्रकारों में से किसी एक ढंग से दिये जा सकते हैं :—

(क) आधार वर्ष में उपभोग की गई वस्तु के परिमाण के अनुपात में—इस रीति से आधार वर्ष में उपभोग की गई वस्तु की मात्रा के अनुसार भार दिया जाता है। इसका विस्तृत विवरण व उदाहरण समस्त व्यय रीति (The Aggregate Expenditure Method) द्वारा निर्देशांक रचना का विवेचन करते समय आगे किया जायेगा।

(ख) आधार वर्ष में प्रत्येक वस्तु पर किये गये व्यय के अनुपात में—इस रीति में आधार वर्ष में उपभोग की गई वस्तु के मूल्य के अनुसार भार दिया जाता है। इसका विषद् विवेचन पारिवारिक आय-व्यय रीति (Family Budget Method) के रूप में आगे किया जायेगा।

निर्वाह-व्यय निर्देशांक बनाने में विभ्रम (Errors in Construction of Cost of Living Index Numbers)

इस प्रकार के निर्देशांक रचना में निम्न अशुद्धियाँ हो जाने की सम्भावना रहती है :—

(१) वस्तु की माँग व मूल्य में होने वाले परिवर्तन की तनिक भी उपेक्षा करने पर निर्देशांक दोषपूर्ण हो जाते हैं।

(२) मनुष्यों का वर्गीकरण बहुत कठिन है और इसमें अशुद्धि हो जाने की पूरी सम्भावना रहती है।

(३) वस्तुओं का चुनाव कठिन कार्य है—इसमें भी अशुद्धि हो जाने की सम्भावना होती है।

(४) निर्देशांक रचना में ऐसे मूल्यों को सम्मिलित करना चाहिये जो प्रतिनिधि हों। इस चुनाव में प्राय त्रुटि रह जाती है।

(५) परिवारों का व्यय समान हो सकता है परन्तु यह बहुत कठिन है कि वे प्रत्येक वस्तु पर समान अनुपात में व्यय करते हों। इसलिये निर्देशांक सब के लिये लागू होगा—दोषपूर्ण विचार है।

(६) प्रायः यह देखा जाता है कि बहुत सी वस्तुयें जो आधार वर्ष में प्रयोग होती थी, चालू वर्ष में नहीं हो रही हैं और जो चालू वर्ष में हो रही हैं वे आधार वर्ष में नहीं होती थी। इस कारण भी अशुद्धि हो जाती है।

(७) जीवन-निर्वाह निर्देशांक यह मानकर बनाये जाते हैं कि वस्तु की मात्रा आधार व चालू दोनों वर्षों में समान है। परन्तु व्यावहारिक जीवन में ऐसा नहीं मिलता। इससे भी अशुद्धि हो जाती है।

(८) आज के युग में मानव की आवश्यकतायें इतनी अनन्त हो गई हैं और वह इतनी प्रकार की वस्तुयें प्रयोग करता है कि सभी वस्तुओं को निर्देशांक रचना में सम्मिलित करना असम्भव है। इसलिये कुछ न कुछ त्रुटि अवश्य रह जाने की सम्भावना रहती है।

भौतिक मात्राओं के निर्देशांक (Index Numbers of Physical Quantities)

इस प्रकार के निर्देशांक मूल्यों से सम्बन्धित नहीं होते और भौतिक मात्राओं की वृद्धि या कमी को दिखाने के लिये बनाये जाते हैं। प्रायः इनकी रचना उत्पादन में कमी या अधिकता के तुलनात्मक अध्ययन के लिये की जाती है।

इसकी रचना में भी वही समस्यायें उपस्थित होती हैं। जैसे :—

(१) वस्तु या वर्ग का चुनाव—सर्वप्रथम यह निश्चित करना पड़ता है कि कौन सी वस्तु का निर्देशांक बनाना है। वस्तु एक हो सकती है जैसे गेहूँ का उत्पादन या एक वर्ग हो सकता है जैसे खाद्यान्न का उत्पादन। यदि वर्ग है तो उसमें प्रतिनिधि वस्तुओं को ठीक प्रकार से चुन कर सम्मिलित करना पड़ेगा।

(२) परिवर्तन का विवरण—वस्तु या वस्तुओं के वर्ग को निश्चित करने के उपरान्त उन वस्तुओं की मात्रा के परिवर्तन की मात्रा व दिशा का ठीक प्रकार से विवरण पाना आवश्यक है। ऐसे साधन प्रयोग करने पड़ेंगे जिससे इसका ठीक ज्ञान हो सके। इसके लिये प्रायः निम्न साधन हो सकते हैं :—

(क) सरकारी या अर्द्ध-सरकारी प्रकाशन।

(ख) पत्र-पत्रिकाएँ या अन्य प्रकाशन।

(ग) व्यापार परिषदों द्वारा।

(घ) विश्वविद्यालयों या अन्य अनुसंधान संस्थाओं द्वारा।

(ङ) अन्य साधनों द्वारा।

(३) अध्ययन का क्षेत्र—यह भी निश्चित करना पड़ेगा कि हमारे अध्ययन का क्षेत्र क्या होगा अर्थात् जो निर्देशांक बनेगा वह कितने क्षेत्र के लिये लागू होगा जैसे सारे देश के लिये या सारे प्रान्त के लिय या अन्य किसी भू-भाग के लिये। इसी के अनुसार सूचना प्राप्त करने के स्थान चुनने पड़े गे।

(४) समय का निर्धारण—यह भी प्रारम्भ म ही निश्चित कर लेना पड़ेगा कि परिवर्तन की दिशा व मात्रा का अध्ययन किस समय के लिये हो रहा है जैसे वार्षिक, षट्मासिक, त्रैमासिक, मासिक, पक्षीय या साप्ताहिक। इसी पर सूचना की आवृत्ति निर्भर करती है। फिर सभी का औसत लेना पड़ेगा।

Illustration 6

The production of food grains for a particular area in two different years are given below Prepare index number for the food productions taking 1950 as base —

Commodity	Production in 1950 (in lakh tons)	Production in 1960 (in lakh tons)
Wheat	10	12
Rice	12	16
Pulses	8	10
Others	10	12

Solution 6

Commodity	Production		Relatives
	Base year (in lakh tons)	Current year (in lakh tons)	
Wheat	10	12	$\frac{12}{10} \times 100 = 120$
Rice	12	16	$\frac{16}{12} \times 100 = 133\ 3$
Pulses	8	10	$\frac{10}{8} \times 100 = 125$
Others	10	12	$\frac{12}{10} \times 100 = 120$
Total			498 3

$$\text{Index Number} = \frac{498\ 3}{4}$$

$$= 124\ 5$$

मूल्य-निर्देशांकों के प्रमुख प्रकार (Principal Types of Price Index Numbers)

मूल्य निर्देशांकों के प्रमुख प्रकार निम्न हैं :—

(१) साधारण समस्त मूल्य निर्देशांक (The Simple Aggregative Price Index)—इसमे चुनी हुई विभिन्न वस्तुओं के मूल्य प्रति इकाई में दिये होते है। आधार वर्ष और चालू वर्ष की सभी वस्तुओं के मूल्यों का अलग-अलग योग कर लेते हैं। आधार वर्ष के मूल्यों के योग को १०० मानकर चालू वर्ष के मूल्यों को प्रतिशत मे प्रकट करते हैं।

दोष :

इस रीति के प्रमुख दोष निम्न है :—

(१) सभी वस्तुओं को समान भार प्रदान किया जाता है और उनकी महत्ता पर नही ध्यान दिया जाता।

(२) इस प्रकार प्राप्त निर्देशांक प्रारम्भ मे इकाई के रूप में होते हैं जो तुलनीय नही होते।

(३) वस्तुओं की मात्रा का कोई विचार नही किया जाता।

Illustration 7

Find out Simple Aggregative Price Index from the following data —

Articles	unit	Price in base year (1951)	Price in current year (1960)
Wheat	Per Md	10	15
Rice	”	15	20
Gram	”	8	10
Pulses	”	8	15
Ghee	Per seer	3	5
Sugar	”	5	1
Firewood	Per Md.	1·4	2·2
House Rent	Per house	10	15

Solution 7

Article	Unit	Price in base year (1951)	Price in current year (1914)
Wheat	Per Md.	10	15
Rice	”	15	20
Gram	”	8	10
Pulses	”	8	15
Ghee	Per Seer	3	5
Sugar	”	5	1
Firewood	Per Md.	1·4	2 2
House Rent	Per House	10	15
Total		55 9	83 2

$$\text{Index Number} = \frac{\Sigma P_1}{\Sigma P_0} \times 100$$

$$= \frac{83 2}{55 9} \times 100$$

$$= 148 8$$

(२) मूल्यानुपात निर्देशाकों का सरल माध्य (**The Simple Average of Relatives of Price Index**)—इस प्रकार के निर्देशाक की रचना करते समय सर्वप्रथम प्रत्येक वस्तु के चालू वर्ष के मूल्य मे आधार वर्ष के मूल्य का भाग देकर भजनफल मे १०० का गुणा कर देते हैं। इन मूल्यानुपातो को जोडकर योग में सख्या का भाग दे देते हैं। इस प्रकार प्राप्त फल निर्देशाक होता है।

दोष—इस रीति मे निम्न दोष हैं :—

(१) सभी वस्तुओ को बराबर महत्व दिया जाता है और समान भार दिया जाता है।

(२) वस्तुओ की मात्रा को कोई स्थान नही दिया जाता।

उदाहरण—ऊपर वाले प्रश्न को इस रीति से इस प्रकार करेंगे :—

Solution 7.

Article	Unit	Price in Base year (1954) P_0	Price in Current year (1960) P_1	Relatives R
Wheat	Per Md	10	15	$\frac{15}{10} \times 100 = 150$
Rice	„	15	20	$\frac{20}{15} \times 100 = 133 3$
Gram	„	8	10	$\frac{10}{8} \times 100 = 125$
Pulses	„	8	15	$\frac{15}{8} \times 100 = 187 5$
Ghee	Per Seer	3	5	$\frac{5}{3} \times 100 = 166 6$
Sugar	„	5	1	$\frac{2}{1} \times 100 = 200$
Firewood	Per Md	1 4	2 2	$\frac{2 2}{1{\cdot}4} \times 100 = 157 1$
House Rent	Per House	10	15	$\frac{15}{10} \times 100 = 150$
				$\Sigma R = 1269 5$

$$\text{Index No} = \frac{\Sigma R}{n}$$

$$= \frac{1269.5}{8}$$

$$= 158.7$$

(३) भारित समस्त मूल्य निर्देशांक (The Weighted Aggregative Price Index)—इस रीति में वस्तुओं के आधार वर्ष की मात्रा को भार के रूप में प्रयोग करते हैं। इसमें निम्न क्रियायें करनी पड़ती हैं —

(१) प्रत्येक वस्तु के चालू वर्ष के मूल्य में आधार वर्ष की मात्रा का गुणा करते हैं। ($P_1 q_0$)।

(२) प्रत्येक वस्तु के आधार वर्ष के मूल्य में आधार वर्ष की मात्रा का गुणा करते हैं। ($P_0 q_0$)।

(३) दोनों वर्षों के गुणनफलों को अलग अलग जोड़ लेते हैं।

(४) चालू वर्ष के गुणनफलों के योग में आधार वर्ष के गुणनफलों के योग का भाग दे देते हैं।

(५) प्राप्त भजनफल में १०० का गुणा कर देते हैं।

यही निर्देशांक होता है।

निर्वाह व्यय निर्देशांक निकालने की यह एक प्रमुख विधि है जिसे समस्त व्यय रीति (The Aggregate Expenditure Method) कहते हैं।

इस का सूत्र निम्न है :—

$$\text{Index No} = \frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0} \times 100$$

Where

$P_1 q_0$ = Price of the current year × Quantity of the Base year

$P_0 q_0$ = Price of the Base year × Quantity of the Base year

Illustration 8

From the following figures prepare the cost of Living Index Numbers by Aggregative or Aggregate Expenditure Method —

Article	Quantity Consumed in Base year q_0	Unit	Price in Base year (1951) P_0	Price in Current year (1960) P_1
Wheat	1 md	Per Md	10	15
Rice	4 mds	"	15	20
Gram	1 "	"	8	10
Pulses	2 "	"	8	15
Ghee	4 Seers	Per Seer	3	5
Sugar	4 "	"	.5	1
Firewood	5 Mds	Per Md	1.1	2.2
House Rent	1 House	House	10	15

Solution 8

Construction of Cost of Living Index Number by the Aggregate Expenditure or Aggregative Method

Article	Quantity Consumed in Base year	Unit	Price in Base year (1954)	Price in Current year (1960)	Aggregate Expenditure in Base year (col 2 × col. 4)	Aggregate Expenditure in Current year (col 2 × col 5
	q_0		P_0	P_1	$P_0\,q_0$	$P_1\,q_0$
			Rs	Rs		15
Wheat	1 md	Per Md	10	15	10	80
Rice	4 mds	,,	15	20	60	10
Gram	1 md	,,	8	10	8	30
Pulses	2 mds	,,	8	15	16	20
Ghee	4 Seers	Per Seer	3	5	12	4
Sugar	4 Seers	,,	5	1	2	11
Firewood	5 mds	Per Md	1 4	2 2	7	15
House Rent	1 House	PerHouse	10	15	10	
Total					$\Sigma P_0 q_0 =$ 125	$\Sigma P_1 q_0 =$ 185

Index No for the current year (1960) $= \frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0} \times 100$

$= \frac{185}{125} \times 100$

$= 148$

(४) मूल्यानुपात निर्देशांकों का भारित माध्य **(The Weighted Average of Relatives Price Index)**—यहाँ मूल्यानुपात निर्देशांकों के योग का साधारण माध्य न निकालकर एक सुनिश्चित योजना के अनुसार भारित माध्य निकालते हैं।

इस रीति से निर्देशांक रचना करने में निम्न क्रियायें करनी पड़ती हैं :—

(१) प्रत्येक वस्तु के मूल्य का मूल्यानुपात निकालते हैं। $\left(\frac{P_1}{P_0} \times १००\right)$

(२) प्रत्येक वस्तु के आधार वर्ष के मूल्य और आधार वर्ष में उपभोग की गई मात्रा का गुणा करते हैं। यही गुणनफल प्रत्येक वस्तु के लिये भार मान लिया जाता है। (Po qo or W)

(३) प्रत्येक मूल्यानुपात को उसके भार से गुणा करते हैं। (RW)

(४) इन गुणनफलों को जोड़ लेते हैं। (ΣRW)

(५) भारों का योग निकाल लेते हैं। (ΣW)

(६) गुणनफलों के योग में भारों के योग का भाग दे देते हैं। $\left(\frac{\Sigma RW}{\Sigma W}\right)$

प्राप्त भजनफल निर्देशांक होता है।

निर्वाह व्यय निर्देशांक रचना की यह दूसरी प्रमुख रीति है जिसे पारिवारिक बजट रीति (Family Budget or Weighted Relatives Method) कहते हैं।

इसका सूत्र निम्न है —

$$\text{Index Number} = \frac{\Sigma RW}{\Sigma W}$$

Where RW = Relatives × Weight

ऊपर के उदाहरण को हम इस रीति से करेंगे —

Solution 8

Construction of Cost of Living Index Number by the Family Budget or Weighted Relatives Method

Article	Quantity Consumed in Base Year (1954)	Unit	Price in Base Year (1954)	Price in Current Year (1960)	Price Relatives for Current year $\frac{P_1}{P_o} \times 100$	Weights—value Consumed in Base Year	Product of Relatives & Weights
	q_0		P_0	P_1	R	W	RW
1	2	3	4	5	6	7	8
Wheat	1 md	Per md	10	15	150	10	1,500
Rice	4 mds	"	15	20	133.3	60	7,998
Gram	1 md	"	8	10	125	8	1,000
Pulses	2 mds		8	15	187.5	16	3,000
Ghee	4 Seers	Per Seer	3	5	166.6	12	1,999.2
Sugar	4 "	"	.5	1	200	2	400
Firewood	5 mds	Per md	1.4	2.2	157.1	7	1,099.7
Hous-Rent	1 House	PerHouse	10	15	150	10	1,500
						ΣW = 125	ΣRW = 18,496.9

$$\text{Index No} = \frac{\Sigma RW}{\Sigma W}$$

$$= \frac{18496.9}{125}$$

$$= 147.97$$

फिशर का आदर्श निर्देशांक (Fisher's Ideal Index Number)

हम पहले देख चुके हैं कि आधार वर्ष की मात्रा को ही चालू वर्ष के लिये प्रयोग किया जाता है। निर्देशांक रचना का यह भारी दोष है। आधार वर्ष और चालू वर्ष की मात्रा में सदा साम्य रहे यह व्यावहारिक नहीं। मानव की आवश्यकतायें निरन्तर घटती बढ़ती रहती हैं और शिक्षा, आय, धार्मिक प्रभाव, स्थान आदि के प्रभाव स्वरूप उनमें बहुत परिवर्तन होते रहते हैं इसलिये आधार वर्ष और चालू वर्ष को समान भार प्रदान करना ठीक नहीं। इस अशुद्धि को दूर करने के लिये प्रो० इरविंग फिशर (Irving Fisher) ने एक आदर्श सूत्र बनाया है जिसके अनुसार आधार वर्ष के मूल्यों को आधार वर्ष के भार से और चालू वर्ष के मूल्यों को चालू वर्ष के भार से भारांकित किया जाता है।

फिशर का आदर्श सूत्र निम्न है :—

$$\text{Index Number} = \sqrt{\frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0} \times \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_1}} \times 100$$

Where

P_1 = Price of the Current year

P_0 = " " Base year

q_1 = quantity of the current year

q_0 " " Base year

इसकी रचना क्रिया निम्न है :—

(१) प्रत्येक वस्तु के आधार वर्ष के मूल्य को आधार वर्ष की मात्रा से गुणा करते हैं। ($P_0 q_0$)

(२) प्रत्येक वर्ष के चालू वर्ष के मूल्य को आधार वर्ष की मात्रा से गुणा करते हैं। ($P_1 q_0$)।

(३) प्रत्येक वस्तु के चालू वर्ष के मूल्य और चालू वर्ष की मात्रा से गुणा करते हैं। ($P_1 q_1$)

(४) प्रत्येक वस्तु के आधार वर्ष के मूल्य और चालू वर्ष की मात्रा का गुणा करते हैं। ($P_0 q_1$)

(५) इन चारों प्रकार के गुणनफलों का अलग-अलग योग ज्ञात करते हैं।

(६) अब चालू वर्ष के मूल्य और आधार वर्ष की मात्रा के गुणनफलों के योग में आधार वर्ष के मूल्य और आधार वर्ष की मात्रा के गुणनफलों के योग का भाग देते हैं।

(७) इसी प्रकार चालू वर्ष के मूल्य और चालू वर्ष की मात्रा के गुणनफलों के योग में आधार वर्ष के मूल्य और चालू वर्ष की मात्रा के गुणनफलों के योग का भाग दे देते हैं।

(८) इस प्रकार प्राप्त दोनों भजनफलों को आपस में गुणा करते हैं।

(९) प्राप्त गुणनफल का वर्गमूल निकाल लेते हैं।

(१०) वर्गमूल में १०० का गुणा कर देते हैं।

Illustration 9

Construct with the help of data given below Fisher's Ideal Index Number —

Articles	Estimated total produce in thousand ton's in district Saran		Harvest price per maund in district Saran	
	1931-32	*1932-33*	*1931-32*	*1932-33*
			Rs as	*Rs as*
Winter Rice	71	26	3 8	3 2
Barley	107	83	2 0	1 14
Maize	62	48	2 9	1 12

Solution 9.

Computation of Fisher's Ideal Index Number
(Base Year 1931-32)

Articles	Base Year (1931-32)		Current Year (1932-33)					
	Price in annas P_0	Quantity q_0	Price in annas P_1	Quantity q_1	P_0q_0	P_1q_1	P_1q_0	P_0q_1
Winter Rice	56	71	50	26	3976	1300	3550	1456
Barley	32	107	30	83	3424	2490	3210	2656
Maize	41	62	28	48	2542	1344	1736	1968
Total					$\Sigma P_0q_0 = 9942$	$\Sigma P_1q_1 = 5134$	$\Sigma P_1q_0 = 8496$	$\Sigma P_0q_1 = 6080$

$$\text{Fisher's Ideal Index No} = \sqrt{\frac{\Sigma P_1q_0}{\Sigma P_0q_0} \times \frac{\Sigma P_1q_1}{\Sigma P_0q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{8496}{9942} \times \frac{5134}{6080}} \times 100$$

$$= \sqrt{7218} \times 100$$

$$= 85 \times 100$$

$$= 85$$

उत्क्राम्यता परीक्षा (Reversibility Test)

यथास्थान हम यह कह चुके हैं कि एक अच्छे निर्देशाक के लिये यह भी आवश्यक है कि वह उत्क्राम्यता परीक्षा के अनुसार ठीक हो। उत्क्राम्यता दो प्रकार की हो सकती है :—

(१) समय उत्क्राम्यता (Time Reversibility)

(२) तत्व उत्क्राम्यता ((Factor Reversibility)

समय उत्क्राम्यता—इसे स्पष्ट करते हुये प्रो० फिशर ने लिखा है, "(उत्तम निर्देशाक की) परीक्षा यह है कि इसे ज्ञात करने का सूत्र ऐसा होना चाहिये कि एक प्रकार की तुलना में जो अनुपात हो, दूसरे प्रकार के तुलना में भी वही अनुपात हो—चाहे उसमें से कोई भी आधार माना जाय।"[1] कहने का आशय यह है कि यदि किसी वर्ष को आधार वर्ष मानकर किसी अन्य वर्ष का मूल्य निर्देशाक निकाला जाय और फिर उसी रीति से दूसरे वर्ष को आधार वर्ष मानकर पहले वर्ष का निर्देशाक तो दोनों निर्देशाक एक दूसरे के व्युत्क्रम (Reciprocal) होने चाहिये अर्थात् यदि दोनों को गुणा किया जाय तो गुणनफल १ होगा।

इसे सूत्र के रूप में इस प्रकार प्रकट करेंगे :—

$P_{01} \times P_{10} = 1$

Where

P_{01} = Index number for current year taking Base year as Base.

P_{10} = Index Number for Base year, taking Current year as Base

तत्व उत्क्राम्यता—तत्व उत्क्राम्यता के विषय में प्रो० फिशर ने लिखा है "जिस प्रकार प्रत्येक सूत्र के अनुसार यह सम्भव होना चाहिये कि दो पदों के समूहों के आपस के परिवर्तन से अनियमित फल न प्राप्त हो उसी प्रकार यह भी सम्भव होना चाहिये कि मूल्य तथा मात्राओं के प्रतिस्थापन करने पर भी अनियमित फल न प्राप्त हो अर्थात् दोनों परिणामों को आपस में गुणा करने पर वास्तविक मूल्य अनुपात

---

[1] "The test is that the formula for calculating an index number should be such that it will give the same ratio between one point of comparison and the other, no matter which of the two is taken as base." —*Fisher*

(True value ratio) प्राप्त हो।"[1] अधिक स्पष्ट शब्दों में यह कि मूल्य और मात्रा में परस्पर परिवर्तन करें अर्थात् मूल्य के स्थान पर मात्रा और मात्रा के स्थान पर मूल्य रखकर निर्देशांक बनाये तो दोनों निर्देशांकों का गुणनफल चालू वर्ष के कुल मूल्य ($\Sigma P_1 q_1$) तथा आधार वर्ष के कुल मूल ($\Sigma P_0 q_0$) के अनुपात के बराबर होगा। सूत्र में इसे निम्न ढंग से प्रस्तुत करेंगे :—

$$P_{01} \times Q_{01} = \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_0}$$

Where

P_{01} = Index number of price for current year taking Base year as Base

Q_{01} = Index number of Quantity for current year taking base year as base.

$P_1 q_1$ = Price of the current year × quantity of the current year

$P_1 q_0$ = Price of the base year × quantity of the base year

अब हम ऊपर दिये प्रश्न में समय तथा तत्व उत्क्राम्यता की जाँच करेंगे :—

समय उत्क्रमण परीक्षा (**Time Reversal Test**)—चूँकि १०० का दोनों ओर गुणा होता है इसलिये सरलता के लिये हम १०० को छोड़ देते है। फिशर के सूत्र के अनुसार :—

$$P_{01} \times P_{10} = 1$$

$$\text{or} \sqrt{\frac{8496}{9942} \times \frac{5134}{6080}} \times \sqrt{\frac{9942}{8496} \times \frac{6080}{5134}} = 1$$

$$\text{or} \sqrt{7218} \times \sqrt{1\ 38} = 1$$

$$\text{or} \quad 85 \times 1\ 18 = 1$$

इस प्रकार इस परीक्षा से यह निर्देशांक ठीक है।

तत्व उत्क्रमण परीक्षा (**Factor Reversal Test**)—इसका सूत्र निम्न है —

$$P_{01} \times Q_{01} = \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_0}$$

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0} \times \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_1}}$$

---

1 "Just as each formula should permit interchange of two items without giving inconsistent results, so it ought to permit interchanging the price and quantities without giving inconsistent results i e two results multiplied together should give true value ratio
—*Fisher*

$$q_{01}=\sqrt{\frac{\Sigma P_0 q_1}{\Sigma P_0 q_0} \times \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_1 q_0}}$$

Now substituting the values in the formula

$$\sqrt{\frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0} \times \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_1}} \times \sqrt{\frac{\Sigma P_0 q_1}{\Sigma P_0 q_0} \times \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_1 q_0}} = \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_0}$$

$$\text{or} = \sqrt{\frac{8496}{9942} \times \frac{5134}{6080} \times \frac{6080}{9942} \times \frac{5134}{8496}} = \frac{5134}{9942}$$

$$\text{or} \sqrt{\frac{5134 \times 5134}{9942 \times 9942}} = \frac{5134}{9942}$$

$$\text{or} \quad \frac{5134}{9942} = \frac{5134}{9942}$$

इस प्रकार तत्व उत्क्रमण परीक्षा के अनुसार भी यह ठीक है।

आधार परिवर्तन (Base Shifting)

निर्देशांक का प्रयोग करते समय तब आधार परिवर्तन की आवश्यकता होती है। जब दो श्रेणियों की तुलना की जा रही हो या निर्देशांकों का अन्य गणनाओं के लिये प्रयोग किया जा रहा हो। कारण यह है कि निर्देशांक जब भिन्न भिन्न वर्षों पर आधारित होते हैं तो तुलनीय नहीं होते। तुलना योग्य बनाने के लिये उन्हें एक आधार पर लाना होता है।

आधार वर्ष में परिवर्तन की दो रीतियां हैं :—

(१) संक्षिप्त रीति

(२) पुनर्निर्माण रीति।

संक्षिप्त रीति—यह रीति सरल एवं संक्षिप्त है और इसका प्रयोग वहाँ होता है जहाँ गुणोत्तर माध्य की सहायता से निर्देशांक निकाले गये हों। यह रीति स्थिर तथा शृंखला आधार निर्देशांक दोनों में समान रीति से उपयोग होता है। इसका सूत्र निम्न है :—

$$\text{New Index No} = \frac{\text{Old Index No of the Current year}}{\text{Old Index No of the New Base year}} \times 100$$

Illustration 10

Year	Index No 1952 as base	New Index Nos 1954 as base
1952	100	$\frac{100}{120} \times 100 = 83.3$
1953	120	$\frac{120}{120} \times 100 = 100$
1954	120	$\frac{120}{120} \times 100 = 100$
1955	150	$\frac{150}{120} \times 100 = 125$
1956	200	$\frac{200}{120} \times 100 = 166.6$

पुनर्निर्माण रीति—इस रीति में नये वर्ष को आधार मानकर निर्देशांकों की नये सिरे से रचना होती है। यह रीति वहाँ प्रयोग होती है जहाँ निर्देशांक रचना में मध्यका अथवा समानान्तर माध्य का प्रयोग किया गया हो।

Standard Questions

1. What is an index number ? Why is it constructed ? Explain the utility of various index numbers
2. What are index numbers ? Mention the different types of index numbers and their use
3. What is an index number ? Explain the purpose of constructing index number
4. What is an index number ? Describe briefly the problems involved in the construction of index number of prices
5. What is an index number ? Discuss the problems that arise while constructing an index number of profits
6. What is an index number ? What are its uses and limitations ? What are the chief considerations that one has to bear in mind in constructions of index number ? Illustrate your answer with reference to any particular index number published in India
7. What is the purpose of Index Number Explain clearly how they are prepared and used ?
8. It is desired to find the difference in the cost of living in the years 1929 and 1938 in the case of (i) clerks and (ii) labourers in a big town Explain the necessary procedure to be adopted
9. "Index numbers are the economic barometers" Explain the statement and mention what precautions should be taken in

making use of the published index numbers Show with the help of an example how would you convert the index numbers from one basic period to another

10 Explain the use of Index numbers Describe the procedure followed in the preparation of general and the cost of living index numbers

11 What points should be taken into consideration in choosing the base and determining the weights in the preparation of cost of living index number ?

12 Discuss the *Ideal Formula* for preparing index numbers given by Fisher *(Agra M Com, 1957)*

13 Explain the meaning of 'Economic Baerometers' How are such barometers constructed and how far have they been used successfully in forecasting economic events ?

(Raj M A, 1956)

14 'Index Numbers are devices for measuring differences in the magnitude of a group of related variables' Elucidate Also discuss the important uses of Index Numbers

(Raj M Com 1956)

15 Explain how cost of living index numbers are prepared What points are considered in the selection of the base year, prices and weights

16 Discuss briefly problems involved in the construction of price index numbers *(Agra B Com, 1954)*

17 What is an index number ? How is it constructed ? What purpose does it serve ? Do you agree with the view that weighting of an index number is necessary If not why ?

(Raj B Com, 1950)

18 What is an index number ? What purpose does it serve ? Suggest how you would proceed in constructing either an index of wholesale prices or an index of industrial production

(Raj B Com, 1953)

19 Distinguish between 'Fixed Base' and 'Chain Base' method, of constructing Index Numbers Discuss the relative merits of each method *(Raj B Com, 1951)*

20 Explain the importance of weighting in the construction of Index Numbers How would you determine the weights in computing an

(a) Index number of wholesale prices
(b) Index number of cost of living
(c) Index number of Industrial Production

(Agra M A, 1949)

21 What are the main sources of errors in the cost of living Index Number ? How can these errors be avoided ?

(Allahabad B Com, 1953)

22 Examine the claim of (a) Geometric Mean and (b) chain base method in technique of Index Numbers construction Illustrate your answer with example (*Delhi B. Com 1953*)

What is cost of living index number ? How is it constructed ? Construct a Cost of Living Index number from the following data —

Group	Index No for current year	Weight
Food	152	52
Fuel & Lighting	110	8
Clothing	130	9
House Rent	100	15
Misc	90	16

(**Index No =128 94**) (*Raj B. Com 1950*)

From the following group average prices prepare Index Numbers with a view to determine the amount of wages

	Group	1913	1914	1915	1916
1	Food per maund	Rs 4/--	4/8-	7/--	6/-/-
2	Rent per room	Rs 2/-/-	2/-/-	3 -/-	4/-/-
3	Cloth per yd	Rs -/6/-	-/8-	-/12/-	-/14/-
4	Misc per unit	Rs 2/-/-	2/8/-	3/4/-	3/8/-

Take the prices of 1913 as the base and give the four groups weightage in the proportion of 8, 5, 3 and 2. (*Agra B Com, 1947*)

(**Index Nos. 100, 114, 149 and 181**)

From the following average prices of the groups of commodities given in rupees per unit, find chain base index numbers with 1939 as the base year.

Group	1939	1940	1941	1942	1943
I	2	3	4	5	6
II	8	10	12	15	18
III	4	5	8	10	12

(*Agra B Com., 1949*)

{ **Average Link Relatives : 100, 133, 138, 125, 120.**
Chain Relatives : 100, 133, 183 5, 229 4, 275 3 }

The annual wages of a worker in rupees along with price index numbers are given below

Prepare index numbers for real wages of the worker —

Year	Wages	Index No. of prices
1939	200	100
1942	240	160
1943	350	280
1944	360	290
1945	360	300
1946	370	320
1947	370	330

Explain the relation between real wage index numbers and the price index numbers (*Agra B Com , 1950*)

(Real Wage Index Nos =100, 75, 62 5, 62, 60, 57 8 and 56 8)

27 From the information given below prepare cost of living index numbers for 1948 and 1949 taking the average price of 1947 as base

Group of Articles		1947	1948	1949
1 Food per mound	Rs	20/-/-	24/-/-	21/-/-
2 Cloth per yard	Rs	1/4/-	1/8/-	1/-/-
3 Rent per room	Rs	5 - -	8/ /-	8/-/-
4 Misc per unit	Rs	2/ /	2/4/-	2/2/-

Give weights to the four groups 4, 3, 2, 1 respectively

(*Agra, B Com , 1951*)

(Index Nos 1948 =127 25 and 1949 =108 62)

28 Construct the cost of living index number for 1940 on the basis of 1939 from the following data using Aggregate Expenditure Method

Article	Quantity Consumed in 1939	Price in 1939	Price in 1940
Rice	6 mds	5—12—0	6— 0—0
Wheat	6 mds	5— 0—0	8— 0—0
Gram	1 md	6— 0—0	9— 0—0
Arher	6 mds	8— 0—0	10— 0—0
Ghee	4 Seers	2— 0—0	1— 8—0
Sugar	1 md	20— 0—0	15— 0—0
Oil	20 Seers	20— 8—0	18— 0—0
Salt	12 Seers	4— 0—0	4—12—0
Fuel	12 mds	0—12—0	1— 0—0
Cloth	50 Yds	0— 8—0	0—12—0
House Rent		10— 0—0	12— 0—0

(Index No =121 8) (*Agra, B Com , 1953*)

The following table gives group index numbers and their weights relating to family budget of an average Indian Labourer Prepare the cost of living index number

Group	Index No	Weights
1 Food	352	48
2 Fuel & Lighting	220	10
3 Clothing	230	8
4 Rent	160	12
5 Misc.	190	15

(*Agra, B Com , 1957* , *Banaras, B Com , 1946*, *Luknow, B Com , 1957*)

(Index No =276 4)

30 Prepare index number of prices for three years with average price as base

Year	Wheat	Cotton	Oil
1st year per Re	10 Seers	4 Seers	3 Seers
2nd ,, ,,	9 Seers	3½ Seers	3 Seers
3rd	3 Seers	3 Seers	2½ Seers

(*Agra B Com, 1958*)

(**Index Number for 1st year=90 97, 2nd year=98 1 and 3rd** ***year=103 3***)

31 The following table gives the average wholesale prices of three groups of commodities for the years 1939 to 1943 Compute chain base index numbers chained to 1939

Group	1939	1940	1941	1942	1943
I	2	3	5	7	8
II	8	10	12	14	18
III	4	5	7	9	12

(*Agra B Com 1959*)

{**Link Relatives =100, 133 3, 142 3 128 4, 125 4**
Chain Relatives =100, 133, 189 3, 243 304 7}

32 Prepare index number of prices for three years with the average price as base —

Year	Wheat	Cotton	Oil
1st year	4	2	2
2nd year	3	1½	1¼
3rd year	2½	1	¾

(*Saugar B Com 1958*)

(**Index No for 1st year=87 5 2nd year=95 0 and 3rd year= 137 5**)

33 An enquiry into the budgets of the middle class families in a city in England gave the following information

Expenditure on	Food 35%	Rent 15%	Clothing 20%	Fuel 10%	Misc. 20%
Price in 1928	£150	£30	£75	£25	£40
Price in 1929	£145	£30	£65	£32	£45

What changes in the cost of living figures of 1929 as compared with that of 1928 are seen

(Index No for 1929=97 87)

34 Find the current cost of living index with the help of data given in the following table

Item	Weight	Basic prices	Current prices
Barber	21	0 0-10	0-2-1
Washerman	23	0-0 7	0-2-4
Soap	12	0 8-0	1-10-0
Betelnut	21	0-7-11	3-1-1
Biri	23	0-0-6	0-2-0
	100		

(Index No =405 7) *(Lucknow B Com. 1953)*

35 Using 1949 as base year, find the price index for the year 1950 with following data Use Arithmetic average. Will the index stand their reversal test Give reasons for your answer.

Commodity	Price in 1949	Price in 1950	Weight
A	4-0-0	6-0-0	10
B	10-0-0	12-8-0	6
C	0-8-0	0-8-0	2
D	0-12-0	1-0-0	3
E	1-4-0	0-15 0	4

(Index No =126) *(Lucknow B Com. 1954)*

36 *The following table gives the average prices for rice during* 1948 and prices during August 1957 for six different markets along with appropriate weights. Calculate price index for rice for August 1957 taking 1948 as the base.

Market	Weight.	Price per md August for 1948	Price per md August for 1957
Dehradun	9	26 93	20 00
Saharanpur	23	25 00	20 00
Bahraich	18	21 78	20 00
Pilibhit	14	21 72	16 25
Naughar	17	21 02	17 50
Bansi	19	21 55	18 78

(Index No =82 8) *(Lucknow B Com 1958)*

37 Construct the Cost of Living Index for April 1944 from the following data —

Groups	Weights proportional to total expenditure	Group Index No. for April 1954
Food	47	247
Fuel & Lighting	7	593
Clothing	8	289
House Rent	13	100
Misc	14	236

(Index No.=254 7) (*Allahabad B Com. 1945*)

38 Construct the cost of living index number for the current year from the following data using aggregate expenditure method

Commodity	Quantity consumed in base year	Unit	Price in base year	Price in current year
Rice	1 md	md	16 0	18—0
Wheat	9 mds	,,	10—8	13—0
Gram	1 md	,,	7—8	8—0
Pulses	2 mds	,,	20—0	20—0
Ghee	1 md	seer	3-12	3—0
Salt	14 seers	md	5—0	5—0
Sugar	1 md	,,	16—4	10—0
Oil	20 seers	,,	39—0	41—0
Milk	6 mds	seer	0—5	0—4
Clothing	60 yds	yd	0-12	0-10
Firewood	20 mds	md	1—4	2—0
Kerosene	1 tin	Tin	6—8	6—8
House Rent		house	12—0	9—0

(Index No 95 6) (*Allahabad B Com 1953*)

39 Construct Index numbers with the help of following data.

Year	Wheat		Rice		Gram	
	Quantity	Price	Quantity	Price	Quantity	Price
1939	15	15 3	5	20 2	10	4
1954	12	22 7	4	27 4	8	7

Give reasons for choosing the Index No constructed by you

(Index No =147 8) (*Allahabad, B Com, 1955*)

From the information supplied below, calculate the working class cost of living index number for Ahmedabad for November 1947

(Average price from August 1926 to July 1927=100)

Groups	Weights proportional to Total Expenditure	Group Index November 1947
Food	58	252
Fuel & Lighting	7	266
Clothing	10	210
House Rent	12	107
Miscellaneous	4	292
	91	

(Index No =231 1)

The following are the group index numbers and the group weights for the workers of a town for the month of June 1952 *Construct the cost of living index number for the given month*

Groups	Index No	Weights
Food	277	58
Fuel & Lighting	293	7
Clothing	322	10
Rent	107	12
Miscellaneous	335	4

(Index No =262 55)

From the data given below, construct the cost of Living Index number

	Price Relatives	Weights
Food	250	45
Clothing	320	20
Rent	150	15
Fuel & Lighting	190	5
Miscellaneous	300	15

(Index No =253 5)

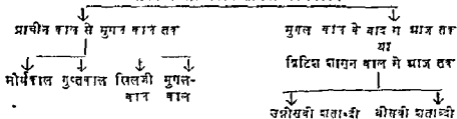
अध्याय १५

भारत में सांख्यिकीय सामग्री का विकास

(Development of Statistics in India)

भारत में सांख्यिकीय सामग्री के विकास के इतिहास को सांख्यिकी के महत्व संकलन व प्रकाशन के दृष्टिकोण से निम्न भागों में बाँट सकते हैं —

भारत में सांख्यिकीय सामग्री का विकास

- प्राचीन काल से मुगल काल तक
  - मौर्यकाल
  - गुप्तकाल
  - खिलजी काल
  - मुगल-काल
- मुगल काल के बाद से आज तक या ब्रिटिश शासन काल से आज तक
  - उन्नीसवीं शताब्दी
  - बीसवीं शताब्दी

प्राचीन काल से मुगलकाल तक—भारतवर्ष में अत्यन्त प्राचीन काल से सांख्यिकी का प्रयोग होता रहा है। ऐतिहासिक ग्रन्थों में दिया हुआ है कि प्राचीन राजा महाराजाओं ने समय-समय पर इसका प्रयोग किया है। परन्तु इन ग्रन्थों से एक महत्त्वपूर्ण निष्कर्ष निकलता है कि सांख्यिकी के महत्त्व तथा उपयोग को तो भारतवासी जानते थे परन्तु इसके प्रकाशन का कार्य नहीं होता था। इस काल को सुविधा की दृष्टि से निम्न भागों बाँटा गया है :—

मौर्यकाल—इस काल में अनेक प्रकार के आँकड़े एकत्रित किये गये थे। यूनानी राजदूत मैगस्थनीज ने मौर्य कालीन शासन का वर्णन करते हुये लिखा है कि चन्द्रगुप्त मौर्य ने अनेक समितियाँ, आय-व्यय, जन्म मरण, सेना, भूमि व लगान आदि सम्बन्धी आँकड़े एकत्रित करने के लिये बनाई थीं। कौटिल्य के अर्थशास्त्र में शासन, सामाजिक व्यवस्था, सेना प्रबन्ध आदि के सम्बन्ध में बहुत से तथ्य व आँकड़े मिलते हैं।

गुप्तकाल—इस काल में भी राजाओं ने शासन प्रबन्ध व सेना, उत्पादन से सम्बन्धित आँकड़े एकत्रित करवाये थे। सांख्यिकी का महत्त्व इस काल में भी पर्याप्त था।

खिलजी काल—अलाउद्दीन खिलजी के समय में भी कई प्रकार के आँकड़े एकत्रित किये गये जिनमे कृषि उत्पादनो के मूल्य सम्बन्धी आँकड़े प्रमुख थे।

मुगल-काल—इस काल में भूमि, उत्पादन, आबादी आदि के बारे मे आँकड़े एकत्रित किये गये थे। आइने-अकबरी मे सांख्यिकीय सामग्री का अच्छा वर्णन मिलता है। अकबर के समय मे राजा टोडरमल ने भूमि को नाप करवाई थी और लगान निश्चित किया था। इसके अतिरिक्त शासन प्रवन्ध व सेना आदि से सम्बन्धित आँकड़ो का भी प्रयोग किया गया था।

ब्रिटिश शासन काल से आज तक—अंग्रेजी शासन काल में उन आँकड़ों के संग्रहण को अधिक महत्व दिया गया जो देश की शासन-व्यवस्था को सुचारु रूप से चलाने के लिये आवश्यक थे। शासन सचालन के लिये अनेक प्रकार के कर लगाने की आवश्यकता होती है। इसलिये देश मे देशी तथा विदेशी व्यापार, आयात-निर्यात, भूमि के विभिन्न प्रकार के क्षेत्रफल, भूमिकर आदि सम्बन्धी आँकड़े मिलते हैं। परन्तु उस काल मे सामाजिक तथा राजनैतिक विषयों से सम्बन्धित आँकड़ो के संग्रहण पर कोई ध्यान नही दिया गया। इस प्रकार हम इस फल को पहुँचते हैं कि अंग्रेजी शासन काल मे देश के लिये उचित व लाभदायक मार्ग सुझाने के लिये अंकों का संग्रहण नही हुआ बल्कि शासन संचालन के लिये हुआ और फलस्वरूप सांख्यिकी को देश के जीवन मे जो महत्वपूर्ण स्थान दिया जाना चाहिये वह नही दिया गया। अंकों का संग्रहण भी अवैज्ञानिक ढंग से हुआ और साधारणतया वे दोषपूर्ण रहे। एक दूसरी विशेष बात यह रही कि चूँकि देश मे अंक सामग्री का संग्रहण शासन सचालन के उद्देश्य से हुआ है इसलिये साधारणतः उपलब्ध सामग्री सरकारी विभागो द्वारा संग्रहित हुई है। सार्वजनिक एव व्यापारिक संस्थाओं तथा व्यक्तियो द्वारा इस दिशा मे कोई महत्वपूर्ण कार्य नहीं हुआ है।

इस काल को सुविधा की दृष्टि से नीचे लिखे भागो मे बाँटा गया है :—

उन्नीसवीं शताब्दी—इस काल मे उत्पादन व कृषि के मूल्य सम्बन्धी समंकों का संकलन किया गया। सन् १८६८ में इंग्लैंड से भारत का सांख्यिकीय सारांश (Statistical Abstract of India) प्रकाशित हुआ। सन् १८७५ मे उत्तर-प्रदेश में कृषि व व्यापार के सम्बन्ध मे आँकड़े एकत्रित किये गये। उत्तर प्रदेश मे ही नही वरन् सारे भारतवर्ष में आँकड़ों का संकलन होने लगा। विभिन्न सूचनाओं से सम्बन्धित आँकड़ों का प्रकाशन भी होने लगा। सरकार ने देश की तमाम समस्याओ को हल करने के लिये जनगणना का कार्य १८७२ मे प्रारम्भ किया गया परन्तु विफल रहा। यह कार्य सर्वप्रथम सन् १८८१ में सफलतापूर्वक किया गया और तब से आज तक हर दस वर्ष के बाद यह कार्य हो रहा है।

गेहूँ की फसल के सम्बन्ध मे सन् १८८४ मे सरकार द्वारा अनुमान प्रकाशित किया गया। चूँकि १९ वी शताब्दी मे बहुत से अकाल पड़े थे अतः सरकार ने कृषि

व जनगणना के आँकड़ो के संकलन पर बहुत जोर दिया। १८७४ ई० मे सर जॉन स्ट्रैची ने सरकार को व्यापार व कृषि से सम्बन्धित सूचनायें एकत्रित करने के लिये एक डिपार्टमेंट खोलने का सुझाव दिया। इसी सुझाव के अनुसार १८७५ ई० कृषि व व्यापार का एक विभाग खुल गया। सरकार का यह पहिला सांख्यिकी से सम्बन्धित विभाग था।

सन् १८८१ मे 'दी इम्पीरियल गजेटियर ऑफ इण्डिया' (The Imperial Gazetteer of India) का प्रकाशन हुआ जिनमे भारत की आर्थिक दशा के बारे मे अनेक प्रकार की सूचनायें थी सन् १८८३ मे अखिल भारतीय सांख्यिकी सम्मेलन (All India Statistical Conference) हुआ। इसके सुझावो के फलस्वरूप फसलो के पूर्वानुमान और पशुओ की पचवर्षीय गणना प्रारम्भ हुई। इस शताब्दी के अन्त तक भारत के केन्द्रीय व प्रान्तीय सरकारों से अनेक विभाग विभिन्न प्रकार की सूचनायें एकत्रित एवं प्रकाशित करने लगे। फलस्वरूप विदेशी व्यापार कम्पनी, तथा जनसंख्या सम्बन्धी अनेक प्रकार के आँकड़े उपलब्ध होने लगे। १८६५ मे भारत सरकार ने एक सांख्यिकीय ब्यूरो (Statistical Bureau) की स्थापना की। यह कार्यालय व्यापार, वित्त, उद्योग एवं वाणिज्य सम्बन्धी समको के संग्रहण और समन्वय का कार्य करने लगा।

बीसवीं शताब्दी—बीसवी शताब्दी के प्रारम्भ मे भारत मे आँकड़े के संकलन की दिशा मे अनेक प्रकार के सुधार हुये। सन् १६०५ मे कलकत्ता मे वाणिज्य-सूचना तथा सांख्यिकी विभाग (Department of Commercial Intelligent & Statistics) की स्थापना हुई। केन्द्रीय सरकार का सांख्यिकीय ब्यूरो इसी विभाग के अन्तर्गत आ गया। इस विभाग का मुख्य उद्देश्य समंक संकलन के क्षेत्र मे सरकार और व्यवसायी वर्ग के बीच समन्वय स्थापित करना था। इस विभाग की ओर से पहली बार सन् १६०६ मे 'इंडियन ट्रेड जरनल' (Indian Trade journal) प्रकाशित हुआ। यह साप्ताहिक पत्र अब भी प्रकाशित होता है और अनेक प्रकार की सूचनायें प्रदान करता है। सन् १६१६-१८ के औद्योगिक कमीशन (Industrial Commission) ने समको के संग्रहण, विश्लेषण और विस्तृत उपयोग के विषय मे एक योजना बनाई। इसके अनुसार सन् १६२२ मे वाणिज्य-सूचना विभाग के साथ में सांख्यिकीय विभाग को मिला दिया गया।

जनवरी सन् १६२४ मे भारत सरकार ने श्री एम० विश्वेसरैया के सभापतित्व में भारतीय आर्थिक अनुसधान समिति (The Indian Economic Enquiry Committee) की नियुक्ति इस बात की जाँच के लिये की कि भारत के आर्थिक विषयो के सम्बन्ध मे आँकड़े कहाँ तक पर्याप्त हैं तथा जिन विषयोंम उनका अभाव है उसकी पूर्ति कैसे की जा सकती है। इस समिति का प्रतिवेदन सन् १६२५ मे प्रकाशित हुआ। समिति निम्न परिणामा पर पहुँची :—

(१) वित्त, जनसंख्या, व्यापार, सरकारी आय-व्यय शिक्षा, यातायात, संचार, जन्म-मरण और विदेश जाने वालों की संख्या के सम्बन्ध मे प्राप्त आँकडे पर्याप्त सन्तोषजनक हैं।

(२) कृषि उत्पादन, खनिज पदार्थ, बडे-बडे उद्योग, मछलियों की उत्पत्ति, जंगलो की उपज, कुटीर-उद्योग, दूध और घी की उत्पत्ति आदि से सम्बधित आँकडे अपूर्ण और असन्तोषजनक हैं।

(३) आय, धन, ऋण, व्यय, मजदूरी, मूल्य आदि से सम्बन्धित विषयों के बारे मे बहुत कम अंक सामग्री उपलब्ध हैं। उन्हें प्राप्त करने का व्यवस्थित प्रयत्न न तो सरकार द्वारा किया गया है और न जनता द्वारा।

भारत के साख्यिकीय संगठन के सुधार के विषय मे अनेक सुझाव इस समिति ने दिये। उनमे से कुछ प्रमुख निम्न हैं:—

(१) जो भी अंक सामग्री प्राप्त है वह पूर्ण रूप से विश्वसनीय नही। इन समंकों को अन्य उन्नतिशील देशों की आधुनिक वैज्ञानिक साख्यिकीय रीतियों के अनुरूप बनाने का प्रयत्न होना चाहिये

(२) उपज व उत्पादन से सम्बन्धित समंकों का संग्रहण होना चाहिये।

(३) कुटीर उद्योगों मे प्रयोग किये जाने वाले कच्चे माल तथा उनसे उत्पादित पदार्थों के मूल और गुण के विषय मे विस्तृत आँकडे संकलित किये जाने चाहिये।

(४) बडे-बडे उद्योगो मे वर्षीय मजदूरी गणना होनी चाहिये।

(५) सरकार को चाहिये कि देश के विभिन्न साख्यिकीय संगठनों को वैधानिक रूप दे ताकि आवश्यक समंक एकत्रित किये जा सकें।

(५) उद्योगों मे काम करने वाले मजदूरो से सम्बन्धित समंक संग्रहित किया जाना चाहिये।

(७) एक केन्द्रीय साख्यिकीय-विभाग खोला जाना चाहिये जो विभिन्न सरकारी विभागो द्वारा एकत्रित समंको मे समन्वय स्थापित कर सके।

इन सुझावों मे से अधिकाश सरकार द्वारा स्वीकृत नही किये गये। परन्तु जो स्वीकृत किये गये उन्हे तुरन्त कार्यान्वित किया गया।

सन् १६३० मे श्रम शाही आयोग (Royal Commission on Labour) ने यह सुझाव दिया कि (क) श्रम सम्बन्धी आंकडों का संग्रहण अनिवार्य रूप से किया जाय। (ख) एक ऐसी संस्था बनाई जाय जो कृषि सम्बन्धी अनुसंधान करे तथा कृषि सम्बन्धी समंको के संकलन व प्रकाशन का कार्य करे। फलस्वरूप कृषि अनुसंधान कौंसिल (*Indian Council of Agricultural Research*) की स्थापना हुई और उसमे एक साख्यिकी विभाग खोला गया।

बाउले राबर्टसन कमेटी (The Bowley Robertson Committee)— अगस्त सन् १६३३ में भारत सरकार ने डा० ए० एल० बाउले (Dr. A L. Bowley)

और श्री डी० एच० राबर्टसन (D. H Robertson) को आमन्त्रित किया। डा० बाउले के सभापतित्व में यह समिति भारत की आर्थिक-गणना (Economic Census) करने के उद्देश्य से बनाई गई। समिति इस परिणाम पर पहुँची कि भारतीय आंकड़े विशेषत: शासन-सचालन के लिये जैसे भूमिकर एकत्रित करने, अथवा अकाल आदि के विशेष अवसरों पर एकत्रित हो गये हैं। जन-गणना विदेशी व्यापार से सम्बन्धित समंक एकत्रित करने म सरकार ने अवश्य कुछ रुचि दिखाई है। परिणाम यह हुआ है कि समीक्षा एव साम-जस्य किये बिना ही कई रूपों में विभिन्न विभागों द्वारा आंकड़े प्रकाशित होते हैं। यद्यपि कुछ विषयों म सावधानी के साथ कार्य किया जा रहा है तथा समंकों के क्षेत्र और उनकी विश्वसनीयता की वृद्धि के लिये प्रयत्न किये जा रहे हैं तथापि अन्य क्षेत्रों में समंक अपूर्ण, भ्रम उत्पन्न करने वाले एव दोषपूर्ण हैं। समिति ने निम्न प्रमुख सुझाव दिये :—

(१) एक स्थायी आर्थिक सलाहकारों का कार्यालय (Permanent Economic Advisers Office) स्थापित किया जाय जिसमें एक समंक संचालक (Director of Statistics) हो।

(२) केन्द्र व प्रान्तों के लिये वर्तमान सरकारी समंकों को एकत्र करने की समुचित व्यवस्था होनी चाहिये।

(३) प्रत्येक प्रान्त में एक समंक अधिकारी की नियुक्ति की जाय जो प्रांतीय समंकों में समन्वय स्थापित कर सके।

(४) जन-गणना के साथ-साथ उत्पादन गणना भी की जाय।

अनेक कारणों जिनमें आर्थिक कारण प्रमुख था, इन सुझावों को कार्यान्वित नहीं किया जा सका। सुझाव के फलस्वरूप १९३९ में भारत के आर्थिक सलाहकार के कार्यालय (Office of the Economic Adviser to the Government of India) की स्थापना हुई।

सन् १९४२ में औद्योगिक समंक अधिनियम (The Industrial Statistics Act, 1942) बना। फलस्वरूप औद्योगिक समंक सचालक विभाग (Directorate of Industrial Statistics) की स्थापना हुई जो सन् १९४६ से प्रतिवर्ष उत्पादित वस्तुओं की गणना करता है। इसी समय श्रम विभाग (Labour Bureau) ने जीवन-निर्वाह व्यय निर्देशांकों की रचना व प्रकाशन का कार्य प्रारम्भ किया। इस समय से भारत सरकार के लगभग सभी विभागों ने अपने से सम्बन्धित समंकों के संग्रहण, विश्लेषण एव प्रकाशन का कार्य प्रारम्भ किया।

स्वतंत्रता के उपरान्त समंकों के संकलन, विश्लेषण एवं प्रकाशन का कार्य बड़ी तेजी से प्रारम्भ किया गया। कारण यह था कि आर्थिक नियोजन के लिये पर्याप्त मात्रा म विश्वसनीय आंकड़ों की आवश्यकता थी।

सन् १९४८ में खाद्य एवं कृषि मत्रालय के अन्तर्गत अर्थशास्त्र एवं आंकड़ों का एक विभाग स्थापित हुआ। वित्त मत्रालय की इकाई के रूप में सन् १९४९ में

एक राष्ट्रीय आय समिति (National Income Committee) की स्थापना हुई जिसके अध्यक्ष श्री पी० सी० महालनोबिस और सदस्य डा० वी० के० आर० वी० राव एवं प्रो० डी० आर० गाडगिल थे। इसका उद्देश्य यह था कि यह देश की राष्ट्रीय आय का अनुमान प्रतिवर्ष लगावे। सन् १६४६ मे केन्द्र मे एक सांख्यिकीय इकाई की स्थापना इस उद्देश्य से हुई कि वह देश के सांख्यिकीय कार्यवाहियों मे समन्वय स्थापित कर सके। कालान्तर म इस सगठन ने केन्द्रीय सांख्यिकीय संगठन (Central Statistical Organization) का रूप धारण कर लिया। सन् १६४६ मे ही जन-गणना और जन्म-मरण सम्बन्धी समक (Vital Statistics) के विभागों को स्थायी विभाग का रूप दे दिया गया। भारत की अर्थ व्यवस्था का सच्चा रूप जानने के लिये १६५० मे राष्ट्रीय न्यादर्श पर्यवेक्षण (National Sample Survey) की स्थापना वित्त मंत्रालय के आधीन की गई। यह विभाग बहुत महत्वपूर्ण कार्य कर रहा है। १६५१ मे कलकत्ता मे एक अन्तर्राष्ट्रीय सांख्यिकीय सम्मेलन इस उद्देश्य से किया गया कि विभिन्न राष्ट्रो की सामान्य सांख्यिकीय समस्याओ पर विचार विमर्ष किया जाय और उनके समाधान के उपाय ढूंढे जांय। १६५१-५२ मे अखिल भारतीय ग्रामीण साख पर्यवेक्षण (All India Rural Credit Survey) इस उद्देश्य से किया गया कि ग्रामीण ऋण तथा अन्य ग्रामीण वित्त सम्बन्धी समस्याओ का अध्ययन हो।

१६५३ मे समक संकलन अधिनियम (Collection of Statistics Act) बना जिसने केन्द्रीय व राज्य सरकारो को यह अधिकार दिया कि वे देश मे आर्थिक व वाणिज्य सम्बन्धी समक सकलित करें। १६५६ मे अखिल भारतीय कृषि-श्रम जाँच (All India Agriculture Labour Enquiry) इस उद्देश्य से की गई कि मजदूरी तथा अन्य समस्याओं के सम्बन्ध मे महत्वपूर्ण सूचनायें प्राप्त की जा सकें।

इस समय बहुत सी सरकारी व गैरसरकारी संस्थायें व विभाग समंक संकलन के क्षेत्र मे महत्वपूर्ण कार्य कर रहे हैं। विभिन्न मत्रालयो द्वारा सम्बन्धित समक सकलित एव प्रकाशित किये जाते हैं। राज्य के स्तर पर भी प्रत्येक मन्त्रालय अपने क्षेत्र से सम्बन्धित समक एकत्रित करते हैं। प्रत्येक मन्त्रालय मे एक सांख्यिकीय विभाग है। कलकत्ता की सांख्यिकीय संस्था (Statistical Institute) तथा दिल्ली के भारतीय कृषि-अनुसन्धान परिषद (Indian Council of Agricultural Research) सांख्यिकी मे अनुसन्धान एव प्रशिक्षण की सुविधायें प्रदान करते हैं। इस प्रकार हम इस परिणाम पर पहुँचते हैं कि समंकों का सकलन स्वतन्त्र भारत मे एक महत्वपूर्ण स्थान प्राप्त कर गया है। समंको के सकलन, विश्लेषण एव प्रकाशन कार्य के क्षेत्र में केन्द्रीय साङ्ख्यिकीय संगठन सराहनीय कार्य कर रहा है। इस सगठन के प्रमुख कार्य निम्न हैं :—

(१) यह केन्द्रीय तथा राज्य की सांख्यिकीय क्रियाओ मे समन्वय स्थापित करता है।

(२) यह सरकार को तथा सरकारी विभागों एवं संस्थाओं को आवश्यक परामर्श देता है।

(३) यह सांख्यिकीय कार्यकर्त्ताओं के प्रशिक्षण की व्यवस्था करता है।

(४) यह विभिन्न सांख्यिकीय इकाईयों की प्रमाप, नाप व परिभाषा निश्चित करता है ताकि अनुसन्धान में एकरूपता रहे।

(५) *आर्थिक नियोजन से सम्बन्धित सांख्यिकीय कार्यों को करता है।*

(६) यह अनेक महत्वपूर्ण प्रकाशन करता है।

(७) यह सांख्यिकीय चित्रों तथा बिन्दुरेखों की रचना एवं प्रदर्शन करता है।

(८) यह अन्तर्राष्ट्रीय संस्थाओं को भारतीय समंक प्रदान करता है।

(९) यह अन्तर्राष्ट्रीय सांख्यिकीय सम्मेलनों से सम्बन्धित कार्य करता है।

सांख्यिकीय सामग्री और राज्य

सांख्यिकीय सामग्री के संकलन में राज्य महत्वपूर्ण कार्य करता है। इसके निम्न कारण हैं:—

(१) अपार साधन—राज्य के साधन अपार होते हैं। उसे धन, श्रम आदि सभी सरलता से मिल सकता है।

(२) असीमित शक्तियाँ—राज्य विधान का आश्रय लेकर समंकों का संकलन बलपूर्वक भी करा सकता है और उसे वैधानिक रूप दे सकता है।

(३) विश्वसनीय—राज्य द्वारा संकलित समंक प्रायः विश्वसनीय होते हैं क्योंकि उनका राष्ट्रीय महत्व होने के कारण संकलन में निष्पक्षता की मात्रा होती है।

(४) *विशेषज्ञों की सेवायें—राज्य अन्य राज्यों से सम्पर्क स्थापित करके विशेषज्ञों की सेवायें प्राप्त कर सकता है।*

(५) *जनता का सहयोग—यदि राज्य जन-कल्याण का उद्देश्य रखकर* चलता है तो वह समंक संकलन में जनता का पूर्ण सहयोग प्राप्त कर सकता है जो बहुत ही आवश्यक है।

(६) प्रशिक्षण की व्यवस्था—राज्य कर्मचारियों के प्रशिक्षण की पूर्ण व्यवस्था कर सकता है। वह विदेशों में भी कर्मचारियों को प्रशिक्षण के लिये भेज सकता है।

समंकों से सम्बन्धित राज्य के कार्य

समंकों के *संग्रहण* व विश्लेषण में राज्य निम्न प्रकार से सहायता कर सकता है:—

(१) विधान *द्वारा मान्यता—राज्य विधान बनाकर* समंकों के संकलन को वैधानिक *रूप दे सकता है*

(२) विभिन्न विभागों द्वारा सकलन—राज्य के विभिन्न विभाग होते हैं। वह इन विभागों द्वारा विभिन्न प्रकार के आंकड़े एकत्रित करवा सकता है

(३) प्रचार—राज्य समाचार-पत्रों, रिपोर्टों, रेडियो आदि कई प्रकार से आँकड़ा का प्रचार करा सकता है।

(४) समन्वय—राज्य विभिन्न प्रकार के समको का समन्वय करता है ताकि वे अधिक विश्वसनीय एव उपयोगी हो सकें।

(५) दबाव—राज्य किसी भी व्यक्ति या सस्था पर इस बात के लिये दबाव डाल सकता है कि वे अमुक प्रकार की सूचनायें दे।

(६) आर्थिक सहायता—राज्य सस्थाओ या व्यक्तियो को आर्थिक सहायता प्रदान करके समकों का सकलन, विश्लेषण या प्रकाशन करा सकता है।

(७) विशेषज्ञों की सेवायें—राज्य विशेषज्ञों की सेवाओं की व्यवस्था कर सकता है।

(८) प्रशिक्षण की उचित व्यवस्था—राज्य गणकों या कर्मचारियों के प्रशिक्षण की समुचित व्यवस्था करके समक सकलन के कार्य मे महत्वपूर्ण योग दे सकता है।

(९) अन्तर्राष्ट्रीय सहयोग—राज्य इस दिशा मे अन्य राष्ट्रों या विदेशी सस्थाओ का सहयोग प्राप्त करके समक सकलन के कार्य का प्रमापीकरण कर सकता है।

भारत मे सांख्यिकीय सगठन (Statistical Organization in India)

शासन की सुविधा के लिये भारतीय सविधान ने विभिन्न विषयो को तीन वर्गों मे बांटा है :—

(क) केन्द्र के आधीन—ये विषय पूर्णत. केन्द्रीय सरकार के आधीन हैं और केन्द्रीय सरकार ही उनके विषय मे नियम बना सकती है। ये विषय निम्न हैं :—

सुरक्षा, रेल्वे, पोस्ट व टेलीग्राफ, विदेशी व्यापार, जन-सख्या, मुद्रा एव अधिकोषण, आयकर आदि।

(ख) राज्य के आधीन—ये विषय राज्य के आधीन होते हैं। ये विषय निम्न हैं :—

जन-स्वास्थ्य, कृषि, पशु, सिंचाई, जंगल, राज्य-कर आदि।

(ग) दोनों के आधीन—कुछ ऐसे विषय हैं जो केन्द्र व राज्य दोनो के आधीन होते हैं। ये निम्न हैं .—

जन्म-मरण सम्बन्धी समक, सामाजिक एव आर्थिक नियोजन, औद्योगिक एव श्रम संघर्ष, सामाजिक बीमा, उद्योग, श्रम कल्याण, मूल्य-नियन्त्रण, आदि।

केन्द्र मे सांख्यिकीय व्यवस्था (Statistical Organization at the Centre)

आजकल केन्द्र म बहुत सी सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं जो समक सकलन एव विश्लेषण का कार्य करती हैं। प्रत्येक मन्त्रालय म कम से कम एक सांख्यिकीय इकाई

तो अवश्य है। कहीं-कहीं पर अधिक इकाइयाँ भी हैं। इन सांख्यिकीय इकाइयों के द्वारा ये मन्त्रालय समकों के संग्रहण एवं विश्लेषण का कार्य करते हैं। इस प्रकार केन्द्र में अनुमानतः ८७ सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं जिनमें कुल लगभग ५८०० कर्मचारी हैं और जिनका वार्षिक आय-व्ययक लगभग १६८ लाख रुपया होता है। खाद्य एवं कृषि मन्त्रालय के अन्तर्गत सबसे अधिक सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं जिनकी संख्या १६ है। रेलवे मन्त्रालय में १४, सुरक्षा में ८ और उद्योग एवं वाणिज्य में ७ हैं। इनमें से कुछ प्रमुख निम्न हैं :—

(१) खाद्य एवं कृषि मन्त्रालय—इसमें निम्न प्रमुख सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं :—

(क) अर्थ एवं समंक विभाग (Directorate of Economics & Statistics)

(ख) विपणन एवं निरीक्षण विभाग (Directorate of Marketing & Inspection)

(ग) शक्कर एवं वनस्पति विभाग (Directorate of Sugar & Vanaspatis)

(घ) भारतीय कृषि अनुसंधान संस्था (Indian Council of Agricultural Research)

(ङ) वन अनुसन्धान संस्था, देहरादून (Forest Research Institute, Dehra Dun)

(च) केन्द्रीय ट्रैक्टर संगठन (Central Tractor Organization)

(छ) केन्द्रीय समुद्री मत्स्य अनुसन्धान केन्द्र मन्डापाम (Central Marine Fisheries Research Station, Mandapam)

(ज) केन्द्रीय चावल अनुसन्धान संस्था, कटक (Central Rice Research Institute, Cuttack)

(२) वाणिज्य एवं उद्योग मन्त्रालय (**Ministry of Commerce & Industry**)—इस मन्त्रालय में निम्न प्रमुख सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं :—

(क) व्यावसायिक ज्ञान एवं समंक विभाग कलकत्ता (The Department of Commercial Intelligence & Statistics, Calcutta)

(ख) भारतीय सरकार के आर्थिक सलाहकार का कार्यालय, नई दिल्ली (Office of the Economic Adviser to the Govt of India, New Delhi)

(ग) वाणिज्य एवं उद्योग मन्त्रालय का विकास विभाग, नई दिल्ली (Devlopment Wing of Ministry of Commerce & Industry, New Delhi)

(घ) लघु उद्योगों का सांख्यिकीय विभाग, नई दिल्ली (Statistical Section, Small Scale Industries, New Delhi)

(ङ) औद्योगिक समंक विभाग, नई दिल्ली (Directorate of Industrial Statistics, New Delhi)

(च) लोह एवं इस्पात नियन्त्रण का सांख्यिकीय विभाग, कलकत्ता (Statistical Section of the Iron & Steel Control, Calcutta)

(छ) आयात-निर्यात नियन्त्रणकर्त्ता का कार्यालय, नई दिल्ली (Office of the Controller of Imports & Exporst, New Delhi)

(३) वित्त मन्त्रालय (Ministry of Finance)—इस मन्त्रालय में निम्न प्रमुख सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं :—

(क) राष्ट्रीय आय इकाई (National Income Unit)

(ख) राष्ट्रीय न्यादर्श अनुसंधान (Directorate of National Sample Survey)

(ग) प्रमंडल अधिनियम प्रशासन विभाग, नई दिल्ली (Department of Company Law Administration, New Delhi)

(घ) समंक एवं ज्ञान शाखा (Statistics & Intelligence Branch)

(ङ) रिजर्व बैंक का अनुसंधान विभाग (Research Section of the Reserve Bank of India)

(च) आर्थिक सलाहकार का कार्यालय (Office of Economic Adviser)

(४) श्रम, रोजगार एवं नियोजन मंत्रालय (The Ministry of Labour, Employment & Planning)—इस मंत्रालय मे निम्न प्रमुख सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं :—

(क) श्रम कार्यालय, शिमला (Labour Bureau, Simla)

(ख) पुनर्वास एवं रोजगार के संचालक का कार्यालय (Office of the Director-General of the Resettlement & Employment)

(ग) खान विभाग की सांख्यिकीय इकाई (Statistical Unit, Department of Mines)

(घ) कृषि-श्रम अनुसंधान शाखा (Agricultural Labour Enquiry Branch)

(५) गृह-मंत्रालय (Ministry of Home Affairs)—इस मंत्रालय मे निम्न प्रमुख सांख्यिकीय इकाई है :—

जनगणना आयुक्त तथा रजिस्ट्रार जनरल का कार्यालय (Office of the Census Commissioner and Registrar General of India)

(६) केन्द्रीय सचिवालय (Central Secretariat)—इसका प्रमुख सांख्यिकीय विभाग केन्द्रीय सांख्यिकीय संगठन (Central Statistical Organization) है।

राज्यों में सांख्यिकीय व्यवस्था (Statistical Organization in States)

स्वतन्त्रता के उपरान्त राज्यों में भी सांख्यिकीय संगठनों का विकास हुआ है। राज्यों में विशेषतः उन विषयों से सम्बन्धित सांख्यिकीय संगठन की इकाइयाँ मिलती हैं जो राज्य प्रशासन के अन्तर्गत आते हैं। वैसे राज्यों में सांख्यिकीय संगठनों का विकास अव्यवस्थित रूप में बिना किसी योजना के हुआ है। सन् १९४६ में प्रोगरी समिति के सुझाव के फलस्वरूप अधिकांश राज्यों में सांख्यिकीय कार्यालयों (Statistical Bureaus) की स्थापना हुई। ये संगठन राज्यों के विभिन्न विभागों द्वारा संकलित समकों को समन्वित करते हैं तथा राज्य के लिए समंक प्रकाशित करते हैं। अनुमानतः राज्यों में कुल लगभग ११० सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं जिनमें लगभग २८०० व्यक्ति कार्य करते हैं।

भारत में सांख्यिकीय सामग्री का वर्गीकरण (Classification of Statistical data in India)

भारत में उपलब्ध सांख्यिकीय सामग्री का हम निम्न वर्गीकरण करेंगे —

(१) जन संख्या सम्बन्धी समंक (Population Statistics)
(२) कृषि सम्बन्धी समंक (Agricultural Statistics)
(३) व्यापार सम्बन्धी समंक (Trade Statistics)
(४) राष्ट्रीय आय सम्बन्धी समंक (National Income Statistics)
(५) औद्योगिक समंक (Industrial Statistics)
(६) श्रम समंक (*Labour Statistics*)
(७) मूल्य समंक (Price Statistics)
(८) भारतीय निर्देशांक (Indian Index Numbers)
(९) वित्त सम्बन्धी समंक (Financial Statistics)

इनमें कुछ प्रमुख का विस्तृत विवेचन आगे यथा स्थान किया जायेगा।

जन-संख्या सम्बन्धी समंक (Population Statistics)

भारत में बहुत प्राचीन काल से जन संख्या सम्बन्धी आँकड़े एकत्रित किये जाते रहे हैं। कौटिल्य के अर्थशास्त्र में इसका पर्याप्त उल्लेख मिलता है। परन्तु उन दिनों जन गणना का उद्देश्य *आर्थिक या सामाजिक न होकर सैन्य शक्ति व श्रम* शक्ति का अनुमान लगाना था। पहले जन गणना में व्यक्तियों की आयु, लिंग, पेशा आदि सम्बन्धी सूचनायें ही एकत्रित की जाती थीं। परन्तु जैसे जैसे राज्य का क्षेत्र व्यापक होता गया वैसे वैसे जन गणना का क्षेत्र भी विस्तृत होता गया। समाजवादी सरकारों व जन कल्याण राज्यों की स्थापना के साथ साथ जन गणना के साथ एकत्रित की जाने वाली सूचनाओं की प्रकृति में भी परिवर्तन हुआ तथा व्यापकता का समावेश हुआ। आधुनिक समय में भारत की जन गणना राष्ट्रीय स्तर का सबसे बड़ा और महत्वपूर्ण सांख्यिकीय संकलन है।

जनसंख्या सम्बन्धी आंकड़ों की उपयोगिता—जन-संख्या सम्बन्धी आंकड़ों की प्रमुख उपयोगतायें निम्न हैं :—

(१) आर्थिक दृष्टिकोण से—जनसंख्या सम्बन्धी आंकड़ों की आर्थिक दृष्टिकोण से बड़ी उपयोगिता है। जन-संख्या की वृद्धि की दर द्वारा वह अनुमान किया जा सकता है कि कब जन-संख्या लगभग कितनी होगी तथा उसके लिए कितना अन्न या वस्त्र की आवश्यकता होगी। इसी प्रकार मृत्यु दर, प्रति मील जन-संख्या की सघनता, बेरोजगारी का प्रतिशत आदि के आधार पर हमारी राष्ट्रीय नीतियों का निर्धारण होता है जैसे कितना कर लगाया जाय, शिक्षा व स्वास्थ्य पर कितना खर्च किया जाय, निवास-स्थान की क्या व्यवस्था किस प्रकार की जाय ? जन-संख्या सम्बन्धी सूचनाओं व विभिन्न उद्योगों पर निर्भर करने वाले लोगों की संख्या आदि की सहायता से अनेक आर्थिक समस्याओं का समाधान किया जाता है। व्यापारिक उन्नति, विज्ञापन सम्बन्धी नीति, उद्योगों का विस्तार, राष्ट्रीय आय का वितरण आदि जन-संख्या के घनत्व पर ही निर्भर करते हैं। शिक्षा, उद्योग, गृह-निर्माण आदि के सम्बन्ध में राष्ट्रीय नीति अपनाने के लिये जन्म व मृत्यु सम्बन्धी आंकड़ों का होना अनिवार्य है। अर्थशास्त्री जन-संख्या सम्बन्धी प्रवृत्ति का सूक्ष्म अध्ययन करके पता लगाता है कि जन-संख्या व खाद्य पदार्थों की उत्पत्ति में क्या सम्बन्ध है तथा नगरों की बढ़ती हुई जन-संख्या तथा गाँवों की दस्तकारी की अवनति किस दशा में तथा किन अंशों में सह-सम्बन्धित है? शिक्षा की उन्नति का ग्रामीण पेशों मुख्यतः कृषि पर क्या प्रभाव पड़ा है ? व्यापारियों के लिए भी जन-संख्या सम्बन्धी आंकड़ों का व्यावहारिक महत्व है। इससे उन्हें यह पता चलता है कि कहाँ घनी आबादी है और कहाँ कम। घनी आबादी के स्थानों पर वह अपनी वस्तुओं की अधिक बिक्री की आशा कर सकता है। शिक्षा एवं पेशों के द्वारा व्यापारियों को पता चलता है कि किस भू-भाग में धनी लोग बसते हैं तथा किस भू-भाग में मध्यम श्रेणी के और किस भू-भाग में गरीब ? इसी के अनुसार वह अपनी वस्तुओं को बेचने की व्यवस्था करता है अर्थात् धनी व्यक्तियों की बस्ती में अधिक आराम व विलास की वस्तुयें तथा मध्यम व गरीब लोगों की बस्ती में कम आराम की तथा आवश्यकता की वस्तुयें भेजने का प्रबन्ध करता है। इसी प्रकार से जन-संख्या सम्बन्धी आंकड़ों का महत्व उद्योगपतियों व यातायात के साधनों अर्थात् रेलवे व मोटर कम्पनियों के लिये भी बहुत है। जन-संख्या के अधिक घनत्व वाले स्थानों पर ही यातायात के साधन सफलतापूर्वक चल सकते हैं। बीमा कम्पनियाँ इन्हीं आंकड़ों के आधार पर अपनी मृत्यु सारणीयों (Mortality Tables) का निर्माण करती हैं तथा प्रव्याजि दर (Rate of Premium) निश्चित करती हैं।

सामाजिक दृष्टिकोण से—जन-संख्या सम्बन्धी आंकड़ों की उपयोगिता केवल आर्थिक दृष्टिकोण से ही नहीं बल्कि सामाजिक दृष्टिकोण से भी है। बाल-विवाह,

सती प्रथा, विधवाओं की वृद्धि या कमी, मद्यपान करने वालों की सख्या, भिखारियो की सख्या आदि का अनुमान लगता है और इन सामाजिक कुरीतियों के दूर करने मे ये आंकडे बडे सहायक होते हैं। जन्म मरण सम्बन्धी आंकडो के द्वारा शिशु मृत्यु का अनुमान लगाया जा सकता है। परिवार संयुक्त है या व्यक्तिगत उस विषय मे सूचनायें मिलती हैं जिसके आधार पर सामाजिक ढांचे का अनुमान होता है। इसी प्रकार भाषा, धर्म, लिंग आदि से सम्बन्धित सूचनाओं के आधार पर समाज का सच्चा चित्र प्रस्तुत होता है जिसकी सहायता से अनेक महत्वपूर्ण निष्कर्ष निकाले जाते हैं और अनुसधान किये जाते हैं।

(३) राजनैतिक दृष्टिकोण से—जन सख्या सम्बन्धी आंकडो का राजनैतिक दृष्टि से भी बहुत महत्व है। इसी के आधार पर ससद या विधान सभाओं के निर्वाचन के क्षेत्र निश्चित किये जाते हैं। भाषा के आधार पर ही भाषावार प्रान्त बनाये गये थे। इसी प्रकार इन आंकडो की सहायता से ही अनुसूचित जातियों आदि की सख्या सम्बन्धी सूचनायें मिलती हैं और सरकार उनके सम्बन्ध में अपनी नीति का निर्धारण करती है। इन सूचनाओं के आधार पर अनुसूचित जातियों को प्रतिनिधित्व दिया जाता है। जन सख्या के आधार पर ही नगरो मे नगरपालिकाय या नगर निगम आदि बनाये जाते हैं। नगरो से सम्बन्धित सरकार की बहुत सी नीतियाँ जन सख्या पर ही आधारित होती है क्योंकि जन सख्या के ही आधार पर नगरों को 'अ' या 'ब' आदि के दर्जे दिये जाते हैं।

जनसख्या सम्बन्धी समक

भारत में जनसख्या सम्बन्धी समक निम्न दो वर्गों में बांटे जा सकते हैं —

(१) जन गणना (Population Census)

(२) जन्म मरण सम्बन्धी समक (Vital Statistics)

भारत में १८७२ ई० में सर्वप्रथम जनगणना का प्रयास हुआ परन्तु सारे देश में कार्य पद्धति की एकरूपता के अभाव में यह प्रयास विफल रहा। देशव्यापी सबसे पहली जन गणना सन् १८८१ में हुई। उसके बाद प्रति दस वर्ष उपरान्त यह जन गणना होने लगी। १८८१ व १८९८ ई० की जन गणनाओं में निम्न विषयों से सम्बन्धित महत्वपूर्ण तथ्य एकत्रित किये गये —

(१) घनत्व, नागरिक व ग्रामीण जनता एव निवास स्थान की दशा के अनुसार जनसख्या का वितरण

(२) एक स्थान से दूसरे स्थान को प्रस्थान (Migration)

(३) सेना

(४) जनसख्या का जातीय वितरण (Racial Distribution)

(५) शिक्षा एव धर्म

( ) स्वास्थ्य सम्बन्धी दोष (Physical deformities)

(७) स्त्री या पुरुष
(८) सामाजिक दशा।

१६०१ मे पेशे व जीविका पर अधिक ध्यान दिया गया। १६०१ मे ऊपर के विषयो के अतिरिक्त उद्योग सम्बन्धी गणना भी की गयी। एक नया वर्गीकरण किया गया जिसमे शहरी व ग्रामीण पेशे, कच्ची वस्तुओं का उत्पादन आदि सूचनाओं को बढ़ा दिया गया। १६२१ में पेशे, जाति और राष्ट्रीयता के सम्बन्ध में अधिक सूचनायें प्राप्त की गयीं। १६३१ मे अनुसन्धान का क्षेत्र कुछ और भी बढा और पेशे, जाति, धर्म, वर्ण, शिक्षा, भाषा आदि पर अधिक ध्यान दिया गया। यह सातवी जन-गणना थी।

सन् १६४१ की जन-गणना मे कुछ महत्वपूर्ण परिवर्तन हुये। इनमे से विशेषरूप से निम्न हैं :—

(१) कालिक सिद्धान्त का प्रयोग—पहले जन-गणना एक आधी रात मे होती थी परन्तु इस बार इस नियम का परित्याग करके कालिक सिद्धान्त (Period System) का प्रयोग किया गया। १६३१ तक एक चांदनी रात मे जन-गणना होती थी। फलस्वरूप शुद्धता की जांच न हो पाती थी तथा बहुत से गणको की आवश्यकता पड़ती थी। १६४१ मे इस कार्य के लिये ६ दिन का समय दिया गया।

(२) नियत स्थान पर गणना—१६३१ की जन-गणना तक एक व्यक्ति जहाँ पाया जाता था वही गिना जाता था। इस बार प्रत्येक व्यक्ति अपने सामान्यतः सदा रहने वाले स्थान पर गिना गया।

(३) पर्ची विधि का प्रयोग—पहले प्रश्नावलियों पर सूचनायें भरकर फिर परचियो पर उतारते थे और तब सारणी बनाते थे। इस वर्ष प्रश्नावलियों को समाप्त करके सूचनायें सीधे पर्चियो पर भरी गई।

(४) दैव निदर्शन सर्वेक्षण (Random Sample Survey)—१६४१ में एक नया कार्य यह किया गया कि सम्पूर्ण पर्चियों का $\frac{1}{50}$ भाग न्यादर्श के रूप मे लिया गया। इसका यह उद्देश्य था कि जन-गणना के लेखों (Record) और जन-गणना की दशा मे न्यादर्श के फलो के बीच सह-सम्बन्ध स्थापित किया जाय। पर इससे कोई संतोषजनक फल न निकला क्योंकि सारे देश मे दैव-निदर्शन मे एकरूपता न थी।

(५) गृह सूची में वृद्धि—मकानों की सूची को बढाया गया। परिवार के सदस्यों की औसत संख्या, स्त्री पुरुषों की संख्या का अनुपात, सदस्यो का आयु वर्गों मे वितरण आदि सूचनायें एकत्रित की गई।

(६) चिन्हों का प्रयोग—इस बार कई प्रकार के चिन्हों का प्रयोग हुआ। कितने प्रकार की सूचनायें संकेतो मे एकत्रित की गईं।

(७) यांत्रिक सारणीयन—जनगणना कार्य मे सर्वप्रथम (Mechanical Tabulation) का प्रयोग हुआ।

(८) अन्य सूचनायें—सूचनाओं से सम्बन्धित एक उल्लेखनीय परिवर्तन यह हुआ कि प्रथम बच्चे के जन्म पर माँ की आयु और कुल बच्चों की संख्या लिखी गई।

(९) छपाई का केन्द्रीयकरण—छपाई का काम एक स्थान पर केन्द्रित किया गया।

सन् १९५१ की जनगणना

इस जनगणना की परिस्थितियाँ पहले की अपेक्षा कुछ मौलिक रूप से परिवर्तित थीं। परिस्थितियों में मुख्यत: निम्न विशेष परिवर्तन हुये थे :—

(१) देश स्वतन्त्र हो चुका था।

(२) देश का विभाजन हो चुका था। फलस्वरूप इधर के बहुत व्यक्ति उधर चले गये और उधर के इधर आ गये थे।

वास्तव में यह स्वतन्त्र भारत की पहली जनगणना थी और देश के पुनःनिर्माण के लिये इसका भारी महत्व था। अनेक प्रकार की आर्थिक व सामाजिक समस्याओं के समाधान के लिये इन आँकड़ों की बहुत आवश्यकता थी। इस जनगणना में *राष्ट्रीय सरकार ने विशेष उत्साह दिखाया और यह उद्देश्य सम्मुख रक्खा कि* राष्ट्रीय नियोजन के लिये आवश्यक सामग्री और बहुमूल्य सूचनायें एकत्रित की जायें। इस गणना की अवधि ९ फरवरी, १९५१ के सूर्योदय से प्रारम्भ हो कर १ मार्च १९५१ के सूर्योदय तक थी। गणकों (Enumerators) ने घर-घर जाकर गणना की।

१९५१ की जनगणना में निम्न सूचनायें संग्रहीत की गई थीं :—

(१) व्यक्ति का नाम व कुटुम्ब के कर्त्ता से उसका सम्बन्ध।
(२) (अ) राष्ट्रीयता (ब) धर्म (स) वर्ग।
(३) नागरिक अवस्था—विवाहित, अविवाहित, विधवा।
(४) आयु।
(५) जन्म स्थान।
(६) विस्थापित होने के सम्बन्ध में सूचनायें :—
    (अ) पाकिस्तान से आने की तिथि (ब) पाकिस्तान से आने वाले जिले का नाम।
(७) मातृभाषा।
(८) दूसरी भाषा।
(९) आर्थिक स्थिति :—
    (अ) आत्म निर्भर (ब) न कमाने वाले आश्रित (स) कमाने वाले आश्रित (द) धन्धे का मालिक या कर्मचारी या स्वतन्त्र कार्य करने वाला।
(१०) जीविका के मुख्य साधन निम्न वर्गों में :—
    (अ) जो अपनी भूमि पर खेती करते हैं।

(च) जो दूसरों की भूमि पर खेती करते हैं।

(न) जो दूसरों की भूमि पर मजदूरी करते हैं।

(द) जो दूसरों से अपनी भूमि जोतने के लिये किराया पाते हैं।

(११) जीविका के गौण साधन।

(१२) शिक्षा।

(१३) बेकारी।

(१४) लिंग।

उपर्युक्त विवरण से स्पष्ट है कि जनगणना से तात्पर्य केवल जनसंख्या से ही नहीं है बल्कि अनेक प्रकार की ऐसी आवश्यक सूचनाओं को संग्रह करने से है जिनका आर्थिक, सामाजिक तथा राजनैतिक दृष्टिकोणों से बहुत महत्व है। देश में आर्थिक नियोजन इन्हीं सूचनाओं के आधार पर सम्भव है। इन आँकड़ों की सहायता से अनेक प्रकार की सामाजिक कुरीतियों, उदाहरणार्थ—बालविवाह, विधवा-समस्या आदि के निवारण के लिये कदम उठाया जा सकता है। बेरोजगारी के आँकड़ों की सहायता से बेरोजगारी की समस्या की गम्भीरता का अनुमान लगाया जा सकता है तथा उसे दूर करने के यथोचित उपाय कार्यान्वित किये जा सकते हैं। विशेष वर्गों—मुख्यतः न्यून एवं पिछड़ी जातियों की संख्या के अनुपात में उनके लिये पार्लियामेन्ट, व्यवस्थापिका सभाओं तथा नौकरियों में सीटें सुरक्षित की जा सकती हैं। भाषाओं सम्बन्धी आँकड़ों की सहायता से भाषा सम्बन्धी प्रान्तों की माँग पर विचार किया जा सकता है तथा प्रादेशिक भाषायें निश्चित की जा सकती हैं। शिक्षा सम्बन्धी आँकड़ों की सहायता से शिक्षा पद्धति के सुधार के लिये योजनायें बनायी जा सकती हैं तथा उन्हें कार्य रूप में परिणित किया जा सकता है कि किस पेशे में अधिक व्यक्तियों के होने से देश की आर्थिक उन्नति सम्भव है तथा किस पेशे में लोगों के रहने की आवश्यकता है।

१९५१ की जनगणना की निम्न विशेषतायें थीं:—

(१) १९४१ की जनगणना में जाति व उपजाति के अनुसार गणना की गयी थी। इस बार इसे समाप्त कर दिया गया और जनसंख्या की आर्थिक विशेषताओं की ओर ध्यान दिया गया।

(२) पूरी जनसंख्या को जीविकोपार्जन के दो मुख्य भागों—कृषि करने वाले वर्ग तथा कृषि न करने वाले वर्ग में बाँट दिया गया। जीविकोपार्जन के मुख्य और गौण साधनों का भी लेखा किया गया। कृषि करने वाले और कृषि न करने वाले दोनों वर्गों के भी निम्न ८ भाग किये गये:—

कृषि करने वाले वर्ग—(१) पूर्ण रूप से अथवा अधिकांश रूप से अपनी ही भूमि पर खेती करने वाले तथा उन पर आश्रित व्यक्ति।

(२) पूर्ण रूप से अथवा अधिकांश रूप से अन्य की भूमि पर खेती करने वाले तथा उन पर आश्रित व्यक्ति।

(३) कृषि श्रमिक तथा उन पर आश्रित व्यक्ति।

(४) कृषि न करने वाले भूमि के मालिक, कृषि सम्बन्धी लगान पाने वाले तथा उन पर आश्रित व्यक्ति।

कृषि न करने वाला वर्ग—ऐसे व्यक्ति तथा उनके आश्रित जो निम्न साधनों से जीविकोपार्जन करते हैं :—

(१) कृषि के अतिरिक्त किसी अन्य उत्पादन द्वारा।

(२) व्यापार।

(३) यातायात।

(४) अन्य सेवायें तथा विभिन्न साधन।

(३) इससे पहले प्रतिशत परिवर्तन (Percentage Variation) निकाला जाता था परन्तु इस बार माध्य दश-वर्षीय विकास दर (The Mean Decennial Growth rate) निकाला गया।

(४) जनगणना की सत्यता की शुद्धता दैव-निदर्शन (Random Sampling) रीति के द्वारा जांच की गयी और इससे पता चला कि प्रति १००० व्यक्तियों की गणना में लगभग ११ व्यक्ति छूट गये।

(५) घर (*House*) और परिवार (*Household*) में प्रथम बार अन्तर स्थापित किया गया। परिवार (Household) का तात्पर्य ऐसे व्यक्तियों के समूह से था जो एक साथ रहते हों, एक साथ भोजन करते हों। इस प्रकार एक घर में बहुत सी गृहस्थियां (*Household*) हो सकती हैं।

(६) सारणीयन की एक अन्य पद्धति प्रयोग में लाई गयी। प्रत्येक व्यक्ति के मुख्य और गौण जीविकोपार्जन के साधन के आधार पर संग्रह की हुई संख्याओं को बाँटा गया। इससे जनसंख्या प्रत्येक गाँव या नगर के लिये जीविकोपार्जन के आधार पर ८ भागों में वितरित हो गयी।

(७) उत्तर-प्रदेश में बेरोजगारी के विषय में भी सूचनायें एकत्रित की गयीं।

(८) गणना वास्तविक (Defacto) तथा वैध (Dejure) निवास स्थान के आधार पर की गयी तथा पहले की तरह प्रथम बच्चे के जन्म के समय माँ की आयु का लेखा नहीं किया गया।

१९५१ की जनगणना से निम्न प्रमुख तथ्यों का पता चला :—

(१) देश में ८४·९९% हिन्दू, ९·९१% मुसलमान, २·३% ईसाई, १·७४% सिक्ख, ·४५% जैन, ·०६% बौद्ध, ·५३% अन्य हैं।

(२) १९४१-५१ में प्रति सहस्र जन्म दर ४० और मृत्यु दर २३ थी।

(३) भारत में ४२·८% माताायें ऐसी हैं जिनकी तीन या तीन से अधिक सन्तानें हैं जबकि संयुक्त-राष्ट्र अमेरिका में ये १९·२%, इंगलैन्ड में १४·३% हैं।

(४) इस जनगणना से पता चला कि देश मे जन्म-दर को रोकने की बडी आवश्यकता है।

(५) देश मे मिश्रित परिवार की व्यवस्था (Joint Family System) धीरे-धीरे समाप्त होती चली जा रही है और परिवार का आकार प्रतिदिन छोटा होता चला जा रहा है। गाँव मे प्रति तीसरे परिवार मे तीन या तीन से कम व्यक्ति मिलते हैं।

(६) जहां तक देश मे विवाह का प्रश्न है दो पुरुषो मे से लगभग एक अविवाहित और पांच स्त्रियों मे से लगभग दो अविवाहित हैं।

(७) भारतीय संघ (सिक्किम और जम्मू व काश्मीर के अनुमानो को सम्मिलित करते हुये) की कुल जनसख्या ३६·१२ करोड थी। सन् १९०१ मे देश की कुल जनसंख्या २३·८४ करोड थी। स्पष्ट विदित है कि गत ५० वर्षों मे हमारे देश की जनसंख्या डेढ गुनी हो गई है।

(८) १९५१ मे संसार की अनुमानित जनसंख्या २४० करोड थी। इस प्रकार संसार की आबादी का लगभग १/७ भाग भारत मे है।

(९) भारतीय संघ के २८ राज्यो मे उत्तर प्रदेश की जनसंख्या सबसे अधिक अर्थात् ६·३२ करोड है। आन्ध्र को सम्मिलित करते हुये मद्रास दूसरे नम्बर पर है अर्थात् ५·७ करोड और बिहार तीसरे पर अर्थात् ४ करोड।

(१०) मोटे तौर पर लगभग ७०% जनसंख्या कृषक और ८३% ग्रामीण थी।

(११) देश की जनसंख्या का घनत्व ३०२ व्यक्ति प्रति वर्ग मील था। राज्यों मे यह सबसे अधिक देहली मे था अर्थात् ३०२७ व्यक्ति प्रति वर्ग मील और ट्रावनकोर कोचीन में १०१५, पश्चिमी बंगाल मे ८०६, बिहार मे ५७२ और उत्तर प्रदेश मे ५५७।

(१२) १९४१ की अपेक्षा १९५१ मे प्रतिशत वृद्धि सबसे अधिक देहली मे अर्थात् ९०% थी, कुर्ग मे ३५·५% और त्रिपुरा मे २३·७% थी।

(१३) पुरुषों की कुल संख्या स्त्रियो की कुल संख्या से लगभग १ करोड अधिक थी।

(१४) शहरो मे सबसे अधिक आबादी बम्बई की २८·४ लाख, कलकत्ता २५·५ लाख तथा मद्रास १४·२ लाख थी।

(१५) ऐसे नगरों की संख्या जिनकी आबादी १ लाख या ऊपर थी १९४१ मे ४८ थी परन्तु इस जनगणना के अनुसार ७५ हो गई।

(१६) उत्तर प्रदेश मे सब राज्यो से अधिक शहर अर्थात् १६ हैं। आसाम, पेप्सू, कुर्ग, हिमाचल प्रदेश, अंडमान निकोबार आदि मे कोई शहर नही है।

(१७) लगभग ७४·७ लाख व्यक्ति पाकिस्तान से भारत मे आये।

(१८) जनगणना के कार्यकर्ताओं की संख्या लगभग ६ लाख थी। भारत सरकार द्वारा पूरा खर्चा डेढ़ करोड़ का अनुमान किया जाता है अर्थात् यह लगभग ४१ रु० १२ आ० प्रति हज़ार व्यक्ति होता है।

सन् १९६१ की जनगणना

सन् १९६१ की जनगणना भारत की दसवीं जनगणना थी। यह जनगणना लगभग तीन सप्ताह (१९६१ की १० फरवरी से ३ मार्च तक) में पूरा हुई। इस जनगणना में जम्मू और काश्मीर तथा अन्य हिमाच्छादित भाग शामिल किये गये। यह जनगणना अधिनियम सन् १९४८ द्वारा संचालित व नियन्त्रित की गयी।

१९६१ की जनगणना करने की अनुसूची का नमूना

गोपनीय   जन गणना १९६१

१—(क) नाम

१—(ख) कर्ता से सम्बन्ध   २—पिछले जन्म दिन पर उम्र

३—वैवाहिक स्थिति   ४—(क) जन्म-स्थान

४—(ख) ग्राम/नगर   —(ग) निवास यदि अन्यत्र पैदा हो

५—(क) राष्ट्रीयता   ५—(ख) धर्म

५—(ग) अ० जा०/अ० ज० जा०   ६—साक्षरता व शिक्षा

७—(क) मातृभाषा   ७—(ख) अन्य भाषा (यें)

८—यदि काश्तकार   ९—यदि खेतिहर मजदूर

१०—यदि पारिवारिक उद्योग में
- (क) काम का ब्यौरा
- (ख) पारिवारिक उद्योग का ब्यौरा
- (ग) यदि नौकरी

११—८, ९ या १० को छोड़कर अन्य कोई काम
- (क) काम का ब्यौरा
- (ख) उद्योग धन्धा या नौकरी का ब्यौरा
- (ग) काम करने वाले का वर्ग
- (घ) कारोबार या संस्था का नाम

१२—जो न काम करते हों क्या करते हैं

१३—लिंग

स्थानीय तथा राज्य अधिकारियों के सहयोग से तथा अन्य सरकारी व गैर सरकारी संस्थाओं के अवैतनिक सेवाओं से यह जनगणना बडी सफलतापूर्वक नियत समय के भीतर समाप्त हुई।

लगभग १० लाख गणक तथा निरीक्षक जिनमे बहुत सी स्त्रियाँ भी थीं, ८·५ करोड परिवारो मे विभिन्न प्रकार की सूचनायें एकत्रित करने गये। १० फरवरी से लेकर ३ मार्च तक की इस अवधि मे दो प्रकार के कार्य हुये :—

(अ) १० फरवरी से १ मार्च सूर्योदय तक—इस अवधि मे गणक प्रत्येक परिवार मे जाकर सम्बन्धित सूचनायें पर्चियों पर भरते रहे।

(ब) १ मार्च सूर्योदय के बाद से ३ मार्च तक—इस अवधि मे एकत्रित की गई सूचनाओं की जाँच हुई। इसमें नवजात् शिशुओं की सख्या जोडी गई तथा मृतकों की सख्या घटाई गई।

४ मार्च को सभी गणक अपने क्षेत्र मे एक निश्चित स्थान पर एकत्रित हुये और उन्होंने अपने सभी कागज अधिकारी को सौंप दिया। जनगणना की प्रत्येक पर्ची लगभग ६० व्यक्तियों की दृष्टि से गुजरी।

गणकों, अधिकारियों व प्रमुख नागरिकों को जनगणना की कार्य-प्रणाली समझाई गई और गणकों को प्रशिक्षित किया गया गया।

इस प्रकार १९६१ की जनगणना सम्बन्धी प्रपत्र अनेक क्षेत्रीय भाषाओं में छपा था। सूचनायें गोपनीय रखली गई थीं और उनका प्रयोग अन्य सरकारी कार्यों के लिये नही किया जा सकता था।

गणना की सुविधा के विचार से सारे देश को ग्राम्य तथा नागरिक क्षेत्रो म विभाजित कर दिया गया था। ग्रामीण क्षेत्रों को ६०० से ६५० व्यक्तियों के तथा नागरिक क्षेत्र को ५०० से ८०० व्यक्तियों के मडलो मे बाँटा गया था। एक निरीक्षक ५-६ मडलों का कार्य देखता था।

१९६१ की जनगणना के महत्वपूर्ण निष्कर्ष

(१) इस जनगणना के अनुसार १ मार्च सन् १९६२ को भारत की कुल जनसंख्या ४३ करोड ८० लाख थी। यह सख्या सन् ५१ की तुलना मे ७ करोड ६० लाख अधिक है।

(२) सन् ५१ से ६१ तक के दस वर्षों मे जनसंख्या की वृद्धि दर २१·४६% रही है। १९४१-५१ के बीच यह दर १३·३०% थी।

(३) जनसख्या में वृद्धि की दर एक राज्य व दूसरे राज्य में तथा एक ही राज्य के एक भाग व दूसरे भाग मे भिन्न रहा। जैसे जम्मू और काश्मीर मे वृद्धि १·७२% रही और आसाम मे ३४·३०%।

(४) देश मे जनसख्या का औसत घनत्व प्रतिवर्ग मील ३७८ व्यक्ति है। दिल्ली मे ४६१४ और लक्काद्वीप मे २१९२ थी।

(५) सन् १९५१ में साक्षरों की संख्या १६·६ प्रतिशत थी परन्तु इस जनगणना के अनुसार २३·७% हो गई। इस प्रकार साक्षरता प्रतिवर्ष ·७१% बढ़ी।

सन् १९५१ में साक्षर पुरुषों की संख्या २४·९% थी; ६१ में बढ़कर यह ३३·९% हो गई अर्थात् वृद्धि प्रति वर्ष ०·९ प्रतिशत रही। स्त्रियों में साक्षरता सन् में ५१ में ७·९ प्रतिशत थी। यह ६१ में बढ़कर १२·८ प्रतिशत हो गई अर्थात् वृद्धि प्रतिवर्ष ·४९ प्रतिशत रही।

(६) १९५१ की जनगणना के अनुसार पुरुषों व स्त्रियों की संख्या में १००० : ९४६ का सम्बन्ध था। सन् ६१ की जनगणना में यह सम्बन्ध इस प्रकार रहा १००० : ९४०। परिणाम यह निकला कि पुरुषों की तुलना में स्त्रियों की संख्या घट रही है।

(७) इस जनगणना के अनुसार जन्म-दर ४० है। मृत्यु-दर २७·४ से घटकर १९ हो गई।

(८) पंजाब राज्य में पुरुष व स्त्रियों का अनुपात १००० : ८६८ तथा केरल में १००० : १०२२ था।

(९) नगर व देहात की जनसंख्या में सन् १९५१ की तुलना में कोई महत्वपूर्ण परिवर्तन नहीं हुआ। सन् १९५१ में नगरों की जनसंख्या सम्पूर्ण जनसंख्या की १७·३८% थी। १९६१ में यह १७·८४% रही।

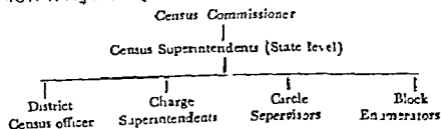
(१०) १९५१ की जनगणना में वास्तविक जनसंख्या से १·१% कम लोग गिने गये। लगभग यही दशा १९६१ की जनसंख्या में भी रही।

जनगणना की व्यवस्था

भारत में जनगणना प्रति दसवें वर्ष होती है। इस कार्य के लिये कोई स्थायी संगठन नहीं है। जनगणना से लगभग एक वर्ष पूर्व जनगणना अधिनियम (Census Act) बनाया जाता है। इस अधिनियम के अनुसार देश का प्रत्येक व्यक्ति जनगणना सम्बन्धी सूचना देने के लिये बाध्य होता है। लगभग १ वर्ष पूर्व केन्द्रीय सरकार जनगणना कमिश्नर व रजिस्ट्रार की नियुक्ति करती है। प्रत्येक राज्य में जनगणना अधीक्षक (Census Superintendent) की नियुक्ति होती है। ये जनगणना अधिकारियों (Census officer) की नियुक्ति करते हैं जो निरीक्षकों (Supervisors) तथा गणकों की नियुक्ति करते हैं।

Census Commissioner

Census Superintendents (State level)

District Census officer | Charge Superintendents | Circle Supervisors | Block Enumerators

जनगणना के लगभग १ वर्ष पूर्व से जनगणना सम्बन्धी कार्य प्रारम्भ हो जाता है। सर्वप्रथम मकानों की सूचियाँ (House lists) तैयार की जाती हैं। जनगणना सम्बन्धी आंकड़े उस वर्ष लगभग अप्रैल में प्रकाशित होते हैं।

गणक प्राय: स्कूलों के अध्यापक, नगरपालिकाओं व सरकारी दफ्तरों के क्लर्क, पटवारी, पंचायत मंत्री आदि होते हैं।

वास्तविक जनगणना से पूर्व इसका अभ्यास करा लिया जाता है। कर्मचारियों को तत्संबंधी प्रशिक्षण तथा पुस्तकें दी जाती है।

जन्म-मरण सम्बन्धी आंकड़े

वर्त्तमान काल में जन्म-मरण सम्बन्धी आंकडों का बहुत महत्व है। इन आंकडो के आधार पर ही जन्म-दर, मृत्यु-दर आदि अनेक प्रकार की स्वास्थ्य सम्बन्धी सूचनायें प्राप्त की जाती हैं और इन सूचनाओं के द्वारा ही सरकार स्वास्थ्य सम्बन्धी कार्य करती है।

परन्तु दुख का विषय है कि जन्म-मरण सम्बन्धी विश्वसनीय आंकडे अपने देश में उपलब्ध नही। आजकल इन आंकडों को एकत्रित करने का कोई अखिल भारतीय संगठन नही। इन्हें एकत्रित करने के विभिन्न राज्यों में विभिन्न ढंग हैं। कुछ राज्यों में इस विषय में अधिनियम बने हैं और कुछ में नहीं। जहाँ अधिनियम बने हैं वहाँ उस अधिनियम के अनुसार और जहाँ नहीं बने हैं वहाँ नगरपालिकाओं के नियमों या पुलिस अधिनियम के अनुसार जन्म व मृत्यु सम्बन्धी आंकड़े एकत्रित किये जाते हैं। ग्रामीण क्षेत्रों में यह कार्य चौकीदार, पटवारी या मुखिया के जिम्मे होता है। इनके द्वारा सूचना देने में अपेक्षित तत्परता नही मिलती। विवाहों के रजिस्ट्रेशन की कोई व्यवस्था नही। अधिकांश विवाह बिना रजिस्ट्रेशन के होते हैं।

नगरों में जन्म-मरण सम्बन्धी सूचनाये पत्र-पत्रिकाओं में प्रकाशित होती रहती हैं। हमारे देश में जन्म व मरण सम्बन्धी आंकडे स्वास्थ्य सेवाओं के संचालक (Director General of Health Services) के द्वारा वार्षिक विवरण के रूप में सम्पूर्ण देश के लिये प्रकाशित होते रहते हैं। पर इनमें पूर्ण शुद्धता नहीं रहती। यह कार्य अब गृह मन्त्रालय के अन्तर्गत रजिस्ट्रार जनरल व जनगणना कमिश्नर को दे दिया गया है। आशा है इस विषय में अब विश्वसनीय आंकडे प्राप्त हो सकेंगे।

भारत में जन्म-मरण सम्बन्धी समंकों के दोषों को दूर करने के निम्न सुझाव हैं :—

(१) सूचनाओं को शीघ्र पाने के प्रयास—यह प्रयत्न होना चाहिये कि सूचना देने वालों में ढिलाई न रहे। वे शीघ्रता से सूचनायें दें।

(२) सूचना देने वाले सुशिक्षित—यह भी आवश्यक है कि सूचना देने वाले सुशिक्षित हों। तभी वे शुद्धतापूर्वक सूचनायें दे सकेंगे।

(३) सभी भागों में संकलन—ये सूचनायें देश के सभी भागों में समान आधार पर एकत्रित की जानी चाहिये ताकि उनमें एकरूपता रहे।

भारत की जनगणना के कुछ प्रमुख दोष

भारतीय जनगणना में निम्न दोष या कमियाँ हैं :—

(१) पेशे में वर्गीकरण का अभाव—एक जनगणना से दूसरी जनगणना में पेशों के वर्गीकरण में कोई समता नहीं। फलस्वरूप पेशे से सम्बन्धित आँकड़ों का व्यवस्थित अध्ययन कठिन है।

(२) सूचकों की अज्ञानता—आयु के सम्बन्ध में भारतीय आँकड़े प्रायः अशुद्ध होते हैं। इसका मुख्य कारण सूचना देने वालों की अज्ञानता है। बहुत से लोग आँकड़ों के महत्व को न समझते हुये अपने रीति-रिवाजों से प्रभावित होकर गलत सूचनायें देते हैं। उदाहरणार्थ हिन्दू साधारणतः अपनी अविवाहित लड़कियों की आयु कम बताते हैं क्योंकि हिन्दू धर्म के अनुसार लड़कियों का विवाह कम आयु में ही हो जाना चाहिये। इसी प्रकार कुँवारे या विधुर अपनी आयु कम बताते हैं तथा बूढ़े अपनी आयु बढ़ाकर बताते हैं।

(३) पर्दा प्रथा का कुप्रभाव—पर्दा-प्रथा तथा कठोर रीति-रिवाजों के कारण स्त्रियों से सम्बन्धित सूचनायें प्रायः अशुद्ध मिलती हैं। कारण यह है कि ये सूचनायें पुरुष गणकों को स्त्रियाँ स्वयं नहीं देतीं बल्कि कोई अन्य पुरुष अनुमानतः दे देता है।

(४) गणकों की अवैतनिक सेवा—गणकों को इस कार्य के लिये कोई वेतन नहीं मिलता इसलिये वे लापरवाही से कार्य करते हैं। साधारणतः इनमें कार्य करने की योग्यता की भी कमी होती है।

(५) स्थायी जनगणना विभाग का अभाव—देश में इस कार्य के लिये स्थायी विभाग नहीं है। इस कारण इस कार्य का उचित नियोजन व प्रबन्ध करने में अनेक बाधायें आती हैं।

(६) मकानों की संख्या में क्रमबद्धता की कमी—साधारणतः देश के बड़े-बड़े शहरों में मकानों की संख्या में क्रमबद्धता नहीं मिलती फलस्वरूप गणना करते समय अनेक अशुद्धियाँ उपस्थित हो जाती हैं।

(७) बहुउद्देश्यीय—एक ही साथ कई विभिन्न उद्देश्यों की पूर्ति के लिये जनगणना की जाती है इसलिये व्यय अधिक होने पर भी शुद्धता का अभाव रहता है।

कृषि सम्बन्धी समंक
(Agricultural Statistics)

भारत एक कृषि प्रधान देश है। कृषि सम्बन्धी आँकड़ों का देश में प्राचीन काल से ही महत्व रहा है तथा उनका संग्रहण भी होता रहा है। भारतीय सरकार की आय का एक बहुत बड़ा अंश भूमि के लगान के रूप में प्राप्त होता है। साधारणतः कृषि सम्बन्धी आँकड़ों में खेतों के क्षेत्रफल उपज की मात्रा, बोई हुई

वस्तु का ब्यौरा, बोने व जोतने वाले व्यक्ति का नाम व पूरा पता, प्रत्येक खेत का भूमि-कर आदि आते हैं। कृषि सम्बन्धी आंकडो के सग्रहण का कार्य १८६६ से प्रान्तीय सरकारो ने करना प्रारम्भ किया है। तब से दिन प्रतिदिन इन आंकडों के सग्रहण के क्षेत्र का विस्तार होता गया और इनका महत्व भी बढ़ता गया। परन्तु उपलब्ध आंकडा म एकरूपता, शुद्धता एव विश्वसनीयता का महान अभाव रहा है। इसका मुख्य कारण विभिन्न राज्यो म आंकडे सग्रह करने की विभिन्न रीति है। आंकडो के सग्रह करने का कार्य-भार रेवन्यू विभाग और मुख्यत: पटवारियों पर रहता है जो प्रशासन तथा लगान एकत्र करन के कार्य म व्यस्त रहने के कारण इस ओर विशेष ध्यान नही दे पाते।

कांग्रेस एग्रेरियन रिफार्मस कमेटी (The Congress Agrarian Reforms Committee 1949) १६४६ में बिठाई गई जिसने लिखा है कि यद्यपि "भूमि कर के उद्देश्य से सग्रहित किए हुए आंकडे पूर्ण है पर कृषि सम्बन्धी नीतियो के *निर्माण के उपयोगी नही।" यह समिति श्री डब्ल्यू० आर० नायू की अध्यक्षता मे* बनाई गई थी और इसने अपनी रिपोर्ट म लिखा है कि देश के लिये शुद्ध आंकडों की बहुत आवश्यकता है। उपलब्ध आंकडो के सम्बन्ध में समिति ने निम्न दोषो की ओर इंगित किया :—

(१) अपूर्णता—भारत के कृषि सम्बन्धी आंकडे अपूर्ण हैं। भूमि के कुछ भाग की पैमाइश ही नही हुई है और कुछ ऐसे हैं जिनकी पैमाइश तो हुई है पर उनके सम्बन्ध म कोई रिपोर्ट नही प्राप्त होती है। फल व तरकारियो के उत्पादन सम्बन्धी आंकडो को सग्रह करने की ओर कम ध्यान दिया गया है।

(२) एकरूपता का देश मे अभाव—खेतो के विभिन्न प्रकारो, क्षेत्रफल, एव उत्पादन तथा पूर्वानुमानो मे एकरूपता की बडी कमी है। फलस्वरूप किसी स्थायी व शुद्ध निर्माण पर पहुँचना कठिन हो जाता है।

(३) सारणीयन मे दोष—सग्रह किये हुए आंकडे तभी उपयोगी हो सकते हैं जब उनका उचित रीति से सारणीयन हो। कई राज्यो में ये आंकडे तहसील तक ही इकट्ठे किये जाते है। फलस्वरूप पूरे राज्य के लिये इकट्ठे किये हुए आंकडे नही प्राप्त होते।

(४) प्रारम्भिक संग्रहण में दोष—साधारणत: संग्रहण कार्य पटवारियो द्वारा किया जाता है। क्षेत्रफल व फसलों के विचार से उनके लेखे बहुत दोषपूर्ण होते हैं। उनकी उचित जांच भी नहीं हो पाती। कारण यह है कि पटवारी व कानूनगो, तहसीलदार आदि कर्मचारी भूमिकर वसूलने तथा प्रशासन कार्य-भार से अधिक दब होते हैं और इस कार्य की ओर कम ध्यान देते हैं।

(५) नियोजन व समन्वय मे दोष—इस सम्बन्ध म नियोजन का अभाव है तथा खाद्य एव कृषि सम्बन्धी आंकडा म समन्वय नही है।

(६) प्रकाशन में देर—साधारणतः कृषि सम्बन्धी आँकड़ों के प्रकाशन में देर होती है। इसका कारण यह है कि पहले यह तहसील में जाते हैं फिर ज़िले में तथा फिर प्रान्त में और फिर पूरे प्रान्त के एक साथ जोड़ कर केन्द्र में भेजे जाते हैं जहाँ वे छपते हैं। इस कार्य में देर हो जाती है और देर के कारण इनकी महत्ता कम हो जाती है।

(७) निरीक्षण में दोष—इन आँकड़ों के निरीक्षण की जिम्मेदारी कानूनगो, तहसीलदार आदि पर है। वे अन्य कार्य-भार से दबे रहते हैं। उनका अधिक महत्वपूर्ण कार्य लगान वसूल करना तथा प्रशासन सम्बन्धी प्रबन्ध करना है। इन कार्यों में व्यस्त रहने के कारण वे आँकड़ों के संकलन की ओर नहीं ध्यान देते।

इस समिति ने निम्न सूचनाओं के अभाव में कृषि सम्बन्धी किसी निश्चित नीति की सिफ़ारिश नहीं की—(१) कृषि सम्बन्धी खर्च और आय (२) कृषि करने वाली जनता की बेरोजगारी (३) ग्रामीण ऋण की मात्रा (४) कृषि करने वाले विभिन्न वर्गों की आर्थिक आवश्यकताएँ तथा उन्हें प्राप्त करने के साधन (५) ग्रामीण बचत और विनियोग (६) कृषि सम्बन्धी मजदूरी (७) कृषि सम्बन्धी कर आदि।

संयुक्त-राष्ट्र संघ की ओर से भी इस बात के प्रयत्न हुए कि कृषि सम्बन्धी आँकड़ों का सुधार हो। सरकार द्वारा भी कई प्रयत्न इस दिशा में किये गये। २५ सितम्बर १९५३ को केन्द्रीय कृषि मंत्री श्री पंजाबराव देशमुख की अध्यक्षता में राज्यों के कृषि एवं सहकारी मंत्रियों का अधिवेशन हुआ। भारत में कृषि सम्बन्धी आँकड़ों के सुधार के लिये निम्न सुझाव रखे गये :—

(१) पटवारी के कार्यों में कमी होनी चाहिये तथा प्रत्येक जिले में आँकड़ों के विषय में जिलाधीश की सहायता के लिये एक सांख्यिकीय अधिकारी (Statistical officer) की नियुक्ति होनी चाहिए।

(२) आँकड़ों के संग्रह करने वाला तथा रिपोर्ट देने वालों को इस विषय की शिक्षा का उचित प्रबन्ध होना चाहिए तथा उनके कार्यों की जाँच होती रहनी चाहिए।

(३) उत्पादन सम्बन्धी आँकड़ों की विश्वसनीयता के विकास का प्रबन्ध होना चाहिये।

(४) राज्यों को चाहिये कि वे सरकारी पूर्वानुमानों का आधार दैव निदर्शन बनायें और उत्तम मापक से अधिक शुद्धता लाने का प्रयत्न करें।

(५) भूमि सुधार कानूनों के साथ साथ ऐसा प्रयत्न होना चाहिये कि आँकड़ों में अधिक से अधिक सुधार हो।

(६) राज्य सरकारों को चाहिये कि समय-समय पर विशेष समितियों द्वारा आँकड़े संग्रह करने वाले संगठनों की कार्य-प्रणालियों की जाँच करें और भविष्य के लिए निश्चित नीति का निर्धारण करें।

नीचे हम अपने देश के विभिन्न कृषि समंकों की दशा पर विचार करेंगे :—

(१) क्षेत्रफल सम्बन्धी आंकड़े (**Data Regarding Area**)—क्षेत्रफल सम्बन्धी आंकडो पर विचार करने से पूर्व हम देश को दो भागो में बांट देते हैं—(१) एक वह भाग जहां रैयतवारी तथा अस्थाई बन्दोबस्त है। ३० वर्ष बाद इन क्षेत्रों में सब गाँवो का पूर्णत: निरीक्षण किया जाता है और खेतो के नक्शे बनाये जाते है। इन क्षेत्रो मे पटवारी, लेखपाल या ग्राम लेखक (Village Accountant) खेतो के लेखे तैयार करता है। उसके पास इन खेतो के विषय में कई प्रकार के रजिस्टर रहते हैं। उदाहरणार्थ खसरा जिनमे यह लेखा होता है कि किन खेतो मे कितने क्षेत्रफल म तथा किसके द्वारा कौन सी फसल बोई गई है। खतौनी एक ऐसा रजिस्टर है जिसमे लगान, क्षेत्रफल आदि का पूरा ब्यौरा होता है। यद्यपि यह आंकडे काफी हद तक सही होते हैं फिर भी निम्न कारणो से पूर्ण शुद्ध नही होते :—

(१) साधारणत: पटवारी परिवर्तन नहीं दिखाना चाहते और प्रतिवर्ष एक ही से आंकडे दिखाते हैं।

(२) पटवारी आंकडो के सग्रहण मे लापरवाही करते हैं। प्राय: वे एक ही स्थान पर बैठकर लोगो से पूछ पूछ कर सूचनायें भर लेते हैं।

(३) अधिक कार्य-भार एव कम वेतन के कारण प्राय: पटवारी इस काम मे दिलचस्पी नही लेते।

(४) निरीक्षक एव उच्च अधिकारी भी शुद्धता के लिये प्रयत्न नही करते।

(५) मेडो एव नालियो को भी खेतो के क्षेत्रफल में शामिल कर लिया जाता है।

(६) खेत किस के अधिकार मे है—इस विषय मे भी बहुत गडबडी रहती है। लोगो के दबाव मे पडकर पटवारी गलत सूचनाये भर देते हैं।

(७) जिन खेतो मे बीज बोया गया पर नही जमा उन्हे भी बोई गई फसल के क्षेत्रफल मे सम्मिलित कर लिया जाता है।

(८) कभी-कभी ठीक समय पर सूचना न मिलने के कारण अनुमानत: सूचनायें भर ली जाती हैं।

(९) मिश्रित फसलो के क्षेत्रफल को अलग-अलग दिखाने मे बहुत असुविधा होती है।

देश मे कुछ ऐसे भी भाग हैं जहाँ स्थायी बन्दोबस्त (Permanent Settlement) हैं। ऐसे भाग बिहार, बगाल व उडीसा मे मिलते हैं। यहाँ ग्राम लेखक व अन्य कर्मचारी नही होते। न तो गांवो का निरीक्षण होता है और न नक्शे तैयार किये जाते हैं। इस भाग म रेवेन्यू विभाग के अधिकारियो को सूचनाओ के लिये पुलिस अधिकारियों का सहारा लेना पडता है। पुलिस के अधिकारी गांव के मुखिया का सहारा लेते हैं। इसलिये ये आंकडे पूर्णतया शुद्ध नहीं होते।

इन क्षेत्रों में आँकड़ों के संग्रहण का कार्य अब ग्राम पंचायतों के सुपुर्द कर दिया गया है। सरकार इनकी शुद्धता और विश्वसनीयता की ओर विशेष ध्यान दे रही है। बिहार तथा उड़ीसा में यह कार्य विशेष अनुसन्धानकर्ताओं (Investigators) द्वारा किया जा रहा है। आशा है भविष्य में अधिक शुद्ध और विश्वसनीय आँकड़े प्राप्त हो सकेंगे।

(२) सामान्य उत्पत्ति (Normal Yield)

परम्परागत रीति (Traditional Method)—हमारे देश में प्रत्येक राज्य के कृषि विभाग के संचालक द्वारा प्रत्येक जिले के लिये बहुत सी फसलों की सामान्य उत्पत्ति निर्धारित की जाती है। इस कार्य के लिये कृषि तथा रेवेन्यू विभाग के अधिकारियों द्वारा एक औसत प्रकार की भूमि चुनी जाती है। औसत प्रकार की परिस्थितियों के बीच उसमें बीज उगाया जाता है और पक जाने पर फसल को काट कर उपज की रिपोर्ट कृषि विभाग के संचालक के पास भेज दी जाती है जो अन्य प्रकार की परिस्थितियों पर विचार करके सामान्य उत्पत्ति निर्धारित कर देता है। इस प्रकार सामान्य उत्पत्ति निर्धारण की बड़ी आलोचनायें हुई हैं। कारण यह है कि इन प्रयोगों की संख्या अपर्याप्त होती है तथा प्रयोग के लिए खेतों का चुनाव दैव निदर्शन (Random Sampling) के बजाय सविचार प्रवरण (Purposive or Deliberate Selection) के आधार पर होता है। इस कारण चुनाव पर स्थानीय अधिकारियों की व्यक्तिगत रुचि, भावनाओं एवं प्रवृत्तियों का बड़ा गहरा प्रभाव पड़ता है। एक बात और ध्यान देने की यह है कि जो लोग यह प्रयोग करते हैं वे अन्य कार्यों के भार से दबे होते हैं इसलिये इस कार्य में बहुत दिलचस्पी नहीं लेते। अतः इस प्रकार प्राप्त की गई सामान्य उत्पत्ति जिले की उपज का सही प्रतिनिधित्व नहीं कर सकती। इसमें अनेक प्रकार की अशुद्धियों के आ जाने की सम्भावना होती है।

दैव निदर्शन रीति (Random Sampling Method)—उत्पत्ति आगणन की यह रीति बहुत वैज्ञानिक है और इसका प्रयोग सर्वप्रथम १९२३ में बिहार व उड़ीसा में हुआ, पर इससे कुछ विशेष लाभ न रहा। द्वितीय युद्ध के समय में जब इन आँकड़ों का महत्व बहुत बढ़ गया तब इस रीति का सारे देश में वृहद् प्रयोग हुआ। यह कार्य इंडियन काउन्सिल ऑफ एग्रीकल्चरल रिसर्च (I. C. A. R.) के तत्वावधान में हुआ। इस रीति में विभिन्न दशाओं में दैव निदर्शन पर निर्भर रहना पड़ता है। सबसे पहले प्रत्येक तहसील या ताल्लुका में कुछ गाँव चुने जाते हैं और फिर खेत और इन खेतों में फसलें बो दी जाती हैं, फिर उन खेतों में से दैव निदर्शन से दो तीन खेत चुन लिये जाते हैं और उनकी उपज की मात्रा की रिपोर्ट कृषि संचालक के पास भेज दी जाती है, जो विशेष प्रयोगों के आधार पर अनाज में नमी आदि का विचार करके सामान्य उत्पत्ति निर्धारित कर देता है।

भूमि उपयोगिता सम्बन्धी आंकड़े (Land Utilization Statistics)

इस प्रकार के आंकड़े अस्थायी बन्दोबस्त वाले भागों में मिलते हैं। गांव का पटवारी या लेखपाल इनकी रिपोर्ट तहसील में करता है और फिर यह आंकड़े तहसील से जिले में और जिले से प्रान्त में भेज दिये जाते हैं जहाँ संकलित होकर सारे प्रान्त के लिये छपते हैं। पटवारियों की असावधानी के कारण ये दोषपूर्ण होते हैं। स्थायी बन्दोबस्त वाले भागों के विषय में यह आंकड़े विश्वसनीय रूप में उपलब्ध नहीं हैं क्योंकि यहाँ न तो पटवारी होते हैं और न कोई लेखे।

साधारणतः भूमि उपयोगिता सम्बन्धी निम्न आंकड़े देश में उपलब्ध हैं :—

(१) क्षेत्रफल का वर्गीकरण

(२) बोये हुए खेतों का क्षेत्रफल—फसल के अनुसार

(३) सिंचित भूमि

इनमें भी प्रायः वही दोष मिलते हैं। पटवारियों की लापरवाही तथा उनके कार्य-भार के आधिक्य के कारण ये आंकड़े विश्वसनीय नहीं होते। तहसीलदारों तथा जिलाधीशों द्वारा निकाले गये परिणाम भी माध्य (Medium) के रूप में नहीं होते। वे प्रायः ऐसे अंक लेते हैं जिनकी आवृत्ति सबसे अधिक होती है।

व्यापार सम्बन्धी समंक

(Trade Statistics)

भारत में व्यापार सम्बन्धी आंकड़े पर्याप्त मात्रा में तथा संतोषजनक रूप में पाये जाते हैं। मुख्यतः ये आंकड़े वाणिज्य सूचना विभाग (Department of Commercial Intelligence) द्वारा संकलित एवं प्रकाशित किये जाते हैं। इस विभाग ने १९२२ में कलकत्ता में एक सांख्यिकीय विभाग की स्थापना की जो भारत सरकार व व्यापारिक जनता के बीच एक महत्वपूर्ण कड़ी का काम करता है और भारत के देशी व विदेशी व्यापार सम्बन्धी आंकड़े व सूचनायें प्रकाशित करता है।

वाणिज्य सूचना विभाग के संचालक के द्वारा व्यापार सम्बन्धी बहुत सांख्यिकीय प्रकाशन होता है। अन्य प्रकाशन भारत सरकार के अन्य विभागों द्वारा होते हैं। इन प्रकाशनों में से कुछ प्रमुख निम्न हैं :—

(१) भारत का विदेशी (समुद्र, वायु तथा भूमि द्वारा) व्यापार और जहाज-रानी सम्बन्धी लेखे (**The Account relating to the Foreign (Sea, air and Land) Trade & Navigation of India**)—यह एक मासिक प्रकाशन है जो वाणिज्य सूचना विभाग की ओर से प्रकाशित होता है। इसमें समुद्र, भूमि या वायु द्वारा किये गये विदेशी व्यापार का विवरण होता है। वस्तुओं को सुविधा के विचार से पाँच वर्गों में बाँटा गया है :—

(१) खाद्य पदार्थ, पेय पदार्थ व तम्बाकू।

(२) कच्चा माल

(३) निर्मित माल

(४) जीवित पशु
(५) डाक की वस्तुयें।

(२) समुद्र द्वारा किये गये विदेशी भारतीय व्यापार का वार्षिक विवरण भाग १ व २ (Annual Statement of the Foreign (Sea-borne Trade of India Vol. I & II)—यह एक महत्वपूर्ण वार्षिक प्रकाशन है जिसमे भारत के साथ प्रत्येक देश के व्यापार का विवरण होता है।

(३) भारत के तटीय व्यापार तथा जहाजरानी सम्बन्धी लेखे (Accounts Relating to Coastal Trade and Navigation of India)—यह एक मासिक प्रकाशन है। इसमे भारत के विभिन्न बन्दरगाहो पर आने और जाने वाले जहाजो की सख्या तथा भार सम्बन्धी आंकड़े छपते हैं। जहाजो की संख्या स्वामित्व व राष्ट्रीयता सम्बन्धी विवरण भी छपता है।

(४) भारतीय संघ का सीमा कर तथा उत्पादन कर विवरण (Customs and Excise Revenue Statement of Indian Union)—यह आयात व निर्यात का मासिक विवरण प्रकाशित करता है। जिन देशो मे भारत का व्यापार है उनके इस देश के साथ व्यापार सम्बन्धी विवरण इसमे प्रकाशित होता है।

(५) वार्षिक विदेशी व्यापार सम्बन्धी समंक (Annual Foreign Trade Statistics)—यह एक वार्षिक प्रकाशन है जो दो भागो मे प्रकाशित होता है। इसमे भारत के विदेशी व्यापार के मूल्य, मात्रा सम्बन्धी विस्तृत विवरण होता है।

(६) भारत के अन्तर्देशीय (रेल या नदी द्वारा) व्यापार सम्बन्धी लेखे (Accounts Relating to the Inland (Rail & Riverborne) Trade of India)—इसमें एक राज्य से दूसरे राज्य को किये जाने वाले व्यापार का विस्तृत विवरण होता है।

(७) व्यापार की समीक्षा (Review of the Trade of India)—यह एक वार्षिक प्रकाशन है जो वाणिज्य एवं उद्योग मन्त्रालय के आर्थिक सलाहकार द्वारा प्रकाशित किया जाता है। इसमें देश के व्यापार की आर्थिक प्रवृत्तियो और विदेशी व्यापार का, विवरण रहता है।

(८) अन्य प्रकाशन (Publications)—अन्य कम महत्वपूर्ण प्रकाशन निम्न हैं:—

(क) भारत पाकिस्तान व्यापार समंक (India Pakistan Trade Statistics)—यह एक मासिक प्रकाशन है।

(ख) भारत की कला तथा खेल सम्बन्धी माल का निर्यात (Export of Indian Artware & Sports Goods)—यह एक मासिक प्रकाशन है।

(ग) भारतीय सीमाकर (Indian Custom Tariff)—यह एक वार्षिक प्रकाशन है।

राष्ट्रीय आय सम्बन्धी समंक
(National Income Statistics)

"राष्ट्रीय आय किसी देश मे एक वर्ष मे उत्पादित की हुई या उपभोग की हुई सभी वस्तुओ और सेवाओ का योग है।"[1]

बाउले राबर्टसन कमेटी (१९३४) ने राष्ट्रीय आय की परिभाषा इस प्रकार दी है— 'राष्ट्रीय आय, वर्ष म देश के निवासियो को प्राप्त हुई वस्तुओं तथा सेवाओं के समूह (उनके व्यक्तिगत या सामूहिक धन मे हुई शुद्ध वृद्धि सहित या शुद्ध घटती को निकाल कर) का द्रव्य माप है।"[2]

राष्ट्रीय आय के मापने के लिये बाउले राबर्टसन कमेटी ने दो रीतियाँ बताई हैं :—

(१) उत्पादन सगणना रीति (**Census of Production Method**)— इस रीति के अनुसार राष्ट्रीय उत्पादक व्यवसायों उदाहरणार्थ कृषि, खान आदि के विभिन्न वस्तुओ के शुद्ध वार्षिक उत्पादन (Net annual output) का उत्पादन बिन्दु मूल्यांकन करते हैं। फिर निम्नलिखित को जोडना चाहिए :—

(१) देश मे उत्पन्न तथा आयात किये गये मालो के लिये यातायात तथा विक्रय एजेंसी द्वारा की गई सेवाओ का मूल्य।

(२) आयातो (सोने व चाँदी सहित) का मूल्य।

(३) सभी प्रकार की व्यक्तिगत सेवाओ का मूल्य।

(४) गृह-उत्पादित वस्तुओ पर उत्पादन कर (Excise Duty) तथा आयात पर आयात कर (Customs Duty)।

(५) भवनो के वार्षिक किराये—चाहे उनम मालिक रहते हो या किरायेदार।

(६) देश के विदेशी पावनो (Foreign balances) मे वृद्धि या व्यक्तियो की व्यक्तिगत प्रभूतियो (Securities) मे वृद्धि।

इनमे से निम्न को घटाना चाहिए :—

(१) निर्यातो (सोने व चाँदी सहित) का मूल्य।

(२) विदेशी पावनों मे हुई घटती (Decrement in Foreign Balances) या देश में विदेशियो की प्रतिभूतियो में हुई वृद्धि।

(३) अचल पूँजी को बनाये रखने के लिये उपभोग की गई वस्तुओ का मूल्य तथा गृह उत्पादन मे उपभोग किये कच्चे माल का मूल्य।

---

1. National Income is the sum of all goods and services produced or consumed in a country during a year.
2. The national Income is the money measure of the aggregate of goods services accruing to the inhabitants of a country during a year, inducing net increments to or excluding net decrements from their individual or collective wealth

समिति ने अनुसन्धान के क्षेत्रों का निम्न दो वर्गीकरण किया है :—

(अ) ग्रामीण अनुसन्धान (Rural Survey)—इन क्षेत्रों के आय के आगणन के लिये आकस्मिक चुनाव (Random Sampling) के आधार पर कुछ गाँव चुन लिये जायें फिर उन ग्रामों में गहन अनुसन्धान (Intensive Survey) द्वारा सब वस्तुओं एवं सेवाओं के मूल्य का आगणन किया जाय।

(ब) शहरी अनुसन्धान (Urban Survey)—उन नगरों के परिवारों के व्यवसायों का न्यादर्श जाँच (Sample Enquiry) किया जाय, जिनके विश्वविद्यालय व विद्यालय सन्तोषप्रद ढंग से अनुसन्धान करने में समर्थ हों। तत्पश्चात् कुशल अनुसन्धान कर्ताओं द्वारा अन्य चुने हुए नगरों का अनुसन्धान किया जाय।

इसके दो ढंग हैं :—

(i) व्यवसायी प्रणाली (By Occupation)—इस रीति में नगर के लोगों को पेशे के अनुसार विभिन्न वर्गों में बाँट लेते हैं और फिर प्रचलित मजदूरी दर के अनुसार प्रत्येक व्यक्ति की आय का आगणन करते हैं।

(ii) पारिवारिक प्रणाली (By Family)—इस रीति में नगर को ३०,००० घरों वाले वार्डों में विभाजित कर देते हैं फिर दैव निदर्शन (Random Sampling) द्वारा प्रत्येक वार्ड में से १००० घर चुन कर प्रत्येक व्यक्ति की आय का आगणन करते हैं।

(२) आय गणना रीति (Census of Income Method)—इस रीति के अनुसार किसी विशेष वर्ष में देश में रहने वाले सभी व्यक्तियों की कुल आय का योग कर देते हैं। इसमें निम्न सावधानियों की आवश्यकता है :—

(१) किसी व्यक्ति की आय निश्चित करते समय उसकी कुल उत्पत्ति तथा उसके द्वारा उपभोग की गई वस्तुओं के उत्पादन स्थान पर विक्रय मूल्य की दर से मूल्यांकन करके जोड़ देना चाहिए।

(२) उसके द्वारा प्रयोग किये गये भवनों का वार्षिक किराया भी जोड़ देना चाहिए।

( ) उसके द्वारा दिया गया ब्याज घटा देना चाहिए।

(४) सभी व्यक्तियों की आय को प्रत्यक्ष करों (Direct Taxes) को घटा करों से पूर्व सम्मिलित करना चाहिए।

(५) इनमें कम्पनियों के अवितरित लाभों और सरकारी व्यवसायों के शुद्ध लाभों, आयात करों (Customs), उत्पादन कर (Excise duty) टिकटों (Stamps Duty) तथा स्थानीय कर आदि से होने वाले अन्य सरकारी आय को जोड़ देना चाहिए।

(६) सरकारी ऋण पर ब्याज तथा सरकारी कर्मचारियों की पेंशन . । देनी चाहिये।

इंगलैंड में राष्ट्रीय आय निकालने के लिये ये रीतियाँ काम में लाई जाती हैं।

साधारणतय: उत्पादन संगणना रीति (Census of Production Method) अधिक प्रयोग किया जाता है। भारत के लिये समिति ने दोनों रीतियों के सम्मिश्रण को ठीक बनाया है।

राष्ट्रीय आय को मापन करने की अन्य दो रीतियाँ निम्न हैं :—

(३) सामाजिक लेखांकन विधि (Social Accounting Method)—इस रीति में विभिन्न प्रकार के लेखाओं और लेन-देनों को विभिन्न वर्गों में बाँटा जाता है। इन विभिन्न वर्गों के योग का समूहीकरण करके राष्ट्रीय आय प्राप्त किया जाता है। इस रीति को सफल बनाने के लिये यह आवश्यक है कि लेखे बड़ी शुद्धता व सावधानीपूर्वक रखे जांय। हमारे देश में, जहाँ अधिकांश लोग अशिक्षित हैं—यह रीति उपयुक्त नहीं।

(४) व्यय गणना विधि (Expenditure Method)—इस रीति में राष्ट्रीय व्यय और बचत के योग को प्राप्त करके राष्ट्रीय आय का अनुमान करते हैं। इस प्रकार राष्ट्रीय आय निकालते समय निम्न तीनों को जोड़ देते हैं :—

(१) अंतिम उपभोग पर होने वाला व्यय
(२) विनियोग किया हुआ धन
(३) संचय किया हुआ धन।

यह रीति कठिन है क्योंकि प्रत्येक व्यक्ति के वास्तविक व्यय, विनियोग या संचय का अनुमान लगाना दुष्कर कार्य है।

भारत में राष्ट्रीय आय का अनुमान

भारत में राष्ट्रीय आय का अनुमान विभिन्न विद्वानों ने समय-समय पर किया है। उनमें से कुछ प्रमुख विद्वानों का आगणन निम्न है :—

	नाम	वर्ष	प्रति व्यक्ति राष्ट्रीय आय (रुपयों में)
१.	दादा भाई नौरोजी	१८६८	२०
२.	बेरिंग तथा बारबूर	१८८२	२७
३.	लॉर्ड कर्जन	१८९७-९८	३०
४.	डिगबी	१८९९	१७·५
५.	बी० एन० शर्मा	१९११	५०
६.	वकील तथा मुरन्जन	१९१०-१४	५८·५
७.	वाडिया और जोशी	१९१३-१४	४४·५
८.	फिडले शिराज	१९२१	१०७
९.	शाह और खम्बाता	१९२१	६७
१०.	वी० के० आर० वी राव	१९२५-२९	७६
		१९३१-३२	६५

अनेक विद्वानों का विचार है कि अनेक प्रकार की कठिनाइयाँ एवं आँकड़ों की अपर्याप्तता के कारण ये आगणन बहुत विश्वसनीय नहीं। प्रारम्भिक प्रयत्नों में से अधिकांश राजनैतिक भावनाओं से प्रेरित होकर किये गये थे। फलस्वरूप राष्ट्र-भावना से प्रेरित भारतीयों ने अंग्रेजी शासन-काल में बहुत निर्धनता दिखाने का प्रयास किया तथा अंग्रेजी सरकार द्वारा राष्ट्रीय आय अधिक दिखाने का प्रयास किया गया। देश के स्वतन्त्र होने पर समदर्शी अर्थशास्त्रियों ने इस कार्य का भार लिया। डा० राव के अनुमान सबसे अधिक विश्वास के योग्य माने जाते हैं। उन्होंने उत्पादन-गणना तथा आय-गणना दोनों रीतियों का प्रयोग किया।

राष्ट्रीय आय समिति (National Income Committee)

स्वतंत्रता के उपरान्त राष्ट्रीय सरकार ने राष्ट्रीय आय की अविश्वसनीयता को तीव्रता से अनुभव किया और अगस्त सन् १९४९ में प्रो० पी० सी० महालनोबिस की अध्यक्षता में एक समिति बनाई। प्रो० डी० आर० गैडगिल व डा० वी० के० आर० वी० राव उस समिति के सदस्य थे। इस समिति को निम्न कार्य भार दिया गया :—

(१) राष्ट्रीय आय से सम्बन्धित एक प्रतिवेदन तैयार करना।

(२) उपलब्ध आँकड़ों में सुधार एवं अन्य आवश्यक आँकड़ों के संग्रहण के लिये उपाय बताना।

(३) राष्ट्रीय आय के क्षेत्र में अनुसंधान के लिये उपायों की सिफारिश करना।

इस कार्य के लिये सरकार ने विदेशी विशेषज्ञों को भी आमन्त्रित किया। प्रो० साइमन कुजनेट्स (Prof. Simon Kuznets), मी जे० आर० एन० स्टोन (Mr. J. R. N. Stone) तथा डा० जे० बी० बर्कसन (Dr. J. B. Berkson) सन् १९५०-५१ में भारत आये। समिति ने पहला प्रतिवेदन १५ अप्रैल सन् १९५१ को और अन्तिम फरवरी सन् १९५४ को दिया। इसके अनुसार राष्ट्रीय आय आगणन किसी देश के एक निश्चित समय में उत्पादित वस्तुओं एवं सेवाओं की मात्रा का माप करता है। राष्ट्रीय आय के आगणन का यह पहला वैज्ञानिक प्रयत्न है।

समिति द्वारा प्रकाशित राष्ट्रीय आय सम्बन्धी आँकड़े निम्न हैं :—

वर्ष	प्रति व्यक्ति आय	
	चालू कीमतों के आधार पर	१९४८-४९ की कीमतों के आधार पर
१९५१-५२	२७४·०	२५०·१
१९५२-५३	२६६ ४	२५६·६
१९५३-५४	२८०·७	२६८·७
१९५४-५५	२५४·२	२७१·९
१९५५-५६	२६०·६	२७३·६
१९५६-५७	२९१·५	२८३·५
१९५७-५८	२८९·८	२७७ १
१९५८-५९	३१६·५	२९२·६
१९५९-६०	३१८ ४	२९१·६

राष्ट्रीय आय के अनुमान की उपयोगितायें

राष्ट्रीय आय के अनुमान की निम्न उपयोगितायें हैं :—

(१) **आर्थिक उन्नति का माप**—इनके द्वारा देश की आर्थिक उन्नति का मापन होता है कि अमुक समय के भीतर आर्थिक दृष्टि से देश ने कितनी उन्नति या अवनति की है।

(२) **आर्थिक नीति निर्धारित करने में सहायक**—इसकी सहायता से आर्थिक नीति का निर्धारण होता है कि कितने विनियोग पर कितनी राष्ट्रीय आय बढ़ी है तथा भविष्य में क्या नीति रखी जाय।

(३) **आर्थिक उन्नति का तुलनात्मक अध्ययन**—इसकी सहायता से देश में विभिन्न वर्षों में हुई आर्थिक प्रगति का तुलनात्मक अध्ययन होता है। अन्य देशों से भी तुलना सम्भव हो जाती है।

(४) **योजना में बहुत सहायक**—इसी के आधार पर आर्थिक योजनाओं का निर्माण होता है क्योंकि राष्ट्रीय आय कितनी है ? कितने समय में कितनी वृद्धि करनी है ? साधन क्या हैं ? यह सब निश्चित करना पड़ता है।

(५) **रहन-सहन के स्तर में परिवर्तन का अनुमान**—इसकी सहायता से किसी देश या भूभाग के लोगों के रहन-सहन के स्तर में होने वाले परिवर्तन की दिशा व मात्रा का ज्ञान होता है।

(६) **समाज के विभिन्न वर्गों में आय के वितरण का अनुमान**—राष्ट्रीय आय के अनुमान से समाज के विभिन्न वर्गों में आय के वितरण का अनुमान होता है और इस प्रकार इस विषमता को दूर करने के कदम उठाये जा सकते हैं।

(७) *आय व्यय व बचत का अनुमान*—राष्ट्रीय आय के आगणन से आय, व्यय व बचत का अनुमान हो सकता है और उनमे उचित अनुपात रखने की दिशा मे प्रयत्न किये जा सकते हैं।

भारत की राष्ट्रीय आय के अनुमान मे कठिनाइयाँ

भारत की राष्ट्रीय आय के अनुमान मे निम्न कठिनाइयाँ हैं :—

(१) आँकडे अपूर्ण—भारत मे उत्पादन सम्बन्धी आँकडे बहुत अपूर्ण हैं और इन्ही के आधार पर राष्ट्रीय आय का आगणन होता है।

(२) उपलब्ध आँकडे अविश्वसनीय—जो समक मिलते हैं वे भी अविश्वसनीय है क्योकि उनके सकलन की रीति असतोषजनक है।

(३) पेशेवार विभाजन दोषपूर्ण—लोगो का पेशेवार विभाजन भी दोषपूर्ण हैं इसलिये आगणन मे शुद्धता की कम आशा रहती है।

(४) देश की विशालता—देश इतना बडा है कि सम्पूर्ण उत्पादन व सेवाओं का अनुमान लगाना बहुत कठिन है।

(५) *देश की विविधता*—हमारे देश मे खान-पान व बोल-चाल आदि मे इतनी विभिन्नता है कि इसके कारण समान आधार पर राष्ट्रीय आय का आगणन कठिन है।

(६) अशिक्षा—देश मे अधिकाश जनता अशिक्षित है। इसलिये लोग अपनी आय, व्यय व उत्पादन आदि सम्बन्धी लेखे नही रखते।

(७) निर्धनता—निर्धनता के कारण भी लोग अपनी दशा का ठीक विवरण देना लज्जा का विषय समझते हैं तथा हीन भावना से दबे रहते हैं।

(८) वस्तु विनिमय—देश मे बहुत से भागो मे वस्तु विनिमय के कारण उसके मूल्य का ठीक अनुमान नही हो पाता जो राष्ट्रीय आय के आगणन के लिये आवश्यक है।

(९) उत्पादित पदार्थ का बाजार मे न आना—देश की बहुत से उत्पादित वस्तुयें बाजार मे नही आती और उनका उपभोग हो जाता है। इसलिये उत्पादन सम्बन्धी ठीक अनुमान नही हो पाता।

(१०) आय, व्यय व विनियोग से सम्बन्धित आँकडों का अभाव—देश मे आय, व्यय व विनियोग तथा पूँजी से सम्बन्धित आँकडो का सर्वथा अभाव है।

(११) वस्तुओं और सेवाओं के मूल्यांकन मे दोष—वस्तुओ तथा सेवाओ को किस आधार पर मूल्यांकित किया जाय यह एक विकट समस्या है। इस कारण भी, राष्ट्रीय आय के आगणन में बाधा उपस्थित होती है।

सुझाव—राष्ट्रीय आय समिति ने निम्न प्रमुख सुझाव दिये हैं :—

(१) राष्ट्रीय आय के आगणन के लिए आवश्यक आँकड़ो की उपलब्धि के लिये आवश्यक प्रयत्न होना चाहिये।

(२) कृषि के सम्बन्ध मे जिन स्थानो से आंकडो के सग्रहण की रिपोर्ट सरकार को नहीं होती वहां की होने की व्यवस्था होनी चाहिये।

(३) केन्द्रीय सरकार को ऐसी व्यवस्था करनी चाहिये कि बिक्री कर (Sales Tax) सम्बन्धी आंकडो म एकरूपता रहे।

(४) मजदूरी, बेराजगारी व श्रम सम्बन्धी आंकडो के सकलन का भार लेबर ब्यूरो पर होना चाहिये।

(५) राष्ट्रीय आय इकाई (The National Income Unit) को यथा समय सिफारशो के कार्यान्वित होने के विषय मे प्रयत्नशील होने चाहिये।

(६) विश्वविद्यालयो तथा अन्य अनुसधान संस्थाओ द्वारा भी इस विषय मे राष्ट्रीय आय समिति से परामर्श करके उसका सहयोग करना चाहिये।

औद्योगिक समंक (Industrial Statistics)

किसी भी देश के लिये उद्योगो से सम्बन्धित सूचनायें बहुत महत्वपूर्ण हैं। इसकी सहायता से उद्योगों के विषय मे अनेक प्रकार की जानकारियां प्राप्त होती हैं और उनके विषय मे महत्वपूर्ण निर्णय किये जाते हैं। १६४२ से पूर्व उद्योगो से सम्बन्धित आंकडे एकत्र करना विभिन्न व्यवसायो की इच्छा पर निर्भर करता था। १६३६ के औद्योगिक सम्मेलन और १६४१ के श्रम मत्रियो के सम्मेलन में यह प्रश्न उठाया गया और फलस्वरूप १६४२ मे औद्योगिक समंक अधिनियम (Industrial Statistics Act) बना। इसके अनुसार राज्य सरकारों को यह अधिकार दिया गया कि वे समंक अधिकारी की नियुक्ति करके किसी भी उद्योग से सम्बन्धित सूचनायें प्राप्त कर सकती हैं और इस विषय से सम्बन्धित नियम बना सकती हैं। इस अधिनियम के अनुसार निम्न विषयो के बारे में आंकडे एकत्रित किये जा सकते हैं :—

(१) वस्तुओ के मूल्य
(२) श्रमिकों के जीवन-निर्वाह की दशायें
(३) श्रमिकों की संख्या
(४) किराया
(५) कर्ज
(६) आय
(७) श्रमिकों का प्राविडेंट फंड व अन्य फंड
(८) कार्य के घटे
(६) अन्य सुविधायें
(१०) बेरोजगारी
(११) औद्योगिक झगडे।

यह अधिनियम १६४५ मे लागू हुआ और केन्द्र मे औद्योगिक समक संचालक Director of Industrial Statistics) की नियुक्ति हुई और 'औद्योगिक निर्माण

सगणना नियम' (Census of Manufacturing Industries Rules) बनाये गये। १९४६ में उद्योगों से सम्बन्धित पर्याप्त सूचनायें एकत्रित की गई तब से प्रति वर्ष एकत्रित की जा रही हैं। सन् १९५३ में इसके क्षेत्र को और व्यापक बनाने के लिये समंक सकलन अधिनियम (Collection of Statistics Act) बना। १९५१ को आधार मानकर औद्योगिक उत्पादन निर्देशांक उद्योगों की संख्या निम्न हैं :—

	निर्देशांक	विद्युत परिचालित उद्योगों की स०
१९५५-५६	१२२	८८०६
१९५६-५७	१३३	९८७८
१९५७-५८	१३७	११९७७
१९५८-५९	१४०	१२८३७
१९५९-६०	१५२	१५०२९
१९६०-६१	१७०	१७०३७

उद्योगों से सम्बन्धित सूचनायें 'औद्योगिक निर्माण सगणना' (Census of Manufacturing Industries) के नाम से प्रकाशित किया जाता है। इस सम्बन्ध मे निम्न सूचनायें एकत्रित की जाती हैं :—

भाग क—सामान्य सूचना जैसे नाम, स्थान, मालिकों व प्रबन्धकों का नाम व पता आदि।

भाग ख—पूँजी सम्बन्धी विस्तृत सूचना।

भाग ग—श्रम सम्बन्धी सूचना जैसे उनकी सख्या, काम के घंटे, मजदूरी, अन्य सुविधायें आदि।

भाग घ—चालक शक्ति सम्बन्धी सूचना।

भाग ङ—कच्चे माल सम्बन्धी सूचना।

भाग च—उत्पादन सम्बन्धी सूचना जैसे उत्पादन की मात्रा, उत्पादन व्यय, मूल्य आदि।

इसके अतिरिक्त निम्न अन्य प्रकाशनों में उद्योगों से सम्बन्धित सूचनायें प्राप्त होती हैं :—

(1) **Monthly Statistics of the Production of Selected Industries in India**—इस मासिक पत्रिका में लगभग ९० उद्योगों से सम्बन्धित सूचनायें प्रकाशित होती हैं। इसके अनुसार उद्योगों को तीन वर्गों में बाँटा गया है :—

(क) खाद खोदने के उद्योग।

(ख) निर्माण सम्बन्धी उद्योग।

(ग) बिजली तथा शक्ति सम्बन्धी उद्योग।

(2) **Monthly Statistics of Cotton Spinning and Weaving in Indian Mills**—इस मासिक प्रकाशन में सूता कपड़े के उद्योगों से सम्बन्धित विभिन्न सूचनायें प्रकाशित होती हैं।

(3) **Large Industrial Establishments in India**—इस प्रकाशन में बड़े उद्योगों से सम्बन्धित सूचनायें होती हैं।

(4) **Monthly Coal Bulletin**—यह मासिक प्रकाशन खानों के प्रधान निरीक्षण द्वारा प्रकाशित किया जाता है। कोयले के उत्पादन से सम्बन्धित महत्वपूर्ण सूचनायें इसमें होती हैं।

(5) **Statistics of Factories**—इस प्रकाशन में कारखानों के विषय में आंकड़े प्रकाशित किये जाते हैं।

(6) **Monthly Survey of Business Conditions in India**—इस मासिक प्रकाशन में भारतवर्ष में विभिन्न व्यवसायों से सम्बन्धित महत्वपूर्ण आंकड़े प्रकाशित होते हैं।

(7) **Journal of Industry & Trade**—उद्योग व व्यापार से सम्बन्धित सूचनायें इस प्रकाशन में दी जाती हैं।

(8) **Statistical Abstract of India**—इस प्रकाशन में भी उद्योग से सम्बन्धित बहुत सी सूचनायें होती हैं।

औद्योगिक समंकों का महत्व

औद्योगिक समंकों का निम्नलिखित महत्व है :—

(१) **उद्योगों का विकास**—इन सूचनाओं के आधार पर ही उद्योगों का विकास सम्भव है।

(२) **संतुलन सम्भव**—इन सूचनाओं के द्वारा ही सरकार विभिन्न उद्योगों में संतुलन का प्रयत्न करती है।

(३) **नियोजन के लिये आवश्यक**—योजनायें इन समंकों के आधार पर ही बनाई जाती हैं।

(४) **तुलना सम्भव**—इन समंकों की सहायता से अपने ही देश के विभिन्न भू-भागों या अन्य देशों से तुलना सम्भव हो पाती है ताकि प्रगति का अनुमान लगाया जा सके।

(५) **संरक्षण नीति में सहायक**—इन आंकड़ों के आधार पर ही सरकार अपनी संरक्षण नीति निश्चित करती है कि किन उद्योगों की दशा ऐसी है जिन्हें संरक्षण देना न्यायोचित है।

(६) **बेरोजगारी का अनुमान**—इनकी सहायता से औद्योगिक क्षेत्र में बेरोजगारी का अनुमान लगाया जा सकता है।

(७) **सरकार की औद्योगिक नीति में सहायक**—सरकार की औद्योगिक नीति निश्चित करने में ये आंकड़े बहुत सहायक होते हैं।

(८) **श्रम कल्याण योजनाओं के लिये आवश्यक**—श्रम कल्याण योजनाओं को चलाने के लिये ये आंकड़े बहुत सहायक होते हैं। इन्हीं की सहायता से ये योजनायें कार्यान्वित की जाती हैं।

(६) मूल्य नियन्त्रण में सहायक—उत्पादन सम्बन्धी सूचनाओं के प्राप्त होने पर ही मूल्य सम्बन्धी नीति निश्चित की जाती है तथा मूल्यों को नियन्त्रित किया जाता है।

श्रम समंक (Labour Statistics)

किसी भी देश में श्रम समंकों का बहुत बड़ा महत्व है। इन्हीं के आधार पर श्रम नीति का निर्माण होता है। पर्याप्त आँकड़ों के द्वारा ही श्रम की परिस्थितियों में सुधार, मजदूरी में वृद्धि श्रम कल्याण सम्बन्धी कार्य आदि सम्भव हैं। परन्तु दुर्भाग्यवश हमारे देश में श्रम समंक अपर्याप्त और दोषपूर्ण हैं। संगठित उद्योगों के अतिरिक्त अन्य स्थानों जैसे कृषि में काम करने वाले घरेलू नौकर, तथा छोटे उद्योगों में काम करने वाले श्रमिकों के सम्बन्ध में आँकड़े उपलब्ध नहीं। श्रम समंकों को निम्न वर्गों में बाँट कर अध्ययन किया जायेगा

(क) रोजगार समंक

(ख) मजदूरी समंक

(ग) श्रम संघ समंक

(घ) सामान्य समंक जैसे दुर्घटनाएँ हड़ताल आदि।

रोजगार से सम्बन्धित समंक निम्न प्रकाशनों में मिलते हैं —

(क) **The Indian Labour Gazette**—इस प्रकाशन में निम्न सूचनायें होती हैं—प्रतिदिन कारखानों में काम करने वाले लोगों की औसत संख्या व विवरण, कारखाना अधिनियम के अन्तर्गत आने वाले कारखानों में श्रमिकों की संख्या व अन्य विवरण आसाम के चाय बागानों में काम करने वाले श्रमिकों के विषय में विवरण।

(ख) **Large Industrial Establishment in India**—कारखाना अधिनियम लागू होने वाले कारखानों के श्रमिकों का विवरण।

(ग) **Annual Report of the chief Inspector of mines in India**—इसमें खानों में काम करने वाले श्रमिकों के विषय में विवरण मिलता है।

(घ) **Tea in India**—इसमें चाय बागान में काम करने वाले श्रमिकों के विषय में सूचनायें होती हैं।

(ङ) **Monthly Abstract of Statistics**—इसमें पत्र के अनुसार अन्तिम जनगणना के आधार पर श्रमिकों का वर्गीकरण होता है तथा उनसे सम्बन्धित अन्य सूचनायें होती हैं।

(च) **Census of India**—जनगणना में भी श्रमिकों से सम्बन्धित समंक होते हैं।

(छ) **Indian Labour Year Book**—इसमें प्रति वर्ष श्रमिकों से सम्बन्धित अनेक प्रकार की सूचनायें रहती हैं।

(ज) Census of Central Govt. Employees—केन्द्रीय सरकार के विभिन्न विभागों में काम करने वाले लोगों की संख्या तथा अन्य ब्यौरे रहते हैं।

मजदूरी समंक (Wage Statistics)

हमारे देश में मजदूरी से संबंधित आंकड़े बहुत असंतोषजनक हैं क्योंकि उनका संकलन प्रायः शासकीय दृष्टिकोण से किया जाता रहा है। मजदूरी समंकों को हम निम्न दो वर्गों में बांटकर अध्ययन करेंगे :—

(क) कृषि मजदूरी (Agricultural wages)
(ख) औद्योगिक मजदूरी (Industrial wages)

कृषि मजदूरी (Agricultural Wages)—कृषि मजदूरी से संबंधित आंकड़ों की दशा बहुत असंतोषजनक है। कृषि प्रधान देश होते हुए भी जो आंकड़े उपलब्ध हैं। वे या तो अपूर्ण हैं या दोषपूर्ण। समस्या यह है कि इन आंकड़ों को कैसे एकत्रित किया जाय ? कृषि उद्योग असंगठित है, कृषि मजदूर प्रायः अशिक्षित हैं, देश बहुत विशाल है और कृषि मजदूर जैसा कोई निश्चित वर्ग देश में नहीं।

सन् १९५० में अर्थशास्त्र एवं सांख्यिकी के संचालक (Director of Economics & Statistics) ने एक ऐसी योजना बनाई जिसके अनुसार भारत के विभिन्न राज्यों के कृषि मजदूर संबंधी आंकड़े एकत्रित किये जाते हैं। ये आंकड़े निम्नलिखित चार वर्गों में एकत्रित किये जाते है :—

(१) कुशल मजदूर
    (I) बढ़ई (II) लोहार (III) मोची
(२) खेत पर काम करने वाले मजदूर
(३) अन्य कृषि मजदूर
(४) चरवाहे।

मजदूरी सम्बन्धी समंक प्रत्येक माह में एक जिले के लिये चुने हुये प्रतिनिधि गांव से एकत्रित किये जाते हैं और यही समंक उस पूरे जिले के लिये प्रतिनिधि मान लिये जाते हैं। सभी जिलों के एकत्रित होकर राज्य के प्रतिनिधित्व करते हैं। इस सम्बन्ध में निम्न दो प्रकाशन होते हैं :—

(१) भारत में कृषि मजदूरी—वार्षिक (**The Agricultural Wages in India—Annual**)—यह एक वार्षिक प्रकाशन है।

(२) भारत में कृषि की दशा (**Agricultural Situation in India**)—यह प्रति माह प्रकाशित होता है और इसम कृषि से सम्बन्धित मजदूरी आदि विभिन्न विषयों का विवरण होता है।

कृषि मजदूर जांच समिति द्वारा एकत्रित मजदूरी सम्बन्धी आंकड़े (**Wage Statistics collected by the Agricultural Labour Enquiry Committee**)—सन् १९४३ में हुये मजदूर सम्मेलन की सिफारिशों के फलस्वरूप

सरकार ने कृषि मजदूर जांच समिति नियुक्त की। १६४६ मे राज्य सरकारों की सहायता से इस विषय मे जांच प्रारम्भ की गई। इस जांच के प्रतिवेदन धीरे धीरे प्रकाशित किये जा रहे हैं।

औद्योगिक मजदूरी (Industrial Wages)—हमारे देश म औद्योगिक मजदूरी से सम्बन्धित आंकडो की दशा कृषि मजदूरी से सम्बन्धित आंकडों की दशा की अपेक्षा अच्छी है परन्तु इसे सतोषजनक नही कहा जा सकता। क्योंकि इन आंकडो को एकत्रित करने के लिये कोई अधिनियम नही है। शाही श्रम आयोग (Royal Commission on Labour) ने भी इनकी अपर्याप्तता व दोषों को बताया और सुधार के सुझाव दिये। परन्तु फिर भी इस विषय म कोई महत्वपूर्ण कार्य नही किया गया। बम्बई व बिहार राज्यो मे इस दिशा मे कुछ कार्य किये गये हैं। सन् १६३६ मे मजदूरी शोधन अधिनियम (The Payment of Wages Act) बना। फलस्वरूप मजदूरी सम्बन्धी समको का सकलन आवश्यक हुआ। विभिन्न मजदूर समितियो के प्रतिवेदन के सम्बन्ध मे भी कुछ आंकडे एकत्रित हुये। रेगे समिति (Rege Committee) ने भारत के कुछ औद्योगिक क्षेत्रों से सम्बन्धित आंकडे एकत्रित व प्रकाशित किये।

आजकल औद्योगिक मजदूरो से सम्बन्धित सामग्री निम्नलिखित प्रकाशनो मे मिल सकती है —

(क) खान के मुख्य निरीक्षक का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report of the Chief Inspector of Mines)

(ख) निर्माणी अधिनियम के कार्य का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report of the Working of Factories Act)

(ग) श्रमिक क्षतिपूर्ति अधिनियम के काय का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report of the Workmen's Compensation Act)

(घ) श्रम सघ अधिनियम के कार्य का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report of the Working of Trade Union Act)

(ङ) राष्ट्रीय सेवायुक्त बीमा अधिनियम के कार्य का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report of the Working of Employees State Insurance Act)

(च) भारतीय श्रमिक गजट (Indian Labour Gazette)

(छ) राज्य सरकारो के श्रमिक गजट (Labour Gazettes of State Governments)

(ज) भारतीय चाय समक (Indian Tea Statistics)

श्रम संघ समक

(Trade Union Statistics)

इन समको से श्रामक सघो के बारे म पूर्ण जानकारी होती है। श्रम सघ की सख्या, उनके सदस्यो की सख्या, उद्योगो व राज्यों के अनुसार उनका वर्गीकरण

उनका आय-व्यय आदि सम्बन्धी सभी प्रकार की सूचनायें एकत्रित की जाती हैं। हमारे देश में सभी श्रम संघों के पंजीकृत न होने के कारण वे सूचनायें पूर्णतः विश्वसनीय नहीं होती।

भारत में श्रम संघ सम्बन्धी आंकड़े निम्न प्रकाशनों में मिलते हैं :—

(१) भारतीय श्रमिक गजट-मासिक (Indian Labour Gazette Monthly)
(२) श्रम संघ अधिनियम के कार्यों का प्रतिवेदन (Reports of the Working of Trade Union Act)
(३) Statistical Abstract of India.

समान्य समंक (General Statistics)

इनमें मजदूरों की छुट्टियां, हड़तालें, तालाबंदी, कार्य अवधि, क्षतिपूर्ति, अपघात आदि से सम्बन्धी सूचनायें शामिल होती हैं। ये सूचनायें निम्न प्रकाशनों में मिलती हैं :—

(१) भारतीय श्रम गजट (Indian Labour Gazette)
(२) भारत के व्यापार का वार्षिक ब्योरा (Annual Review of Trade of India)
(३) श्रम सम्बन्धी विभिन्न अधिनियमों सम्बन्धी वार्षिक प्रतिवेदन।

भारतीय आंकड़ों की सामान्य आलोचना

हम भारत में प्राप्त सांख्यिकीय सामग्री का विवेचन कर चुके हैं। विभिन्न प्रकार के समंकों का यथास्थान विश्लेषण किया जा चुका है। अब हम यहाँ भारतीय आंकड़ों के सामान्य मुख्य दोषों पर विचार करेंगे। वे निम्नलिखित हैं :—

(१) सामग्री की अपर्याप्तता (Inadequacy of data)—अनेक महत्वपूर्ण विषयों पर आंकड़े उपलब्ध नहीं हैं। यदि कुछ मिलते भी हैं तो अपर्याप्त। आय, धन, निर्वाह-व्यय मूल्य, मजदूरी, कृषि, छोटे व कुटीर उद्योग आदि के विषय में आंकड़े अपर्याप्त हैं।

(२) परस्पर विरोधी (Inconsistent)—भारत में अनेक विषयों से सम्बन्धित आंकड़े परस्पर विरोधी हैं। इसका मुख्य कारण यह है कि राष्ट्रीय स्तर पर कोई सामान्य नीति बनाकर इस विषय में कम कार्य हुआ है।

(३) सामग्री की अशुद्धता (Inaccuracy of Data)—भारत में प्राप्त आंकड़ों में उच्च स्तर की शुद्धता का भी अभाव है। कृषि सम्बन्धी आंकड़े तो बहुत अशुद्ध हैं। १९६१ की जनगणना में भी यह अशुद्धि रह गई है कि लगभग १·१% लोग कम गिने गये हैं।

(४) समन्वय का अभाव (Lack of Co-ordination)—प्राय: देखा गया है कि एक ही प्रकार के आंकड़ों को विभिन्न संस्थाओं या व्यक्तियों द्वारा एकत्रित किया

जाता है परन्तु उनमें आपस में कोई समन्वय नहीं होता उनकी कार्य प्रणाली में बहुत भिन्नता होती है। इस प्रकार शक्ति व साधन बिना किसी परिणाम के व्यर्थ नष्ट होता है।

(५) समुचित विश्लेषण और विधायन का अभाव (Lack of Proper analysis and processing)—एकत्रित आँकड़ों का ठीक प्रकार से विश्लेषण व विधायन नहीं होता। इसका मुख्य कारण यह है कि परतन्त्रता की दशा में आँकड़े मुख्यतः प्रशासकीय उद्देश्यों से किये जाते थे। स्वतन्त्रता के उपरान्त इस ओर ध्यान दिया गया है परन्तु अभी परिणाम सन्तोषजनक नहीं है।

(६) एकरूपता का अभाव (Lack of Uniformity)—भारतीय समंक सामग्री में एकरूपता का अभाव है। आँकड़े एकत्रित करने, उनका वर्गीकरण तथा सारणीयन आदि करने की रीतियों में परिवर्तन होता रहता है। विभिन्न परिभाषायें भी बदलती रहती हैं। इन कारणों से सामग्री तुलनीय नहीं हो पाती और सामग्री के बिना तुलनीय हुए उसका कोई विशेष महत्व नहीं।

(७) प्रकाशन सम्बन्धी दोष (Defects of Publication)—आँकड़ों के प्रकाशन में प्रायः काफी देर हो जाती है फलस्वरूप अक्सर उनकी सामयिकता नष्ट हो जाती है और उनका वह उपयोग नहीं रह पाता। कृषि सम्बन्धी आँकड़ों में यह देर सर्वविदित है।

(८) अपर्याप्त प्रचार (Inadequate Publicity)—भारतीय आँकड़ों में एक दोष यह भी है कि उनका पर्याप्त प्रचार नहीं होता। अधिकांश जनता अशिक्षित है और उनमें आँकड़ों का प्रचार करना कठिन कार्य है। जब तक सामान्य जनता को आँकड़ों की जानकारी नहीं होगी तब तक वह उनसे समुचित लाभ नहीं उठा सकती।

(९) स्पष्टता का अभाव (Lack of Clarity)—भारतीय आँकड़ों में स्पष्टता की बहुत कमी होती है। उनको जब तक सन्दर्भ के साथ स्पष्ट न किया जाय, जन सामान्य के समझने योग्य नहीं होते।

भारतीय समंकों के संकलन में कठिनाइयाँ

भारतीय समंकों के संकलन में निम्न कठिनाइयाँ हैं

(१) जनता अशिक्षित—भारत की जनता अशिक्षित है इसलिए आँकड़ों के महत्व को नहीं समझते और गलत सूचनायें देते हैं।

(२) गलत प्रयोग—हमारे देश में सांख्यिकीय सामग्री के संकलन [illegible] प्रायः अयोग्य व्यक्तियों पर पड़ता है इसलिये संकलन ठीक प्रकार से नहीं हो पाता।

(३) शंका दृष्टि—शताब्दियों की परतन्त्रता के कारण लोग किसी खोज बीन या अनुसन्धान को शंका या भय की दृष्टि से देखते हैं और उसका [illegible] करते हैं।

(४) विभिन्न रीति-रिवाज—हमारे देश के रीति-रिवाज भी कुछ ऐसे हैं जिनके कारण सामग्री का शुद्धता के साथ संकलन करने में बाधा पड़ती है। जैसे हिन्दू धर्म के अनुसार अधिक आयु की कुंवारी लड़कियों का पिता के घर में रहना अधर्म है इसलिये ऐसी दशा में लोग उनकी आयु कम बताते हैं। पर्दा प्रथा भी ठीक प्रकार से आंकड़े एकत्रित करने में बाधक है।

(५) देश की विशालता एवं विविधता—हमारा देश बहुत बड़ा है। यहाँ अनेक प्रकार की भाषा, वेश-भूषा, खान-पान तथा रीति-रिवाज हैं। इसलिये सामग्री संकलन का कार्य बहुत कठिन है।

(६) संचार व यातायात के साधनों की कमी—ऊँचे पहाड़ों से लेकर विशाल समुद्र तक फैले हुये इस देश में तरह-तरह के भूभाग मिलते हैं। सभी जगह संचार व यातायात के ठीक साधन नहीं मिलते। इसलिये कोई भी अनुसंधान करने में बहुत कठिनाई पड़ती है।

(७) सरकार की उदासीनता—अंग्रेजी शासन काल में इस कार्य को महत्व-पूर्ण स्थान नहीं दिया गया। लगभग वही दर्रा अब भी है। आंकड़ों का संकलन शासन के उद्देश्य से उन सरकारी कर्मचारियों द्वारा किया जाता है जो अन्य प्रशासकीय कार्यों के बोझ से दबे होते हैं और इस कार्य में रुचि नहीं लेते।

सुधार के लिये सुझाव

(१) अलग सांख्यिकीय विभाग—एक अलग से सांख्यिकीय विभाग बनाया जाय जो सांख्यिकीय संकलन आदि से सम्बन्धित सभी कार्यों की देख-भाल करे।

(२) प्रमापीकरण—संकलन, वर्गीकरण, सारणीयन आदि सभी सांख्यिकीय विधियों का प्रमापीकरण होना भी आवश्यक है ताकि आंकड़ों में एकरूपता रह सके।

(३) गणकों के प्रशिक्षण की व्यवस्था—यह भी आवश्यक है कि विभिन्न अनुसंधानों के लिये जो गणक रक्खे जांय वे योग्य हों तथा उन्हें उचित प्रशिक्षण दिया जा चुका हो।

(४) समन्वय की व्यवस्था—इस दिशा में प्रयत्न होना चाहिये कि केन्द्रीय सरकार राज्य सरकारों, तथा अन्य संस्थाओं द्वारा किये जाने वाले अनुसंधानों में उचित समन्वय हो।

(५) शुद्धता की ओर ध्यान—जिन विषयों से सम्बन्धित आंकड़े अशुद्ध हैं उन्हें नयी योजना द्वारा इस ढंग से एकत्रित कराया जाय कि इनमें शुद्धता व विश्वसनीयता आ सके।

(६) शीघ्र प्रकाशन—यह अत्यन्त आवश्यक है कि एकत्रित किये हुये आंकड़ों को शीघ्र प्रकाशित किया जाय। प्रकाशन में देर होने से आंकड़ों की सामयिकता व महत्व नष्ट न हो जाय।

(७) समुचित प्रचार—आँकडा का समुचित प्रचार आवश्यक है ताकि जनता उनको समझे, उनमे रुचि ले और उनके सकलन म सहयोग दे ।

(८) परिभाषाओं मे स्पष्टता—यह भी आवश्यक है कि विभिन्न परिभाषायें पहले से निश्चित करली जाय और व स्पष्ट हो अर्थात् उनके विषय में किसी प्रकार के स देह या अस्पष्टता की गु जाइश न हो ।

(९) प्रशासकीय कर्मचारियों पर बोझ नहीं—जो कर्मचारी प्रशासकीय कार्य के बोझ से दब होते हैं उन पर समका के सकलन का भार नहीं डालना चाहिये । इसके लिये कर्मचारी अलग से होने चाहिये ।

Standard Questions

1 Give a *brief account* of the activities of the Central Government in connection with the collection of statistical data during the last eight years *(Agra, B Com, 1957)*

2 Write critical note on the 1951 census of population *(Allahabad, B Com, 1952)*

3 Discuss the possible value of census report to producers, manu-*facturers* and business men How can the Indian Census reports be made more useful to these people ? *(Alld, B Com, 1943)*

4 Discuss briefly the machinery and procedure for Census of population or Census of production in a country What precautions are *necessary in such operations* *(Agra, M Com, 1951)*

5 What type of statistical data are available with regard to the foreign trade of *India ? Discuss the method of their collection* and the extent of their accuracy *(Banaras, B Com, 1957)*

6 Write a short essay on 'Industrial Statistics in India *(Banaras, B. Com, 1955)*

7 How are crop forecasts prepared in India Discuss the need for improving accuracy of facts *(Agra, M A, 1958)*

8 Define Normal *Yield* and describe the *official* methods of determining it What do you consid r to be the defects of t method and how would you remove the n *(Raj, M A, 1950*

9 Give a brief account of the present position regarding a tural statistics in India and comment upon their adequac *(Agra, M Com*

What is meant by Census of production ? Why is such a Census taken ? How far is the Industrial Statistics Act adequate from the point of view of holding this Census in India ?
(*Alld , M Com , 1947*)

Write a lucid note on nature and scope of Industrial statistics in India (*Alld , B Com , 1953*)

What are difficulties in estimating India's National Income ?
(*Agra, M Com , 1945*)

Cutline the usual methods of estimating the National Income of a country and discuss in detail a me h d which would be suitable Income of India (*Agra, M A , 1951*)

Mention the utility of trade statistics Mention the various publications giving information about the foreign trade of India

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$	$\frac{1}{n}$
1	1	1	1	1	3·1623	2·1544	4·6416	1
2	4	8	1·4142	1·2599	4·4721	2·7144	5·8480	·50000
3	9	27	1·7321	1·4422	5·4772	3·1072	6·6943	·33333
4	16	64	2·000	1·5874	6·3246	3·4200	7·3681	·25000
5	25	125	2·2361	1·7100	7·0711	3·6840	7·9370	·20000
6	36	216	2·4495	1·8171	7·7460	3·9149	8·4343	·16667
7	49	343	2·6458	1·9129	8·3666	4·1213	8·8790	·14286
8	64	512	2·8284	2·000	8·9443	4·3089	9·2832	·12500
9	81	729	3·000	2·0801	9·4868	4·4814	9·6549	·11111
10	100	1000	3·1623	2·1544	10·000	4·6416	10·0000	·10000
11	121	1331	3·3166	2·2240	10·4881	4·7914	10·3228	·090909
12	144	1728	3·4641	2·2894	10·9545	4·9324	10·6266	·083333
13	169	2197	3·6056	2·3513	11·4018	5·0658	10·9139	·076923
14	196	2744	3·7417	2·4101	11·8322	5·1925	11·1869	·071429
15	225	3375	3·8730	2·4662	12·2474	5·3133	11·4471	·066667
16	256	4096	4·000	2·5198	12·6491	5·4288	11·6961	·062500
17	289	4913	4·1231	2·5713	13·0384	5·5397	11·9348	·058824
18	324	5832	4·2426	2·6207	13·4164	5·6462	12·1644	·055556
19	361	6859	4·3589	2·6684	13·7840	5·7489	12·3856	·052632
20	400	8000	4·4721	2·7144	14·1421	5·8480	12·5992	·05000
21	441	9261	4·5826	2·7589	14·4914	5·9439	12·8058	·047619
22	484	10648	4·6904	2·8020	14·8324	6·0368	13·0059	·045455
23	529	12167	4·7958	2·8439	15·1658	6·1269	13·2001	·043478
24	576	13824	4·8990	2·8845	15·4919	6·2145	13·3887	·041667
25	625	15625	5·000	2·9240	15·8114	6·2996	13·5721	·04000
26	676	17576	5·0990	2·9625	16·1245	6·3825	13·7507	·038462
27	729	19683	5·1962	3·0000	16·4317	6·4633	13·9248	·037037
28	784	21952	5·2915	3·0366	16·7332	6·5421	14·0946	·035714
29	841	24389	5·3852	3·0723	17·0294	6·6191	14·2604	·034483
30	900	27000	5·4772	3·1072	17·3205	6·6943	14·4225	·033333
31	961	29791	5·5678	3·1414	17·6068	6·7679	14·5810	·032258
32	1024	32768	5·6569	3·1748	17·8885	6·8399	14·7361	·031250
33	1089	35937	5·7446	3·2075	18·1659	6·9104	14·8881	·030303
34	1156	39304	5·8310	3·2396	18·4391	6·9795	15·0369	·029412
35	1225	42875	5·9161	3·2711	18·7083	7·0473	15·1829	·028571
36	1296	46656	6·000	3·3019	18·9737	7·1138	15·3262	·027778
37	1369	50653	6·0828	3·3322	19·2354	7·1791	15·4668	·027027
38	1444	54872	6·1644	3·3620	19·4936	7·2432	15·6049	·026316
39	1521	59319	6·2450	3·3912	19·7484	7·3061	15·7406	·025641
40	1600	64000	6·3246	3·4200	20·000	7·3681	15·8740	·02500
41	1681	68921	6·4031	3·4482	20·2485	7·4290	16·0052	·024390
42	1764	74088	6·4807	3·4760	20·4939	7·4889	16·1343	·023810
43	1849	79507	6·5574	3·5034	20·7364	7·5478	16·2613	·023256
44	1936	85184	6·6332	3·5303	20·9762	7·6059	16·3864	·022727
45	2025	91125	6·7082	3·5569	21·2132	7·6631	16·5096	·022222
46	2116	97336	6·7823	3·5830	21·4476	7·7194	16·6310	·021739
47	2209	103823	6·8557	3·6088	21·6795	7·7750	16·7507	·021277
48	2304	110592	6·9282	3·6342	21·9089	7·8297	16·8687	·020833
49	2401	117649	7·000	3·6593	22·1359	7·8837	16·9850	·020408
50	2500	125000	7·0711	3·6840	22·3607	7·9370	17·0998	·02000

POWERS, ROOTS, AND RECIPROCALS

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$	$\frac{1}{n}$
51	2601	132651	7·1414	3·7084	22·5832	7·9896	17·2130	·019608
52	2704	140608	7·2111	3·7325	22·8035	8·0415	17·3248	·019231
53	2809	148877	7·2801	3·7563	23·0217	8·0927	17·4351	·018868
54	2916	157464	7·3485	3·7798	23·2379	8·1433	17·5441	·018519
55	3025	166375	7·4162	3·8030	23·4521	8·1932	17·6517	·018182
56	3136	175616	7·4833	3·8259	23·6643	8·2426	17·7581	·017857
57	3249	185193	7·5498	3·8485	23·8747	8·2913	17·8632	·017544
58	3364	195112	7·6158	3·8709	24·0832	8·3396	17·9670	·017241
59	3481	205379	7·6811	3·8930	24·2899	8·3872	18·0697	·016949
60	3600	216000	7·7460	3·9149	24·4949	8·4343	18·1712	·016667
61	3721	226981	7·8102	3·9365	24·6982	8·4809	18·2716	·016393
62	3844	238328	7·8740	3·9579	24·8998	8·5270	18·3709	·016129
63	3969	250047	7·9373	3·9791	25·0998	8·5726	18·4691	·015873
64	4096	262144	8·000	4·000	25·2982	8·6177	18·5664	·015625
65	4225	274625	8·0623	4·0207	25·4951	8·6624	18·6626	·015385
66	4356	287496	8·1240	4·0412	25·6905	8·7066	18·7578	·015152
67	4489	300763	8·1854	4·0615	25·8844	8·7503	18·8520	·014925
68	4624	314432	8·2462	4·0817	26·0768	8·7937	18·9454	·014706
69	4761	328509	8·3066	4·1016	26·2679	8·8366	19·0378	·014493
70	4900	343000	8·3666	4·1213	26·4575	8·8790	19·1293	·014286
71	5041	357911	8·4261	4·1408	26·6458	8·9211	19·2200	·014085
72	5184	373248	8·4853	4·1602	26·8328	8·9628	19·3098	·013889
73	5329	389017	8·5440	4·1793	27·0185	9·0041	19·3988	·013699
74	5476	405224	8·6023	4·1983	27·2029	9·0450	19·4870	·013514
75	5625	421875	8·6603	4·2172	27·3861	9·0856	19·5743	·013333
76	5776	438976	8·7178	4·2358	27·5681	9·1258	19·6610	·013158
77	5929	456533	8·7750	4·2543	27·7489	9·1657	19·7468	·012987
78	6084	474552	8·8318	4·2727	27·9285	9·2052	19·8319	·012821
79	6241	493039	8·8882	4·2908	28·1069	9·2443	19·9163	·012658
80	6400	512000	8·9443	4·3089	28·2843	9·2832	20·0000	·012500
81	6561	531441	9·0000	4·3267	28·4605	9·3217	20·0830	·012346
82	6724	551368	9·0554	4·3445	28·6356	9·3599	20·1653	·012195
83	6889	571787	9·1104	4·3621	28·8097	9·3978	20·2469	·012048
84	7056	592704	9·1652	4·3795	28·9828	9·4354	20·3279	·011905
85	7225	614125	9·2195	4·3968	29·1548	9·4727	20·4083	·011765
86	7396	636056	9·2736	4·4140	29·3258	9·5097	20·4880	·011628
87	7569	658503	9·3274	4·4310	29·4958	9·5464	20·5671	·011494
88	7744	681472	9·3808	4·4480	29·6648	9·5828	20·6456	·011364
89	7921	704969	9·4340	4·4647	29·8329	9·6190	20·7235	·011236
90	8100	729000	9·4868	4·4814	30·0000	9·6549	20·8008	·011111
91	8281	753571	9·5394	4·4979	30·1662	9·6905	20·8776	·010989
92	8464	778688	9·5917	4·5144	30·3315	9·7259	20·9538	·010870
93	8649	804357	9·6437	4·5307	30·4959	9·7610	21·0294	·010753
94	8836	830584	9·6954	4·5468	30·6594	9·7959	21·1045	·010638
95	9025	857375	9·7468	4·5629	30·8221	9·8305	21·1791	·010526
96	9216	884736	9·7980	4·5789	30·9839	9·8648	21·2532	·010417
97	9409	912673	9·8489	4·5947	31·1448	9·8990	21·3267	·010309
98	9604	941192	9·8995	4·6104	31·3050	9·9329	21·3997	·010204
99	9801	970299	9·9499	4·6261	31·4643	9·9666	21·4723	·010101
100	10000	1000000	10·000	4·6416	31·6228	10·000	21·5443	·0100